Triângulos Quaisquer – algumas questões resolvidas

leicos.htm

Num triângulo ABC, a=2, $c = \sqrt{3} - 1$ e $b = \sqrt{2}$. Calcular o ângulo B. Resp. B=30^0

Resolução:` (lei dos cosssenos)

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 + 2^2 - 2.\left(\sqrt{3}-1\right).\cos B$$

$$2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 4 - 2.\left(\sqrt{3}-1\right).\cos B$$

$$2.\left(\sqrt{3}-1\right).\cos B = 6 - 2\sqrt{3} \rightarrow 2\left(\sqrt{3}-1\right).\cos B = 3 - \sqrt{3} \leftrightarrow \cos B = \frac{3-\sqrt{3}}{2.(\sqrt{3}-1)}$$

$$\cos B = \frac{\left(3-\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{3}+1\right)}{2.(3-1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow B = 30^0$$

leicos1.htm

Num triângulo ABC, a=2, b=4 e c=60^0. Calcular o lado **c.** Resp. $c = 2\sqrt{3}$

Resolução: (lei dos cossenos)

$c^2=2^2+4^2-2.2.4.\cos 60^0$ **à** $c^2=4+16-8=12$ **à** $c = 2.\sqrt{3}$

leicos2.htm

Num triângulo ABC, sendo B um ângulo agudo, $a = 1+\sqrt{3}$, b=2 e c=30^0. Calcule **c,** os ângulos A e B. Resp. $c = \sqrt{2}$; B=45^0 e A=105^0

Resolução: (lei dos cossenos)

$$c^2 = 2^2 + \left(2+\sqrt{3}\right)^2 - 2.2.\left(2+\sqrt{3}\right).\cos 30^0$$

$$c^2 = 4 + 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 4\left(2+\sqrt{3}\right).\frac{\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow c^2 = 3 + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$c^2 = 4\sqrt{3} - 3$$

leicos3.htm

Num triângulo, a=7 cm, b= 5 cm e c=3 cm. Calcule o ângulo A. Resp. A=120^0

Resolução: (lei dos cossenos)

$$7^2 = 5^2 + 3^2 - 2.5.3.\cos a \leftrightarrow \cos a = -\frac{1}{2} \leftrightarrow a = 120^0$$

leicos4.htm

Sendo a= 1 cm, b=2 cm e C=60^0, calcule o lado **c** do triângulo ABC. Resp. $c = \sqrt{3cm}$

Resolução:

$$c^2 = 2^2 + 1^2 - 2.1.2.\cos 60^0 \leftrightarrow c^2 = 5 - 2 = 3 \leftrightarrow c = \sqrt{3}$$

leicos5.htm
Determine o maior ângulo de um triângulo, cujos lados são proporcionais aos números 7, 8 e 13. (Obs: $\frac{a}{7}=\frac{b}{8}=\frac{c}{13}=k$ e usar a lei dos cossenos) Resp. c=120^0

Resolução:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C \leftrightarrow 2.a.b.\cos C = a^2 + b^2 - c^2$

$2.7k.8k.\cos C = 49k^2 + 64k^2 - 169k^2$

$\cos C = -\frac{1}{2} \leftrightarrow \hat{C} = 120^0$

leicos7.htm

Num triângulo ABC, $a=\left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)$cm, $b=2.\left(\sqrt{3}-1\right)$cm e A=$60^0$. Calcule o lado **c** e os ângulos B e C. (Usar: $a^2=b^2+c^2-2.b.c.\cos A$) R. c= 2 cm

Resolução:

$\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{sen60^0} = \frac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{senB} \leftrightarrow senB = \frac{sen60^0.\left[2.\left(\sqrt{3}-1\right)\right]}{3\sqrt{2}-\sqrt{6}} \leftrightarrow senB = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\leftrightarrow \hat{B} = 45^0 \ \rightarrow \ 60^0 + 45^0 + C = 180^0 \rightarrow C = 75^0$

Cálculo do lado c: $c^2 = \left[2.\left(\sqrt{3}-1\right)^2 + \left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)^2 - 2.2.\left(\sqrt{3}-1\right)\left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right).\cos 75^0\right]$

c=2 cm

leisecoaárea.htm
Um triângulo tem lados a=6 cm e b=4 cm. Sendo C=45^0, calcular a áárea do triângulo. R. $S=6.\sqrt{2}$ cm

leisecoaárea1.htm

Determine **c** em um triângulo de lados a=b=1 cm e áárea $S=\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm^2, sabendo que o ângulo C agudo. R. C=45^0

leisecos01.htm
(Cesgranrio) Um dos ângulos internos de um paralelogramo de lados 3 e 4 mede 120^0. A maior diagonal desse paralelogramo mede:

a) 5
b) 6
c) $\sqrt{37}$
d) $\sqrt{40}$
e) 6,5

leisecos02.htm
(Mack-SP) Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 8 e 12 e formam um ângulo de 60^0. As diagonais medem:

a) 4 e $4\sqrt{7}$

b) $4\sqrt{7}$ e $4\sqrt{19}$

c) $4\sqrt{7}$ e $4\sqrt{17}$

d) $4\sqrt{17}$ e $4\sqrt{19}$

e) 4 e 4,5

leisecos03.htm
(ITA-SP) Num losango ABCD, a soma das medidas dos ângulos obtusângulos o triplo da soma das medidas dos ângulos agudos. Se a sua diagonal menor mede **d** cm, então sua aresta medir:

a) $\dfrac{d}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

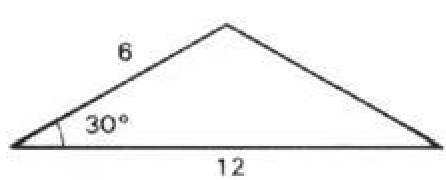
b) $\dfrac{d}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

c) $\dfrac{d}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

d) $\dfrac{d}{\sqrt{3-\sqrt{3}}}$

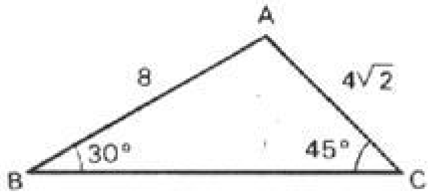
e) $\dfrac{d}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$

leisecos04.htm
(FGV-SP) A áárea do triângulo da figura :



a) 9
b) 10
c) 18
d) 36
e) 40

leisecos05.htm
(FGV-SP) Qual a área do triângulo da figura



a) $\sqrt{2}+1$
b) $\sqrt{3}+1$
c) 4
d) $2.\left(\sqrt{2}+1\right)$
e) 8. $\left(\sqrt{3}+1\right)$

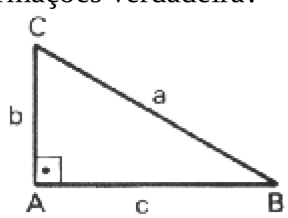
Resolução:

$$A=\frac{1}{2}.8.4\sqrt{2}.sen\left(105^0\right)=16.\sqrt{2}.sen\left(60^0+45^0\right)=16\sqrt{2}.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2}\right)$$

$$A=16\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}.\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)=16.\frac{\sqrt{3}+1}{2}=8\left(\sqrt{3}+1\right)$$

leisecos06.htm
(FGV-SP) Considere o triângulo retângulo da figura seguinte e indique por S a sua área. Qual das seguintes afirmações verdadeira?

a) S=a.senB
b) S= $\frac{a^2.senB}{4}$
c) S= $\frac{b^2.tgC}{2}$
d) S= $\frac{c^2.senA}{2}$
e) S=a.c



Resolução:

$$S=\frac{1}{2}.a.c.senB=\frac{1}{2}.a.(b.tgC).\frac{b}{a}$$

$$S=\frac{b^2.tgC}{2}$$

leisecos07.htm
(PUC-SP) A áárea do triângulo ABC em função da altura h_A e dos ângulos α e β, que ela forma com os dois lados adjacentes, :

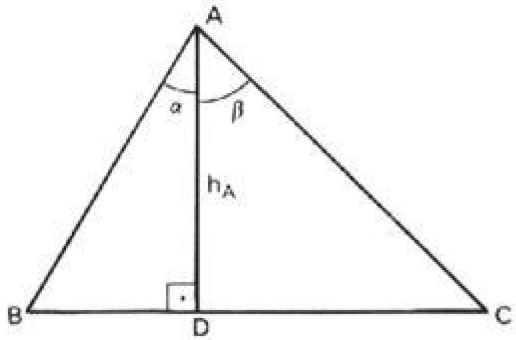
a) $h_A^2.(tg\alpha - tg\beta)$

b) $h_A^2.(tg\alpha + 2tg\beta)$

c) $\frac{h_A^2.(tg\alpha + tg\beta)}{2}$

d) $h_A^2.(tg\alpha + tg\beta)$

e) $\frac{h_A^2.(tg\alpha + tg\beta)}{4}$



leisecos08.htm

(ITA-SP) Num triângulo de lados a=3 m e b= 4 m, diminuindo-se de 60^0 o ângulo que esses lados formam, obtém-se uma diminuição de 3 m^2 em sua área. Portanto, a área do triângulo inicial de:

a) 4 m^2

b) 5 m^2

c) 6 m^2

d) 9 m^2

e) 12 m^2

leisecos09.htm

(PUC-SP) Com os dados da figura, qual o valor de cos ?

a) 0,092
b) 0,125
c) 0,150
d) 0,222
e) 0,375

leisecos10.htm

Num triângulo ABC, o ângulo B=105 , $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $c = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. Calcule as medidas dos ângulos A e ângulo C.

leisecos11.htm

Num triângulo ABC, $\hat{B} = 60^0$, $\hat{C} = 45^0$ e $c = \sqrt{2}$. Calcule a medida de b.

leisecos12.htm

Num triângulo ABC, a=3, b=1 e $\hat{C} = 60^0$. Calcular o lado c.

leisecos13.htm

Num triângulo ABC, o lado a=2, o lado $c = \sqrt{3} - 1$ e o lado $b = \sqrt{2}$. O ângulo B desse triângulo igual a:

a) 30^0
b) 45^0
c) 75^0
d) 105^0
e) 150^0

leisecos14.htm
Num triângulo ABC, a=2 cm, b=4 cm e A=30^0. Calcular a medida do ângulo B. R. B=90^0

leisecos15.htm
Um triângulo ABC está inscrito em um círculo de 3 cm de raio. Sabendo que o triângulo tem o lado **a** medindo 3 cm, determinar a medida do ângulo A. Resp. 30^0 ou 150^0

leisecos16.htm

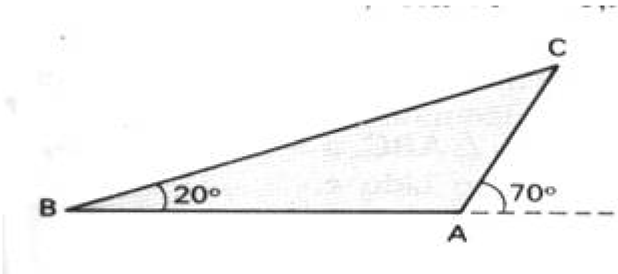
Num triângulo ABC, temos b=$2\sqrt{2}$ cm, B=30^0 e C=75^0. Calcule o lado **a** e o ângulo A. Resp. $a = 2.\left(1 + \sqrt{3}\right)$cm

leisecos17.htm
Calcule os lados **a** e **c** do triângulo ABC, sabendo que A=120^0, B=45^0 e b=8 cm. Resp. $c = 4.\left(\sqrt{3} - 1\right)$cm

leisecos18.htm
Calcule o raio do crculo no qual est inscrito um triângulo ABC de lado a=12 cm e ângulo A=30^0. (Lembre-se que $\frac{a}{senA} = 2.R$) Resp. R=12 cm

leisecos19.htm

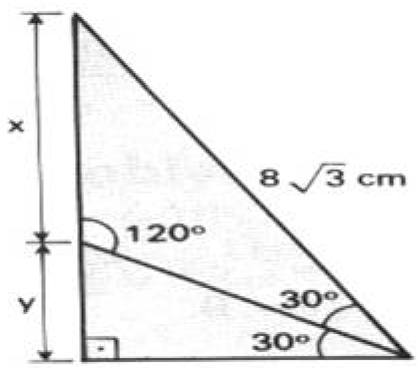
Calcule o perímetro do triângulo da figura, com aproximação de 0,01. (Dados: AB=10 cm; sen70^0=0,94; sen50^0 =0,77). Resp. 2p= 26,63 cm



Resolução:

leisecos20.htm
Determine a medida do lado **a** de um triângulo inscrito em um círculo cujo diâmetro mede 60 cm, sabendo que A=60^0. Resp. $a = 30.\sqrt{3}$ cm

leisecos21.htm
Calcule **x** e **y** com base nos dados da figura: Resp. x=8 cm e y= 4 cm



Resolução:

$$\cos 30^0 = \frac{x+y}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x+y=12$$

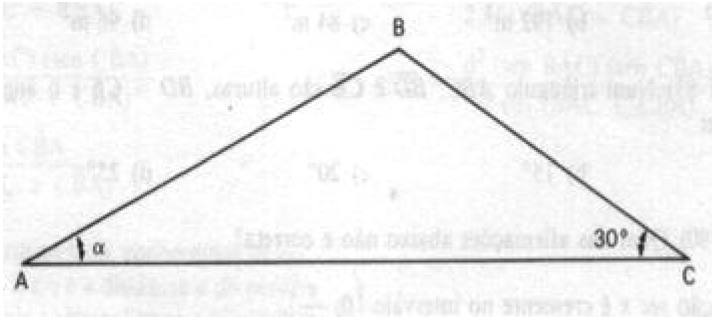
$$\textit{Lei dos cossenos do triângulo isósceles}: \left(8\sqrt{3}\right)^2 = x^2 + x^2 - 2.x.x.\cos 120^0$$

$$64.3 = 2x^2 + 2x^2.\frac{1}{2} \leftrightarrow 3x^2 = 3.64 \leftrightarrow x^2 = 64 \leftrightarrow x = 8$$

$$\textit{Como } x+y=12 \rightarrow y=4$$

leisecos22.htm
Na figura, AB=3 e BC=2. A $\operatorname{cosec}\alpha$:

a) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$
d) 2
e) 3 *



Resolução:

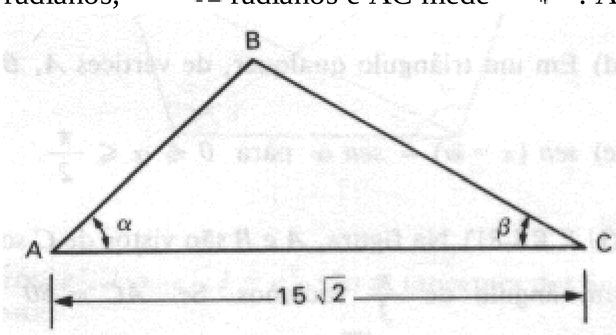
$$\frac{3}{sen30^0}=\frac{2}{sen\,a}\leftrightarrow\frac{3}{1/2}=\frac{2}{sen\,a}\leftrightarrow sen\,a=\frac{1/2x2}{3}=\frac{1}{3}$$

$$A\ \text{cossecante de}\ a:\ \ cosec\,a=\frac{1}{sen\,a}=\frac{3}{1}=3$$

leisecos23.htm

Na figura, $\alpha=\frac{\pi}{6}$ radianos, $\beta=\frac{\pi}{12}$ radianos e AC mede $15\sqrt{2}$. A distância de B a C :

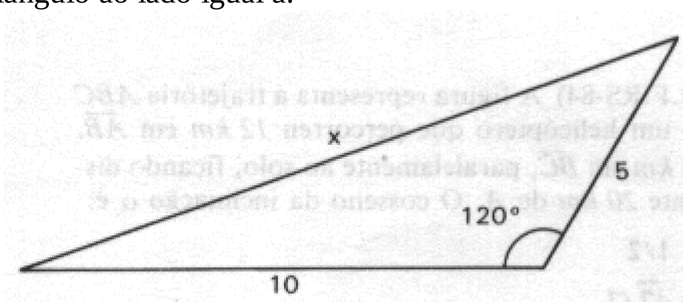
a) 10
b) $10\sqrt{6}$
c) 15 *
d) $15\sqrt{2}$
e) $15\sqrt{3}$



leisecos24.htm

O valor de **x** no triângulo ao lado igual a:

a) $5\sqrt{2}$
b) $5\sqrt{3}$ *
c) $5\sqrt{5}$
d) $5\sqrt{7}$
e) $5\sqrt{10}$



Resolução:

$$x^2=5^2+10^2-2.5.10\cos120^0$$

$$x^2=125+100.\frac{1}{2}=175\rightarrow x=\sqrt{5^2.7}=5\sqrt{7}$$

leisecos25.htm

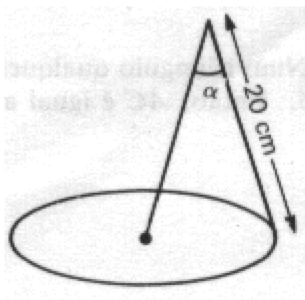
Um triângulo ABC tal que AB=AC=4. Se o ângulo A=120^0, a medida do lado BC :

a) $3\sqrt{3}$
b) $4\sqrt{3}$ *
c) $5\sqrt{3}$
d) $6\sqrt{3}$
e) $8\sqrt{3}$

leisecos26.htm

Para traçar uma circunferência de 40π cm de comprimento usa-se um compasso com pernas de 20 cm cada. O ângulo α de abertura do compasso deve ser:

a) 45^0
b) 50^0
c) 55^0
d) 60^0 *
e) 75^0



Resolução:

Comprimento da circunferência: $C = 2.p.r = 40p \leftrightarrow r = 20cm$ logo o ângulo $a = 60^0$.

leisecos27.htm

Num triângulo ABC, os segmentos BC e CE são alturas, BD=CE e o ângulo A=40^0. O ângulo CBD vale:

a) 10^0
b) 15^0
c) 20^0 *
d) 25^0
e) 30^0

leisecos28.htm

A figura representa a trajetória ABC de um helicóptero que percorreu 12 km em AB, 14 km em BC, paralelamente ao solo, ficando distante 20 km de A. O cosseno da inclinação α :

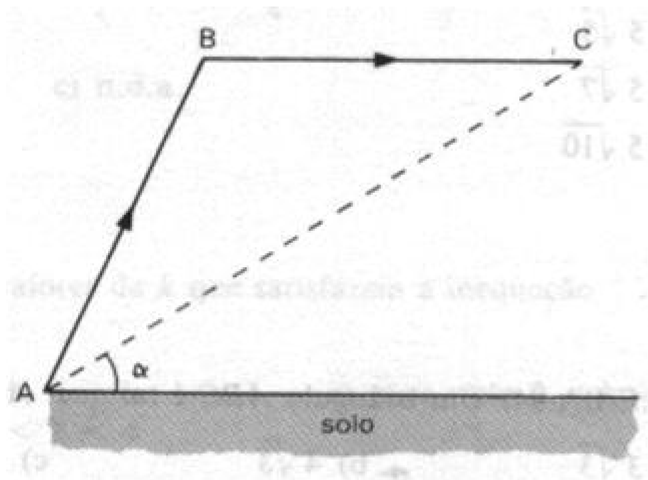
a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{59}{70}$

d) $\frac{113}{140}$ *

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Resolução:

$$12^2 = 14^2 + 20^2 - 2.14.20.\cos a \rightarrow \cos a = \frac{113}{140}$$

leisecos29.htm

Num triângulo ABC, tem-se que a medida do ângulo de vértice A 60^0, AB=4 e BC=$2\sqrt{6}$. Então, AC igual a:

a) $2+2\sqrt{3}$ *

b) $2\sqrt{3}-2$

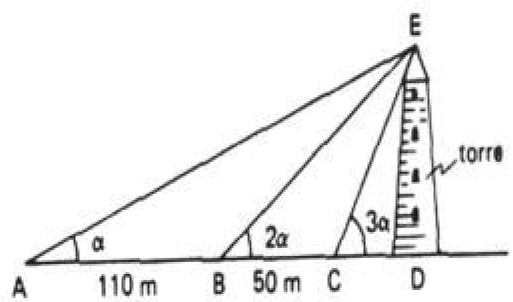
c) $\sqrt{3}+1$

d) 3

e) 2

leisecos30.htm

7. O ângulo sob o qual um observador vê uma torre duplica pelo fato de ter-se aproximado 110 m e triplica quando ele se aproxima mais 50 m. Calcule a altura da torre.



leisecosaárea2.htm

Num triângulo issceles, $a=\sqrt{3}$, b=1 e A=120^0. Determine os ângulos B e C, o lado **c** e a área desse triângulo. R. B=C=30^0 e **c=1**

leisecosaárea3.htm

Calcule a área do triângulo ABC, sabendo que a=3 cm, b=2 cm e C=45^0. R. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm^2

leisecosaárea4.htm

Sendo $a = (1+\sqrt{3})$cm, b= 2 cm e C=30^0, calcule a área do triângulo ABC.

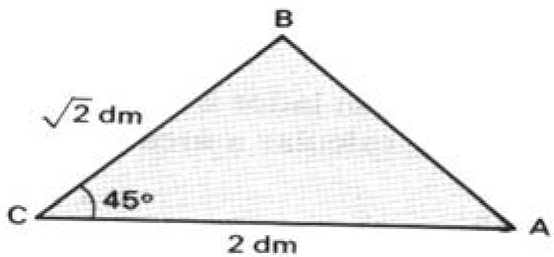
R. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ cm^2

leisecosaárea5.htm

Num triângulo ABC, $a = \sqrt{2}$ m, $b = (\sqrt{6} - \sqrt{2})$m e $senC = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. Calcule a área desse triângulo. R. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m^2

leisecosaárea6.htm

Calcule a área do triângulo ABC da figura: ® 1 dm^2



Resolução:

$$Area = \frac{1}{2}.2.\sqrt{2}.sen45^0 = \frac{1}{2}.2.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = 1dm$$

leisecosaárea7.htm

O triângulo ABC tem lados a=3 e b=2 e o ângulo C mede 30^0. Se triplicarmos o ângulo C, o que acontecer com a área do triângulo.

Resp. S_1=3/2 e S_2=3, portanto a área do triângulo duplica.

leisecosaárea8.htm

A área de um triângulo ABC $8\sqrt{3}$ cm^2. Calcule as medidas do ângulo A e do lado **a**, sabendo que b=8 cm e c=4 cm. R. Para A=60^0 temos $a = 4\sqrt{3}$ cm; para A=120^0, temos $a = 4\sqrt{7}$ cm.

leisecosaárea9.htm

No triângulo da figura, o valor do $\cos\alpha$, :
a)

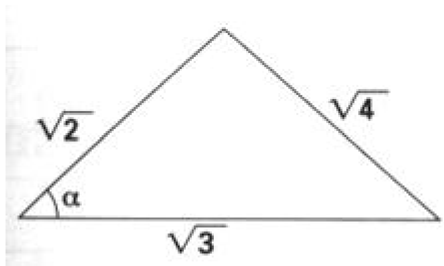
a) $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$ *

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

e) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$



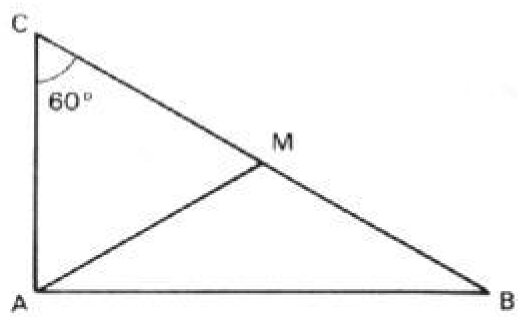
razaotrigo17.htm

Resolução:

$$\left(\sqrt{4}\right)^2 = 2 + 3 - 2.\sqrt{2}.\sqrt{3}.\cos a \leftrightarrow 2\sqrt{6}\cos a = 1 \leftrightarrow \cos a = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

(Mack-SP) Sabendo-se que, na figura, BA $\perp$ CA, o ângulo C=60^0, MB=MC e AB= 12 cm, então:

a) **AM=4**$\sqrt{3}$ m
b) AM=6 m
c) AM=7,5 m
d) 6$\sqrt{3}$ m
e) 8 m



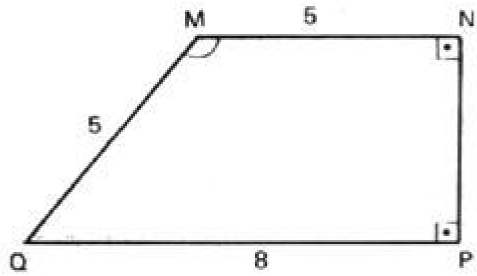
Resolução:

$$\cos 30^0 = \frac{12}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow BC = \frac{24}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$, M é ponto médio da hipotenusa,

logo AM é a mediana, assim: AM=MC=MB= $4\sqrt{3}$.

razaotrigo22.htm

(Cesgranrio) O trapézio retângulo MNPQ tem as medidas indicadas na figura. O cosseno do ângulo QMN vale:



a) $-\frac{3}{5}$

b) $-\frac{4}{5}$

c) -1

d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Resolução:

NP=4; usando o teorema de Pitágoras: $QN^2=8^2+4^2$ **à** $QN = 4\sqrt{5}$

$\cos a = ?$

$$2.5.5.\cos a = -(4\sqrt{5})^2 + 5^2 + 5^2 \leftrightarrow 50\cos a = -30 \leftrightarrow \cos a = -\frac{30}{50} = -\frac{3}{5}$$

razaotrigo23.htm

(Cesgranrio) Em um triângulo ABC, o lado AB=3, o lado BC=4 e o ângulo $B=60^0$. O lado AC mede:

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{13}$

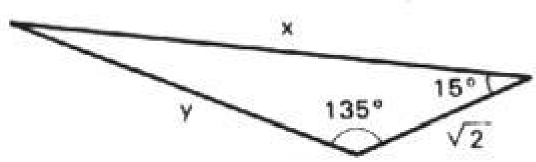
c) $2\sqrt{3}$

d) 5

e) $\sqrt{37}$

CÃ³digo: razaotrigo24.htm

(Univ.Fed. GO) No triângulo abaixo, os valoes de x e y, nesta ordem, são:



a) 2 e $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{3}-1$ e 2

c) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$

d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}$ e $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

e) 2 e $\sqrt{3}-1$

Resolução:

$$\frac{\sqrt{2}}{sen30^0} = \frac{x}{sen135^0} = \frac{y}{sen15^0}$$

$$\frac{x}{sen135^0} = \frac{\sqrt{2}}{1/2} \leftrightarrow \frac{x}{sen45^0} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \leftrightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2} \leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}.2\sqrt{2} = 2$$

$$\frac{y}{sen15^0} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \leftrightarrow \frac{y}{sen\left(45^0 - 30^0\right)} = 2\sqrt{2} \leftrightarrow \frac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$y = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right) = \frac{\sqrt{12} - 2}{2} = \frac{2\sqrt{3} - 2}{2} = \sqrt{3} - 1$$

razaotrigo25.htm

(ITA-SP) Os lados de um triângulo medem **a, b** e **c** centímetros. Qual o valor do ângulo interno deste triângulo , oposto ao lado que mede **a** centímetros, se forem satisfeitas as relações: 3a=7c e 3b=8c.

a) 30^0

b) 45^0

c) 60^0

d) 120^0

e) 135^0