

COORDENADAS SECTORIALES

(EJERCICIOS DE APLICACION)

Advertencia: En todos los ejercicios desarrollados a continuación se ha supuesto el espesor del perfil: unitario y constante, para facilitar la aplicación y verificación de las expresiones halladas en la primera parte. Es por ello, que en muchos casos la unidad de medida de la propiedad que se analiza, puede tener un orden inferior al que le corresponde (faltaría multiplicar el resultado por el espesor t).

EJERCICIO Nro. 1

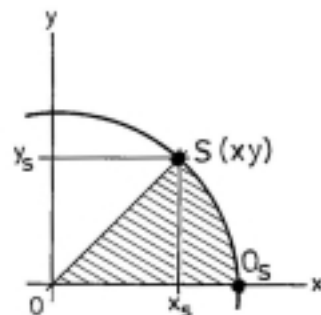
Calcular la C.S. de un punto genérico perteneciente al contorno indicado en la figura.

a) Mediante funciones *cartesianas*:

$$C : x^2 + y^2 = R^2$$

$$y^2 = R^2 - x^2 \quad y = (R^2 - x^2)^{1/2}$$

$$y' = f'(x) = -\frac{x^2}{(R^2 - x^2)^{1/2}}$$



O_s : Origen de C.S.

Ejercicio 1
Figura 1

Aplicando la Ec. (2)

$$\omega^{(O_s)} = \int_{O_s}^{x_s} \left[-\frac{x^2}{(R^2 - x^2)^{1/2}} - (R^2 - x^2)^{1/2} \right] dx = - \int_{O_s=R}^{x_s} \left[-\frac{x^2}{(R^2 - x^2)^{1/2}} - (R^2 - x^2)^{1/2} \right] dx$$

$$(A) \int_R^{x_s} \frac{x^2}{(R^2 - x^2)^{1/2}} dx = -\frac{x}{2} \sqrt{R^2 - x^2} + \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{x}{R} \quad \int_R^{x_s} = \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{x_s}{R} - \frac{R^2}{2} \frac{\pi}{2}$$

$$(B) \int_R^{x_s} (R^2 - x^2)^{1/2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{R^2 - x^2} + R^2 \arcsen \frac{x}{R} \right]_R^{x_s} = \frac{R^2}{2} \arcsen \frac{x_s}{R} - \frac{R^2}{2} \frac{\pi}{2}$$

$$\omega^{(O_s)} = -R^2 \arcsen \frac{x_s}{R} + \frac{\pi R^2}{2} \quad \omega^{(O_s)} = -R^2 \left(\arcsen \frac{x_s}{R} - \frac{\pi}{2} \right)$$

Si $\frac{x_s}{R} = 0.707 \quad \arcsen \frac{x_s}{R} = \frac{\pi}{4} \quad \therefore \omega^{(O_s)} = +\frac{\pi R^2}{4}$

$\frac{x_s}{R} = 0 \quad \arcsen \frac{x_s}{R} = 0 \quad \therefore \omega^{(O_s)} = +\frac{\pi R^2}{2}$

b) Mediante funciones *paramétricas*:

$$\begin{aligned}x &= R \cos t \\y &= R \sin t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x' &= -R \sin t \\y' &= R \cos t\end{aligned}$$

Utilizando la Ec. (4):

$$\omega^{(oo_s)} = \int_{t_o}^{t_s} [R \cos t R \cos t + R \sin t R \sin t] dt = \int_{t_o}^{t_s} R^2 (\cos^2 t + \sin^2 t) dt = R^2 (t_s - t_o)$$

$$\text{Para } t_s = \frac{\pi}{4} \quad \text{y} \quad t_o = 0 : \quad \omega^{(oo_s)} = +\frac{\pi}{4} R^2$$

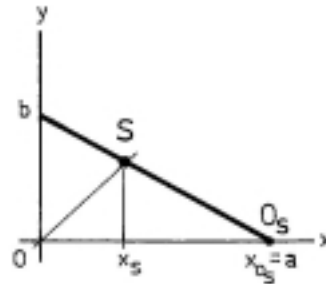
EJERCICIO Nro. 2

Para otro contorno calcular la C.S. de un punto genérico.

$$C: \quad y = mx + n \quad x = 0 \quad y = b \quad x = a \quad y = 0 \quad \therefore m = -\frac{b}{a} \quad n = b$$

$$y = -\frac{b}{a}x + b$$

$$f'(x) = -\frac{b}{a} \quad dy = -\frac{b}{a}dx$$



Ejercicio 2
Figura 2

$$\omega_S^{(oo_s)} = \int_{x_{os}}^{x_s} \left[-\frac{b}{a}x + \frac{b}{a}x - b \right] dx = -bx \int_{x_{os}}^{x_s} = -b(x_s - a)$$

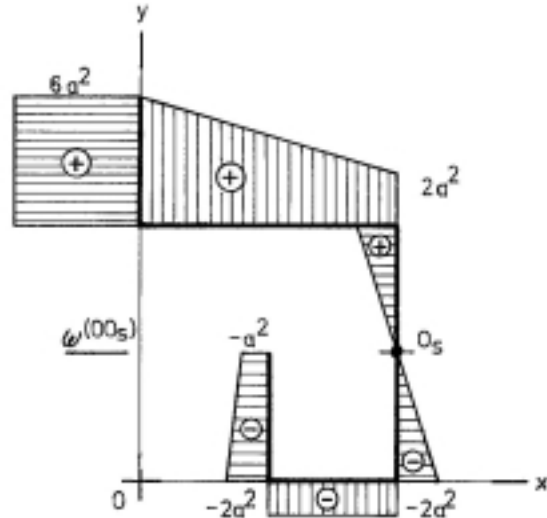
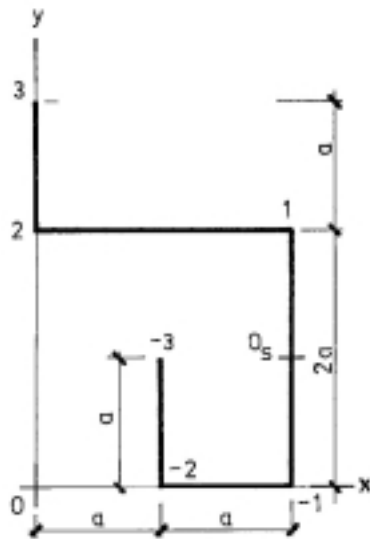
$$\begin{aligned}\text{Si } a &= 30 \text{ cm.} \\b &= 20 \text{ cm.}\end{aligned}$$

$$\text{Para } x_s = 10 \text{ cm.} \quad \text{corresponde} \quad \omega_S^{(oo_s)} = -20(10 - 30) = 400 \text{ cm}^2$$

EJERCICIO Nro. 3

Para el contorno indicado trazar el diagrama de coordenadas con polo $O(0,0)$ y de origen $O_s(2a, a)$.

Punto	x	y	ω_i : [Aplicando las Ec. (8) ó (9)]
-3	a	a	$\omega_{-3} = \omega_{-2} + x_{-2} (y_{-3} - y_{-2}) = -2a^2 + a(a - 0) = -a^2$
-2	a	0	$\omega_{-2} = \omega_{-1} + y_{-1} (x_{-2} - x_{-1}) = -2a^2 - 0(a - 2a) = -2a^2$
-1	2a	0	$\omega_{-1} = \omega_0 + x_0 (y_{-1} - y_0) = 0 + 2a(0 - a) = -2a^2$
O_S	2a	a	$\omega_0 = 0$
1	2a	2a	$\omega_1 = \omega_0 + x_0 (y_1 - y_0) = 0 + 2a(2a - a) = +2a^2$
2	0	2a	$\omega_2 = \omega_1 + y_1 (x_2 - x_1) = +2a^2 - 2a(0 - 2a) = +6a^2$
3	0	3a	$\omega_3 = \omega_2 + x_2 (y_3 - y_2) = +6a^2 + 0(3a - 2a) = +6a^2$



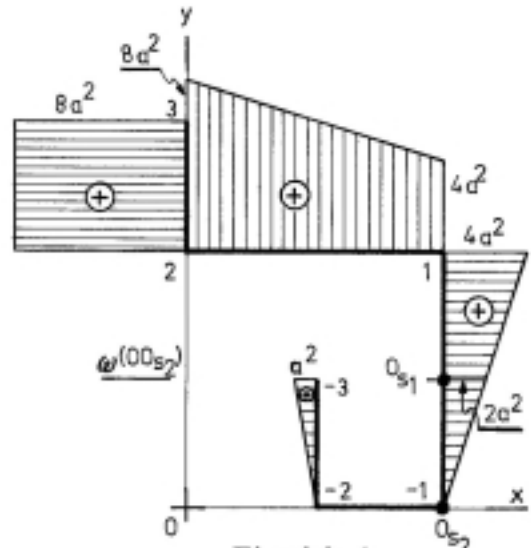
Ejercicio 3
Figura 3

EJERCICIO Nro. 4

En el ejercicio anterior aplicar la expresión (11) de cambio de origen de $O_{S_1}(2a, a)$ a $O_{S_2}(2a, 0)$:

de la Ec. (10) $C_O = 2a(a - 0) = 2a^2$

Punto	$\omega^{(0O_{S_1})}$	$\omega^{(0O_{S_2})}$
-3	$-a^2$	a^2
-2	$-2a^2$	0
-1	$-2a^2$	0
O_{S_1}	0	$2a^2$
1	$+2a^2$	$4a^2$
2	$+6a^2$	$8a^2$
3	$+6a^2$	$8a^2$



Ejercicio 4
Figura 4

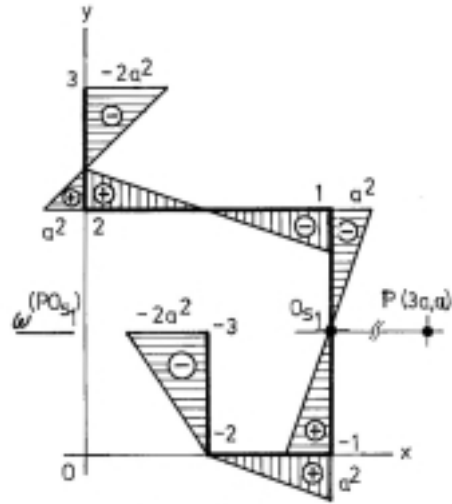
EJERCICIO Nro. 5

Para el mismo contorno realizar un cambio de polo de $O(0, 0)$ a $P(3a, a)$.

Aplicamos la expresión (14):

$$\omega^{(p_o_s)} = \omega^{(o_o_s)} - x_p(y - y_{o_s}) + y_p(x - x_{o_s})$$

O_{S_1} : Origen C.S.



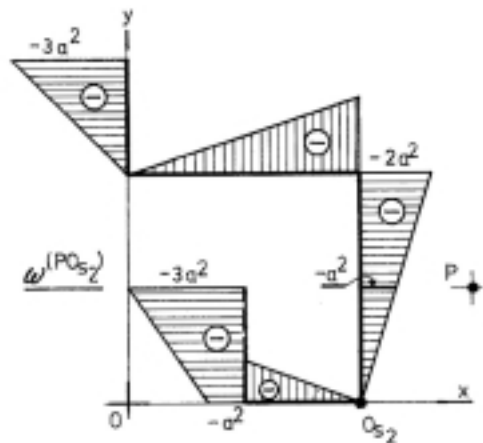
Ejercicio 5
Figura 5

Punto	x	y	$\omega^{(o_o_s)}$	$\omega^{(p_o_s)}$
-3	a	a	$-a^2$	$-a^2 - 3a(a - a) + a(a - 2a) = -2a^2$
-2	a	0	$-2a^2$	
-1	$2a$	0	$-2a^2$	$-2a^2 - 3a(0 - a) + a(2a - 2a) = +a^2$
O	$2a$	a	0	$0 - 3a(a - a) + a(2a - 2a) = 0$
1	$2a$	$2a$	$+2a^2$	$+2a^2 - 3a(2a - a) + a(2a - 2a) = -a^2$
2	0	$2a$	$+6a^2$	$+6a^2 - 3a(2a - a) + a(0 - 2a) = +a^2$
3	0	$3a$	$+6a^2$	$+6a^2 - 3a(3a - a) + a(0 - 2a) = +2a^2$

EJERCICIO Nro. 6

Aplicaremos al contorno anterior un cambio de origen de C.S. de O_{S_1} a O_{S_2} y de polo de O a P .

$$\begin{aligned} O_{S_1}(2a, a) & \quad O(0, 0) \\ O_{S_2}(2a, 0) & \quad P(3a, a) \end{aligned}$$



Ejercicio 6
Figura 6

Aplicaremos la Ec. (19) en la que hacemos $M=P$ y en la que C_O fue ya calculado en el ejercicio Nro. 4: $\omega^{(PO_{S_2})} = \omega^{(OO_{S_1})} - x_P (y - y_{O_{S_2}}) + y_P (x - x_{O_{S_2}}) + C_O$

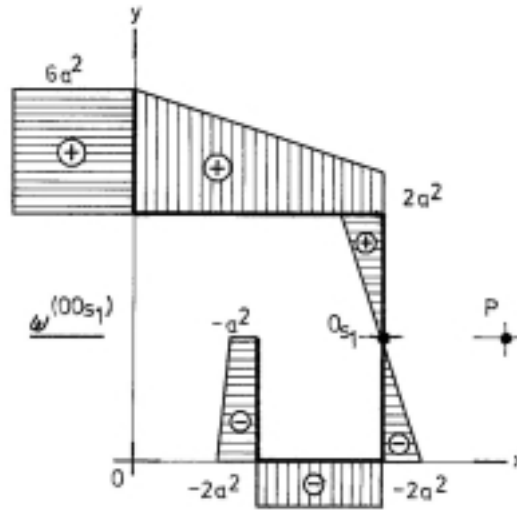
Punto	$\omega^{(OO_{S_1})} - x_P (y - y_{O_{S_2}}) + y_P (x - x_{O_{S_2}}) + C_O$
-3	$-a^2 - 3a(a-0) + a(a-2a) + 2a^2 = -3a^2$
-2	$-2a^2 - 3a(0-0) + a(a-2a) + 2a^2 = -a^2$
-1	$-2a^2 - 3a(0-0) + a(2a-2a) + 2a^2 = 0 \quad (O_{S_2})$
0	$0 - 3a(0-0) + a(2a-2a) + 2a^2 = -a^2$
1	$2a^2 - 3a(2a-0) + a(2a-2a) + 2a^2 = -2a^2$
2	$6a^2 - 3a(2a-0) + a(a-2a) + 2a^2 = -2a^2$
3	$6a^2 - 3a(3a-0) + a(0-2a) + 2a^2 = -3a^2$

EJERCICIO Nro. 7

Calcular el momento sectorial del contorno con respecto al origen de C.S. $O_{S_1}(2a, a)$ y al polo $P(3a, a)$ suponiendo el espesor unitario y constante.

Aplicaremos la expresión (25) en la que $CP = CO = 0$ (por no producirse cambio de origen sectorial):

$$S_{\omega}^{(PO_{S_1})} = S_{\omega}^{(OO_{S_1})} - x_P S_x + y_P S_y + (x_P y_{O_{S_1}} - y_P x_{O_{S_1}}) F$$



**Ejercicio 7
Figura 7**

$$\begin{aligned} x_P &= 3 & x_{O_{S_1}} &= 2 \\ y_P &= 1 & y_{O_{S_1}} &= 1 \end{aligned}$$

* Cálculo de $S_{\omega}^{(OO_{S_1})} = \int_F \omega^{(OO_{S_1})} ds :$

$$dF = 1 ds \quad +6a^2 a \quad = 6a^3$$

$$\begin{aligned}
 (t = cte) \quad \frac{+6a^2 + 2a^2}{2} 2a &= 8a^3 \\
 -2a^2 a &= -2a^3 \\
 \frac{-2a^2 + a^2}{2} 2a &= -\frac{3}{2}a^3 \\
 S_{\omega}^{(oo_{s_1})} &= \frac{21}{2}a^3
 \end{aligned}$$

* Cálculo de los Momentos estáticos S_x y S_y

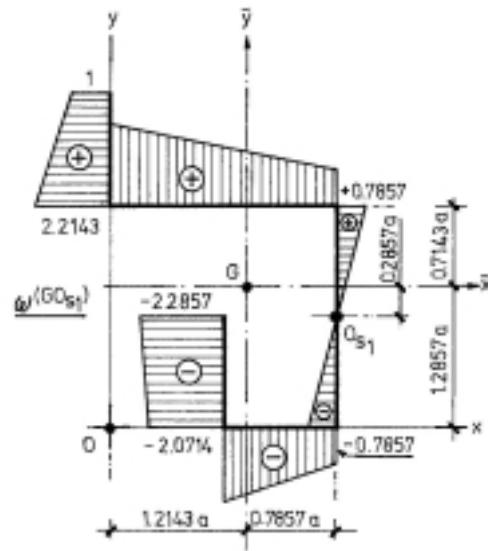
$$\begin{aligned}
 S_x &= a \frac{5}{2}a + 2a \cdot 2a + 2a \cdot a + a \frac{a}{2} = 9a^2 \\
 S_y &= 2a \cdot a + 2a \cdot 2a + a \frac{3}{2}a + a \cdot a = 8.5 a^2 \\
 F &= 7a
 \end{aligned}$$

* Cálculo del Momento estático sectorial [aplicando la Ec.(25)].

$$S_{\omega}^{(po_{s_1})} = [10^5 - 3 \cdot 9 + 1 \cdot 8^5 + (3 \cdot 1 - 1 \cdot 2)7]a^3 = -a^3$$

* Verificaremos el valor obtenido integrando el diagrama del ejercicio Nro.5.

$$\begin{aligned}
 S_{\omega}^{(po_{s_1})} &= \int_F \omega^{(po_{s_1})} ds : & -a^2 \frac{a}{2} &= \frac{a^3}{2} \\
 (t = cte) & & -2a^2 \frac{a}{2} &= -a^3 \\
 & & -2a^2 \frac{a}{2} &= -a^3 \\
 & & +a^2 \frac{a}{2} &= -\frac{a^3}{2} \\
 (\text{Verifica}) & & S_{\omega}^{(po_{s_1})} &= -a^3
 \end{aligned}$$



Ejercicio 8
Figura 8

EJERCICIO Nro. 8

Para el contorno en análisis supondremos los ejes cartesianos aplicados en el baricentro del mismo.

* Ubicación del baricentro (con los datos del ejercicio Nro. 7)

$$\begin{aligned}
 y_G &= \frac{S_x}{F} = \frac{9}{7}a = 1.2857 a \\
 x_G &= \frac{S_y}{F} = \frac{8.5}{7}a = 1.2143 a
 \end{aligned}$$

*Diagrama de C.S. de origen O_{S_I} y el polo G [aplicando la Ec. (14)]

Punto	$\omega^{(GO_{S_I})} = \omega^{(OO_{S_I})} - x_G (y - y_{O_{S_I}}) + y_G (x - x_{O_{S_I}})$
-3	$-a^2 - 1.2143a(a-a) + 1.2857a(a-2a) = -2.2857a^2$
-2	$-2a^2 - 1.2143a(0-a) + 1.2857a(a-2a) = -2.0714a^2$
-1	$-2a^2 - 1.2143a(0-a) + 1.2857a(2a-2a) = -0.7857a^2$
0	$-1.2143a(-a) + 1.2857a(2a-2a) = 0$
1	$+2a^2 - 1.2143a(2a-a) + 1.2857a(2a-2a) = +0.7857a^2$
2	$+6a^2 - 1.2143a(2a-a) + 1.2857a(0-2a) = +2.2143a^2$
3	$+6a^2 - 1.2143a(3a-a) + 1.2857a(0-2a) = +1.0a^2$

* Momento estático sectorial $S_{\omega}^{(GO_{S_I})} : \frac{1+2.2143}{2}a^2 = +1.6072a^3$

$$\frac{2.2143+0.7857}{2}2a^2 a = +3.0a^3$$

$$-\frac{0.7857+2.0714}{2}a^2 a = -1.4286a^3$$

$$-\frac{2.0714+2.2857}{2}a^2 a = -2.1786a^3$$

[Se puede verificar con la Ec. (25)]

$$S_{\omega}^{(GO_{S_I})} = 1a^3$$

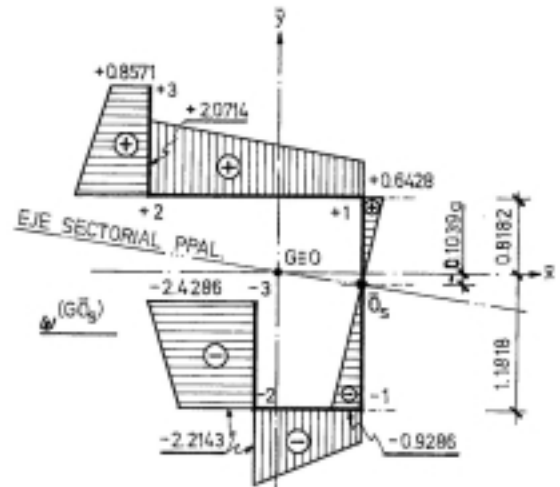
EJERCICIO Nro. 9

Calcularemos el contorno anterior las coordenadas del origen sectorial principal \bar{O}_S .

* Para ese origen debe cumplirse $S_{\omega}^{(G\bar{O}_S)} = 0$ o sea según Ec. (30):

$$C_{\bar{O}} = -\frac{S_{\omega}^{(GO_{S_I})}}{F} = -\frac{a^3}{7a} = -\frac{1}{7}a^2$$

Aplicando la Ec. (13):



Ejercicio 9
Figura 9.1

$$C_{\bar{o}} = \int_{\bar{o}_s}^{o_{s_1}} \bar{x} d\bar{y} - \int_{\bar{o}_s}^{o_{s_1}} \bar{y} d\bar{x} = \bar{x}_{o_{s_1}} (\bar{y}_{o_{s_1}} - \bar{y}_{\bar{o}_s})$$

$$(x = cte = \bar{x}_{o_{s_1}})$$

Resulta:

$$-\frac{S_{\omega}^{(GO_{s_1})}}{F} = \bar{x}_{o_{s_1}} (\bar{y}_{o_{s_1}} - \bar{y}_{\bar{o}_s}) \therefore \bar{y}_{\bar{o}_s} = \bar{y}_{o_{s_1}} - \frac{C_{\bar{o}}}{\bar{x}_{o_{s_1}}} =$$

$$= -0.2857a + \frac{a^2}{7.0,7857a} = -0,1039a$$

* Trazaremos el diagrama de C.S. $\omega^{(G\bar{o}_s)}$

Punto	$\omega^{(G\bar{o}_s)} = \omega^{(GO_{s_1})} + C_{\bar{o}}$
-3	-2,28557 - 0,1429 = -2,4286
-2	-2,0714 - 0,1429 = -2,2143
-1	-0,7857 - 0,1429 = -0,9286
0	0 - 0,1429 = -0,1429
1	+ 0,7857 - 0,1429 = +0,6428
2	+2,2143 - 0,1429 = +2,0714
3	+1,0 - 0,1429 = +0,8571

* Verificación del momento estático sectorial $S_{\omega}^{(G\bar{o}_s)} = 0$

a) Mediante la Ec. (28a) para $M \equiv G \equiv O$:

$$S_G^{(G\bar{o}_s)} = S_G^{(GO_{s_1})} + C_{\bar{o}} F S_G^{(GO_{s_1})} = 1a^3$$

del ejercicio Nro. 8) $S_{\omega}^{(G\bar{o}_s)} = 1a^3 + \left(-\frac{1}{7}\right)a^2 7a = 0$

b) Por integración del diagrama $\omega^{(G\bar{o}_s)}$:

$$S_{\omega}^{(G\bar{o}_s)} : -\left(\frac{2,4286 + 2,2143}{2}\right) = -2,3215$$

$$-\left(\frac{2,2143 + 0,9286}{2}\right) = -1,5715$$

$$+ (0,6428 + 2,0714) = +2,7142$$

$$-\left(\frac{2,0714+0,8571}{2}\right)=+1,4643$$

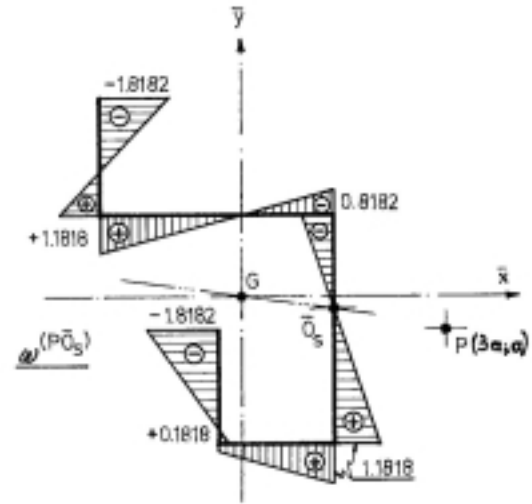
$$+\frac{0,6428}{2}0,8182=+0,2630$$

$$-\frac{0,9286}{2}1,1818=-0,5487$$

(Verifica)

$$S_{\omega}^{(G\bar{O}_s)}=0$$

* Calcularemos para el origen \bar{O}_s y el mismo polo P (3, 1) del ejemplo Nro. 5 el momento estático sectorial; aplicando la Ec. (31):



Ejercicio 9
Figura 9.2

$$S_{\omega}^{(G\bar{O}_s)} = (\bar{x}_P \bar{y}_{\bar{O}_s} - \bar{y}_P \bar{x}_{\bar{O}_s}) F = [1,7857(-0,1039) - (-0,2857)0,7857]a^2 7a = 0,2726a^3$$

* Verificaremos $S_{\omega}^{(P\bar{O}_s)}$ integrando el diagrama $\omega^{(P\bar{O}_s)}$ representado a continuación:

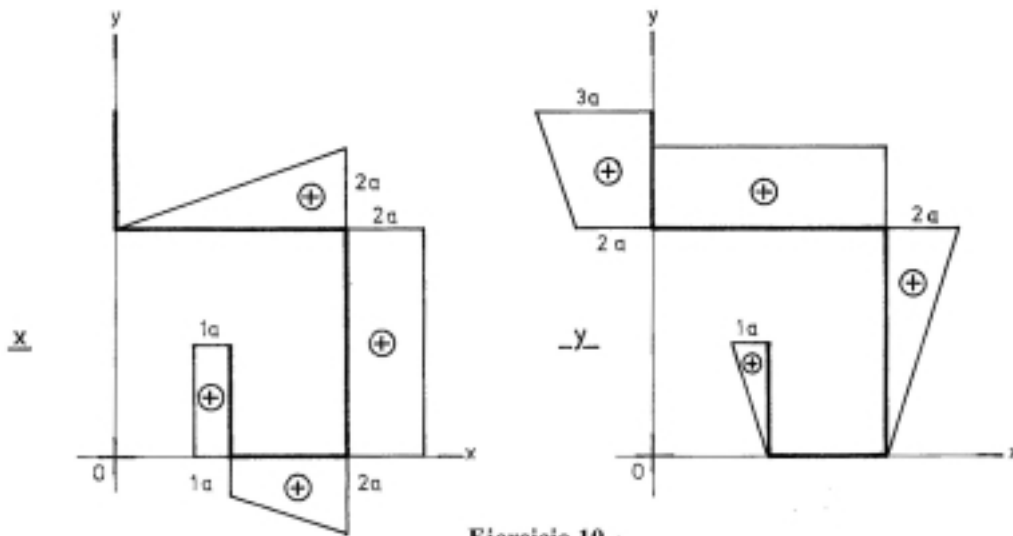
$$\begin{aligned} S_{\omega}^{(P\bar{O}_s)} &= \frac{1,8182}{2} 1a^3 \\ &+ \frac{1,1818}{2} 1a^3 \\ &+ 1,1818 a^3 \\ &- 0,8182 a^3 \\ &- 0,8182 a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 1,1818 a^3 \\
 &+ \frac{1,1818}{2} a^3 \\
 &+ 0,1818 a^3 \\
 &- \frac{1,8182}{2} a^3 \\
 &S_{\omega}^{(p\bar{o}_s)} = 0,2726 a^3 \text{ (Verifica)}
 \end{aligned}$$

EJERCICIO Nro. 10

Para el contorno en estudio y a partir del diagrama del ejercicio Nro. 3 calcular los momentos centrífugos sectoriales $I_{\omega_x}^{(GO_s)}$ e $I_{\omega_y}^{(GO_s)}$ respecto del baricentro tomado como polo.

* Trazado de diagramas x e y :



Ejercicio 10
Figura 10

*

Cálculo de I_x , I_y , I_{xy} .

$$\begin{aligned}
 I_x &= \int_F y^2 dF : \frac{1}{3} a^2 a = \frac{1}{3} a^3 \\
 &\frac{1}{3} (2a)^2 2a = \frac{8}{3} a^3 \\
 (2a)^2 2a &= 8 a^3 \\
 \frac{1}{3} (3a)^2 a &= 3 a^3 \\
 \frac{1}{3} (2a)^2 a &= \frac{4}{3} a^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y &= \int_F x^2 dF : (1a)^2 a = 1 a^3 \\
 (2a)^2 2a &= 8 a^3 \\
 \frac{1}{3} (2a)^2 2a &= \frac{8}{3} a^3 \\
 \frac{1}{3} (1a)^2 a &= \frac{1}{3} a^3 \\
 \frac{1}{3} (2a)^2 a &= \frac{4}{3} a^3
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3}(2a)^2 a = \frac{4}{3}a^3$$

$$\frac{2}{6}(1a \ 2a) a = \frac{2}{3}a^3$$

$$\frac{2}{6}(2a \ 3a) a = 2a^3$$

$$I_x = \frac{52}{3}a^3$$

$$I_y = \frac{42}{3}a^3$$

$$I_{xy} = \int_F xy \, dF : 2 \frac{1}{2}(2a \ 2a) 2a = 8a^3$$

$$\frac{1}{2}(1a \ 1a) a = \frac{1}{2}a^3$$

$$I_{xy} = \frac{17}{2}a^3$$

* Cálculo de $I_{\omega_x}^{(oo_{s_I})}$ e $I_{\omega_y}^{(oo_{s_I})}$ (Ver diagrama $\omega^{(oo_{s_I})}$ en ejercicio Nro. 3)

$$I_{\omega_x}^{(oo_{s_I})} = \int \omega^{(oo_{s_I})} y \, dF$$

$$I_{\omega_y}^{(oo_{s_I})} = \int \omega^{(oo_{s_I})} x \, dF$$

$$I_{\omega_x}^{(oo_{s_I})} : \frac{1}{2}[6a^2(2a+3a)]a = 15a^4$$

$$I_{\omega_y}^{(oo_{s_I})} : \frac{1}{3}(2a \ 2a^2) 2a = \frac{8}{3}a^4$$

$$\frac{1}{2}[2a(6a^2+2a^2)]2a = 16a^4$$

$$\frac{1}{6}(2a \ 6a^2) 2a = 4a^4$$

$$-\frac{1}{3}(1a \ a^2) a = -\frac{1}{3}a^4$$

$$\frac{1}{2}[(-2a^2)1a]1a = -1a^4$$

$$-\frac{1}{6}(1a \ 2a^2) a = -\frac{1}{6}a^4$$

$$\frac{1}{2}[(-2a^2)2a]1a = -2a^4$$

$$+\frac{1}{3}(4a^2 \ 2a) 2a = \frac{16}{3}a^4$$

$$-\frac{1}{2}[1a(a^2+2a^2)]1a = -\frac{3}{2}a^4$$

$$-\frac{1}{2}(2a^2 \ 2a) 2a = -4a^4$$

$$I_{\omega_x}^{(oo_{s_I})} = \frac{95}{3}a^4$$

$$I_{\omega_y}^{(oo_{s_I})} = \frac{13}{6}a^4$$

* Cálculo de $I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})}$ e $I_{\omega_y}^{(GO_{s_I})}$.

Utilizaremos las expresiones (32) y (38).

$$I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} = I_{\omega_x}^{(oo_{s_I})} - x_G I_x + y_G I_{xy} + (x_G y_{O_{s_I}} - y_G x_{O_{s_I}}) S_x$$

$$I_{\omega_y}^{(GO_{s_I})} = I_{\omega_y}^{(oo_{s_I})} - x_G I_{xy} + y_G I_y + (x_G y_{O_{s_I}} - y_G x_{O_{s_I}}) S_y$$

En las que: $x_G = 1,2143 \ a$ $S_x = 9 \ a^2$ $x_{O_{s_I}} = 2a$
 $y_G = 1,2857 \ a$ $S_y = 8^5 \ a^2$ $y_{O_{s_I}} = 1a$

$$I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} = \frac{95}{3} - 1,2143 \frac{52}{3} + 1,2857 \frac{17}{2} + (1,2143 \cdot 1 - 1,2857 \cdot 2) 9 = 9,3334$$

$$I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} = 9,3334a^4$$

$$I_{\omega_y}^{(GO_{s_I})} = \frac{13}{3} - 1,2143 \frac{17}{2} + 1,2857 \frac{42}{3} + (1,2143 \cdot 1 - 1,2857 \cdot 2) 8^5 = -1,6904$$

$$I_{\omega_y}^{(GO_{s_I})} = -1,6904a^4$$

Verificación: La haremos integrando el diagrama de $\omega^{(GO_{s_I})}$ del ejercicio Nro. 8 con los de x e y de la página 31.

$$I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} : \frac{1}{6} \left[2 (2,2143 \cdot 2 + 1) + \right. \\ \left. + 3 (2 \cdot 1 + 2,2143) \right] 1 = +3,9167$$

$$\frac{1}{2} 2 (2,2143 + 0,7857) 2 = +6,0$$

$$\frac{1}{2} 2 \cdot 0,7857 \cdot 2 = +0,5238$$

$$-\frac{1}{2} 1 (2 \cdot 2,2857 \cdot 2,0714) = -1,1071$$

$$(Verifica) \quad I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} = 9,3334a^4$$

$$I_{\omega_x}^{(GO_{s_I})} : \frac{1}{6} 2 (2 \cdot 0,7857 + 2,2143) 2 = 2,5238$$

$$-\frac{1}{6} \left[1 (2 \cdot 2,0714 + 0,7857) + \right. \\ \left. + 2 (2 \cdot 0,7857 + 2,0714) \right] 1 = -2,0357$$

$$-\frac{1}{2} 1 (2,2857 + 2,0714) 1 = -2,1786$$

$$(Verifica) \quad I_{\omega_y}^{(GO_{s_I})} = -1,6904a^4$$