1. $y(x) = ce^{(x+1)^2}$ é uma solução de $\frac{dy}{dx} = 2(x+1)y = F(x,y)$ se $\forall x$, $y'(x) = F(x, y(x))$, ou seja $y'(x) = 2(x+1)ce^{(x+1)^2}$.
   De fato, fazendo $u = (x+1)^2$ então $u' = 2(x+1)$ e portanto
   $y'(x) = (ce^u)' = ce^u u' = ce^{(x+1)^2} 2(x+1) = 2(x+1)ce^{(x+1)^2}$.
   $c =?$ tal que $y(1) = 1$
   $1 = y(1) = ce^{(1+1)^2} = ce^4$
   Portanto, $c = \frac{1}{e^4}$ e daí a solução procurada é $y(x) = \frac{1}{e^4}e^{(x+1)^2} = e^{(x+1)^2-4}$

2. (a)
$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{3xy+4x+5}{x+xy^2+10} = \frac{0+4+5}{1+0+10} = \frac{9}{11}$$

   (b)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} sen\left(\frac{2x+8y^2}{x+y+1}\right) = sen\left(\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x+8y^2}{x+y+1}\right) =$$
$$= sen\left(\frac{0+0}{0+0+1}\right) = sen(0) = 0$$

   (c)
$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2-4y^2}{x-2y} = \frac{1-4}{1-2} = \frac{-3}{-1} = 3$$

3. Se tal função fosse contínua em (0,0), então $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{y^2} = 3$. Mostremos que há uma curva $(x(t), y(t))$ em $\mathbb{R}^2$ tal que $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x(t)}{y^2(t)} \neq 3$:
   Seja $(x(t), y(t)) = (t^2, t)$. Então,
   $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x(t)}{y^2(t)} = \lim_{t\to 0} \frac{t^2}{t^2} = \lim_{t\to 0} 1 = 1 \neq 3$. Isto mostra que f não é contínua em $(0,0)$.

4. $f(x,y) = 4x^2y$

   (a) $\frac{\partial f}{\partial x} = 4y(x^2)' = 4y2x = 8xy$

   (b) $\frac{\partial f}{\partial y} = 4x^2y' = 4x^2$

   (c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(8xy) = 8y$

   (d) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}(4x^2) = 0$

   (e) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}(4x^2) = 8x$

   (f) $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial y}(8xy) = 8x$

(g) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 8 \cdot 1 = 8$;

$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(2,1) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 8 \cdot 2 = 16;$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 0$

Portanto a matriz procurada é:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(2,1) & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

(h) $\frac{\partial f}{\partial x} = 8xy$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = 4x^2$ são funções contínuas e portanto f é diferenciável, cuja diferencial é $Df = (8xy \quad 4x^2)$

5. Observe que $F(t) = f(x(t), y(t)) = 3 \cdot x(t) + y^2(t) = 3cos(t) + sen^2(t)$. Assim

$$\begin{aligned} F'(t) &= 3(cos(t))' + (sen^2(t))' \\ &= 3(-sen(t)) + 2sen(t)(sen(t))' \\ &= -3sen(t) + 2sen(t)cos(t) \end{aligned}$$