ATENÇÃO: **Não é permitido destacar as folhas**

Prova 3 – Álgebra Linear

22/12/2007

NOME:____ **RA:**________________**UFBA/ESA**

1. Determine se cada um dos seguintes operadores lineares é diagonalizavel ou não, justificando. Nos casos afirmativos, apresente os autovalores e a base de autovetores.

(a) (0.5pt) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido por $T(x, y) = (y, 0)$.

(b) (0.5pt) $T : P_2 \to P_2$ definido por $T(p(t)) = t.p'(t) - p(t)$.

2. Considere o espaço vetorial $V = \{A \in M_{2\times 2}; A \text{ é simétrica}\}$.

(a) (0.5pt) Dê a expressão de um operador diagonalizável T em V cuja imagem é gerada pelos vetores

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) (0.5pt) Dado o subespaço $W = [A, B]$ de V determine uma base do complemento ortogonal $W^\perp$ em relação ao produto interno $< A, B >= tr(B^t A)$.

3. (a) (0.5pt) Seja $W = \{A \in M_{2\times 2}; A \text{ é triangular inferior}\}$ com o produto interno $< A, B >= tr(B^t A)$. A partir da base β dada abaixo, determine uma base ortogonal de W.

$$\beta = \{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \}$$

(b) (0.5pt) Num espaço vetorial real V com produto interno se $\|w + v\| = \|w - v\|$ mostre que w e v são ortogonais.

4. (1pt) Achar a projeção ortogonal de $q(t) = 2t - 1$ sobre o subespaço $W = [t]$ do $P_2(\mathbb{R})$ em relação ao produto interno da integral definido por $< f, g >= \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Qual seria a projeção se o produto interno fosse o usual do espaço $P_2(\mathbb{R})$.

Incluir na prova, por favor, **todas** as "contas" feitas nas resoluções.

Respostas não acompanhadas de argumentos que as justifiquem não serão consideradas.

Boa Prova!