$\boxed{\textbf{P.A. x Função Afim}}$

Nosso objetivo neste texto é provar que dada uma **P.A.** $a_1, a_2, ..., a_n, ...$, qualquer, de razão r, existe uma **função afim** f tal que $f(n) = a_n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$[1].

Seja $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ uma **P.A.** qualquer de razão r. Assim, o termo geral desta **P.A.** é dado por $a_n = (n-1)r \; + \; a_1$. Agora nosso trabalho ficou fácil, pois o que queremos é uma função (**afim**)f na qual $f(n) = a_n \,, \forall\, n \in \mathbb{N}$, ou seja, que $f(n) = (n-1)r \; + \; a_1 \,, \forall\, n \in \mathbb{N}$. Então, basta definir uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ por

$$f(x) = r(x-1) + a_1 \,, \forall\, x \in \mathbb{R}\,, \text{ isto é, } \; f(x) = rx + (a_1 - r)\,, \forall\, x \in \mathbb{R}$$

Claramente, a função f definida por $f(x) = rx \; + \; (a_1 - r)$ é uma **função afim** cuja *taxa de variação*[2] (ou *taxa de crescimeto*) é igual a r e de *valor inicial* igual a $a_1 - r$. Além disso, temos que:

$$\begin{array}{rcl} f(1) & = & 1r + (a_1 - r) = a_1 \\ f(2) & = & 2r + (a_1 - r) = a_1 + r = a_2 \\ f(3) & = & 3r + (a_1 - r) = a_1 + 2r = a_3 \\ \vdots & & \\ f(n) & = & nr + (a_1 - r) = a_1 + (n-1)r = a_n \\ \vdots & & \end{array}$$

E isto finaliza nossa prova!

Pergunta: Dada uma P.A., existe uma ÚNICA[3] **função afim** com a propriedade acima?

Obs.: (i) Veja também Função Afim & P.A. em Desafios

(ii) Caso tenha alguma dúvida, ou queira enviar resposta à pergunta acima, você pode escrever para o endereço: aulas.mat@gmail.com

[1] $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...n, ...\}$

[2] não gosto de usar o termo *coeficiente angular* (usado na maioria dos livros texto do ensino médio) em funções afins!

[3] no sentido: se existe uma outra **função afim** g definida por $g(x) = ax + b$ tal que $g(n) = a_n \,, \forall\, n \in \mathbb{N}$, então $a = r$ e $b = a_1 - r$, ou seja, f e g são iguais.