

Figura 3.9. Imagini ale eKo-nodului eN2100.

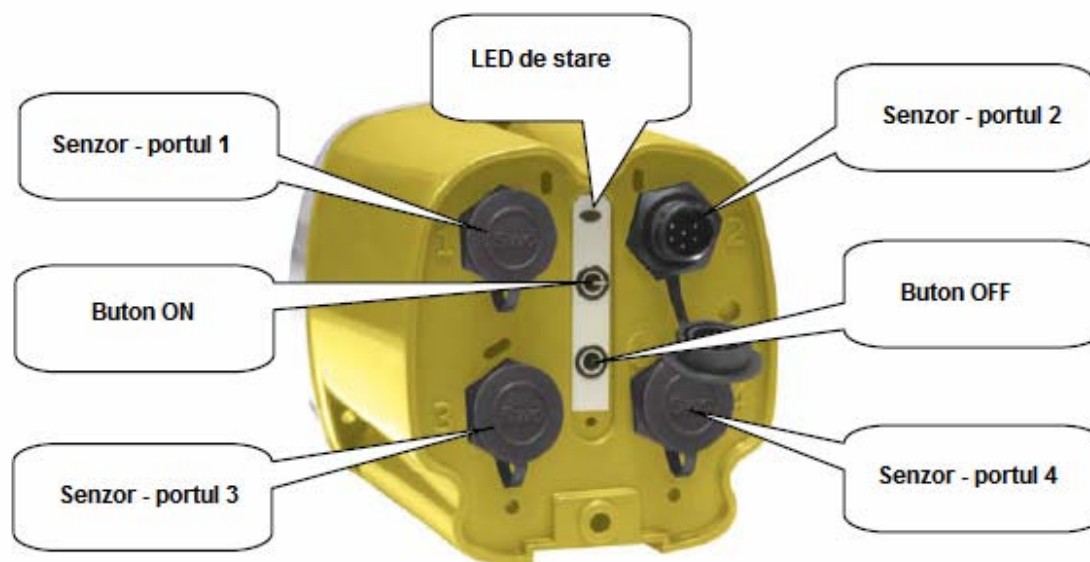


Figura 3.10. Baza eKo-nodului eN2100.

Pentru a rezuma, componentele principale ale eKo-nodului sunt următoarele:

- 4 porturi pentru conectare de eKo-senzori; acestea suportă orice combinație de eKo-senzori eS1101 sau eS1201;
- modul de comunicație radio IRIS 2.4 GHz, programat și configurat cu protocolul de rețea de mică putere, Crossbow Xmesh;
- antena dipol de 2.4 GHz;
- lăcaș pentru 3 acumulatori NiMH AA. Bateriile sunt livrate complet încărcate și pot alimenta unitatea pentru 3-4 luni, fără lumina solară;

- celulă solară și circuit de reîncărcare;
- aparate locale (*on-board*) de măsurare a temperaturii și tensiunii celulei solare, precum și a tensiunii bateriei;
- buton pornit-oprit;
- diodă LED de stare, multicoloră;
- carcasă rezistentă la apă, cu dispozitiv de prindere.

3.3.2. EKo-senzorul eS1101, de umiditate și temperatură în sol

EKo-senzorul eS1101 conține un traductor de umiditate a solului (de tip Watermark) și unul de temperatură a solului, integrați pe același conector, așa cum este ilustrat în **Figura 3.11**. La un eKo-nod pot fi conectați până la 4 eKo-senzori eS1101, pentru măsurarea umidității solului la adâncimi diferite. Traductorul Watermark furnizează valori precise între 0 și 200 centibari. Acest domeniu acoperă gama de umidități necesară în agricultură, unde se folosesc sisteme de irigații. Traductorul funcționează cu precizie chiar și în solurile argiloase. El măsoară tensiunea de extragere a apei din sol, reprezentând efortul care îi necesar rădăcinii plantei pentru extragerea apei din sol. Cu cât solul este mai uscat, cu atât valoarea indicată este mai mare. Prin monitorizarea senzorului între etapele de irigație, se poate calcula rata cu care are loc uscarea solului.

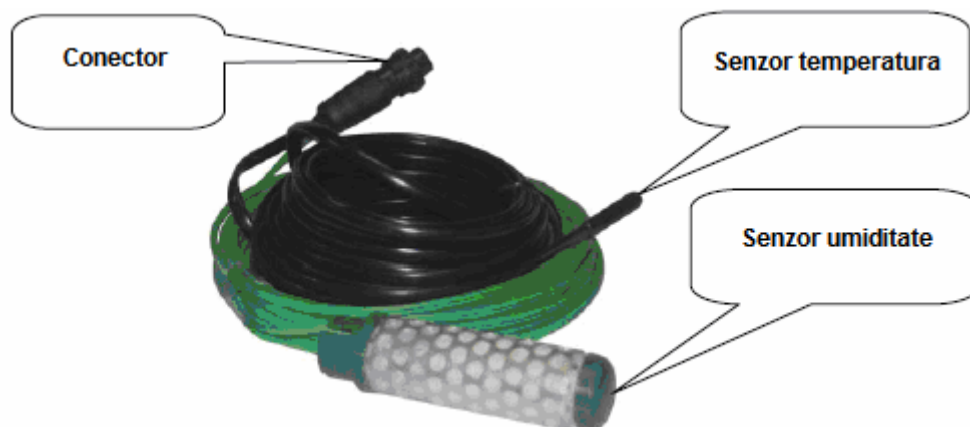


Figura 3.11. EKo-senzorul eS1101 de temperatură și umiditate în sol.

3.3.3. EKo-senzorul eS1201, de umiditate și temperatură în mediul ambiant

EKo-senzorul eS1201 (ilustrat în **Figura 3.12**) măsoară umiditatea relativă și temperatura aerului din mediul ambiant.

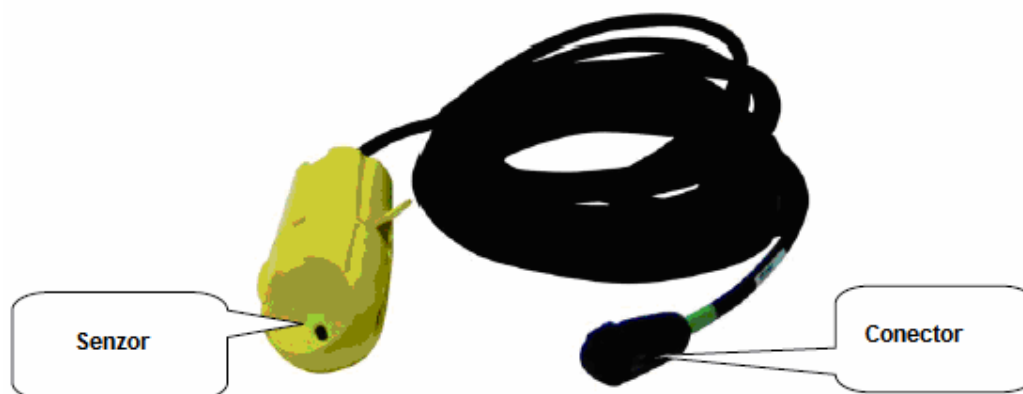


Figura 3.12. EKo-senzorul eS1201 de temperatură și umiditate în mediul ambiant.

Aceste date sunt folosite și pentru calcularea *punctului de rouă* [NDS07]. Carcasa senzorului îl protejează de șocuri mecanice, iar filtrul cu membrană protejează elementele

sensibile de praf, murdărie și apă. Pentru a asigura date corecte, eKo-senzorul eS1201 trebuie ferit de lumina solară directă și de alte surse de radiație solară reflectată. Acest eKo-senzor folosește un circuit integrat într-un singur cip pentru măsurarea ambelor valori și generează o ieșire digitală calibrată.

3.3.4. Puntea de legătură (gateway) eG2100 și stația radio eB2110

Puntea de legătură (gateway), ilustrată în stînga **Figurii 3.13**, are următoarele sarcini:

- controlează stația radio;
- rulează aplicația de rețea Crossbow Xserve;
- furnizează serviciile web pentru monitorizarea de la distanță a datelor și stării rețelei;
- conectează stația radio eB2110 printr-un cablu USB și un switch Ethernet printr-un cablu UTP cu conector RJ45.



Figura 3.13. Puntea de legătură eG2100 (stînga) și baza radio eB2110 (dreapta).

Statia radio eB2110 este un modul de comunicație radio cu procesor de 2.4 GHz din familia IRIS. Ea are rolul de a administra rețeaua de eKo-noduri și transmite toate mesajele radio din rețea către puntea de legătură eG2100.

3.4. Cîteva detalii privind măsurarea temperaturii și umidității din sol

Pentru a putea iniția măsurarea temperaturii și a umidității din sol cu ajutorul eKo-senzorului eS1101, acesta trebuie pregătit și instalat. Pregătirea constă în umezirea eKo-senzorului de umiditate, iar instalarea presupune săparea unui orificiu în sol, la adîncimea dorită pentru măsurare. Acesta se umple cu apă și eKo-senzorul de umiditate se introduce cu vîrf în jos. Orificiul se astupă cu pămînt, pînă cînd senzorul este acoperit cîteva centimetri. EKo-senzorul de temperatură se amplasează lîngă cel de umiditate. Se continuă apoi acoperirea cu pămînt, pînă cînd ambii senzori sunt astupați.

Pentru solurile aride sau cele formate din pietriș, este necesară un orificiu mai mare, pentru a nu deteriora membrana senzorului de umiditate. În acest caz, după săparea la adîncimea dorită, orificiul se umple cu o pastă formată din pămînt și apă. Cei doi senzori se amplasează apoi ca mai înainte. Este important ca, la instalare, sonda de umiditate să nu fie uscată, ci umedă, deoarece se pot înregistra mari erori de măsurare.

Traductorul Watermark este fabricat din părți necorozive, care au o durată de viață de 4 ani. Odată ce senzorii sunt instalați, nu mai este nevoie de întreținerea lor. În cazul recoltelor permanente (de exemplu, de pomi fructiferi sau de viță de vie), senzorii pot fi lăsați în pămînt și peste iarnă. În cazul recoltelor anuale, unde sunt necesare anumite

operații asupra solului, este necesară evacuarea senzorilor înainte de a strânge recolta. După extragerea din pământ, eKo-senzorii se curăță și se depozitează într-un spațiu uscat.

Traductorul Watermark este format din doi electrozi concentrici, acoperiți de un material special, într-un suport de oțel inoxidabil. Materialul acoperitor a fost special ales pentru a permite senzorilor să citească cât mai bine modificările rezistivității electrice din pământ. Umiditatea din sol este permanent absorbită sau degajată din senzor. Pe măsură ce solul se usucă, umiditatea din senzor scade și rezistența electrică dintre electrozi crește.

Interesant este faptul că, deși traductorul Watermark are în componența sa calcar, cu rolul de a acționa ca un tampon pentru efectele nivelelor de salinitate ce se găsesc în mod normal în culturile agricole irigate, el nu se dizolvă în sol ca un bloc de calcar. Mai mult, el nu este afectat de îngheț, putând astfel rămâne în pământ și pe perioada iernii, în zonele cu climat rece.

Traductorul Watermark măsoară tensiunea sau absorbția apei din sol, ca indicator direct al efortului depus de rădăcina unei plante pentru a extrage apa din sol. Cu cât solul este mai uscat, cu atât valoarea citită de senzor va fi mai mare. Monitorizând datele furnizate între irigații, se poate măsura rata de uscare a solului. Această „rată de schimbare” este la fel de importantă ca și citirea datelor în sine, pentru determinarea momentului optim de irigare.

Figura 3.14 ilustrează maniera în care este afectată capacitatea solului de a reține apa, în funcție de tipul său.

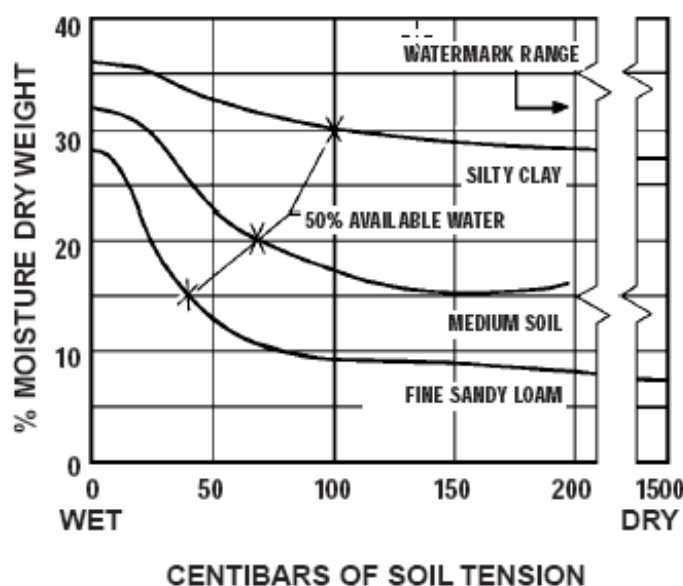


Figura 3.14. Variția umidității din sol în raport cu tensiunea acestuia, pentru diferite tipuri de sol.

Astfel, solul argilos reține mai multă apă decât solul nisipos. Plantele nu pot acumula întreaga umiditate reținută în sol, ci doar pe cea din porțiunea disponibilă. Rezultă că regula generală privind irigarea ar trebui să fie următoarea: aceasta trebuie începută înainte ca disponibilitatea de golire să atingă 50%. Figura 3.14 indică poziția procentajului de 50% din umiditatea diferitelor tipuri de soluri pe curbele de variație.

Se poate considera că nivelul de 50% al unui sol de tip mediu ar trebui să corespundă unei tensiuni cuprinse între 60-70 centibari. În timpul determinării punctului propriu al irigării trebuie ținut cont de tipul solului, tipul culturii și metoda de irigare. Culturi mai sensibile pot necesita o irigare mai deasă, în timp ce plantații mai puțin sensibile la secetă pot necesita o irigare mai rară. Deoarece suprafețele irigate permit o reținere a apei în mod diferit, trebuie luat în considerare și modul în care sistemul reacționează pentru a evita umiditatea crescută, fenomen ilustrat de graficele din Figura 3.15.

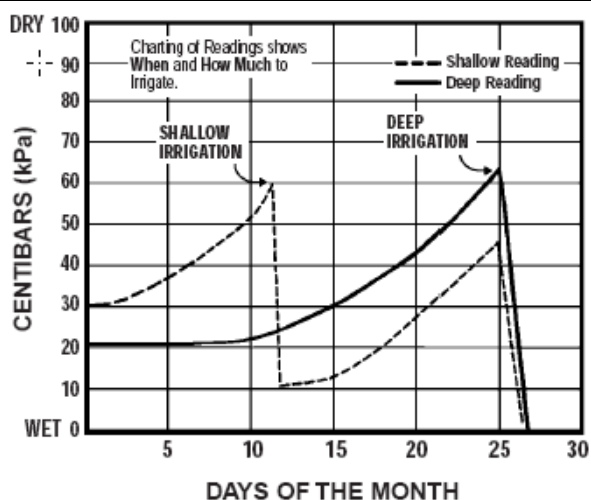


Figura 3.15. *Variția tensiunii din sol în raport perioadele de irigare, pe durata unei luni de zile.*

Tipul culturii, al solului și metoda de irigare sunt esențiale pentru orice sistem agricol eficient. Cu eKo-senzorul eS1101 amplasat atât la suprafața solului cât și în profunzime, înregistrarea datelor va indica dacă umiditatea este la suprafața sau în adâncimea culturii. Dacă, de exemplu, înregistrarea de la suprafață atinge 60 de centibari și cea din profunzime 10 centibari (de 6 ori mai umed), atunci se va iriga suficient de mult, astfel încât la nivelul eKo-senzorului de suprafață să se atingă umiditatea dorită. Dacă datele înregistrate sunt inversate, cu 10 centibari la suprafață și 60 de centibari la adâncime (de 6 ori mai uscat), este necesară de 6 ori mai multă apă.

3.5. Cîteva detalii privind măsurarea temperaturii și umidității din mediul ambiant

EKo-senzorul de umiditate și temperatură eS1201 pentru mediul ambiant furnizează datele care pot fi folosite și pentru calcularea *punctului de rouă* [NDS07]. Carcasa senzorului îl protejează de defecțiuni mecanice, iar membrana filtrului îl protejează de praf, pământ și apă.

Pentru acuratețea măsurării temperaturii și umidității aerului în mediul ambiant, nu este indicată expunerea eKo-senzorului direct la lumina soarelui sau la alte surse de căldură reflectată sau radiată. Pentru protejarea lui, se poate folosi un scut comercial solar (de exemplu, elementul Davis 7714 sau scuturi mai ieftine – tuburi de PVC). O soluție de protejare alternativă se obține prin amplasarea eKo-senzorului într-o zonă umbră, de așa natură încât deschizătura să fie orientată în jos. Dacă este posibil, amplasarea eKo-senzorului ar trebui să fie la cel puțin 12-13 cm depărtare de orice suprafață expusă la lumina soarelui, care poate încălzi aerul din imediata apropiere. Este de asemenea recomandată limitarea expunerii senzorului cerului liber noaptea. Cele mai bune zone de amplasare a eKo-senzorului sunt cele care rămân uscate dimineața după rouă.

EKo-senzorul eS1201 este destinat măsurării temperaturilor cuprinse între -40°C și $+60^{\circ}\text{C}$. De aceea, amplasarea senzorului în zone cu temperaturi din afara acestui interval poate conduce la măsurări eronate sau chiar deteriorarea ireversibilă a acestuia.

Spre deosebire de eKo-senzorul destinat solului, acesta folosește un singur cip care include circuite integrate pentru măsurarea simultană a umidității și temperaturii relative, generînd astfel o ieșire digitală calibrată. Dispozitivul include un polimer capacitiv pentru măsurarea umidității relative și un element bipolar pentru măsurarea diferenței de temperatură. Ambii traductori (temperatură și umiditate) sunt cuplați la un convertor analog-digital pe 14 biți.

Aerul din mediul ambiant reține întotdeauna umiditatea. Numărul de molecule de apă din aer poate varia substanțial. De exemplu, aerul poate fi uscat ca în deșert sau poate

avea umiditatea de la tropice. Există o limită superioară pentru cantitatea de umiditate pe care aerul o poate reține la o anumită temperatură. Peste această limită, apare saturația. Dacă, din anumite motive, nivelul de umiditate ajunge la această limită, apare condensul manifestat prin picături de apă. Umiditatea relativă indică ce procent din umiditatea maximă este prezentă în aer. În contrast cu umiditatea relativă, umiditatea absolută indică valoarea absolută a umidității din aer, fără a ține cont de nivelul de saturație (exprimat ca masa totală de molecule de apă raportat la volumul de aer). Dacă temperatura crește sau scade într-un sistem închis, presiunea vaporilor de saturație va crește sau va scădea. Ca urmare, umiditatea relativă va scădea sau va crește.

Punctul de rouă este definit ca temperatura la care umiditatea prezentă în aer începe să favorizeze fenomenul de condens. El poate fi calculat folosind umiditatea relativă și temperatura din aer pe post de intrari.

Graficele din **Figura 3.16** ilustrează caracteristicile (neliniare ale) traductorului de umiditate-temperatură din aer. În partea de jos este trasată și curba de precizie a măsurării punctului de rouă, la temperatura standard de 25°C. Se observă că umiditatea este măsurată cu o eroare de $\pm 2\%$ pe o plajă foarte largă (de la 10% la 90%). Precizia temperaturii este foarte bună între 0°C și 40°C (cu o eroare de sub 0.5°C). Curba neliniară a preciziei punctului de rouă este o consecință a curbelor ce o preced.

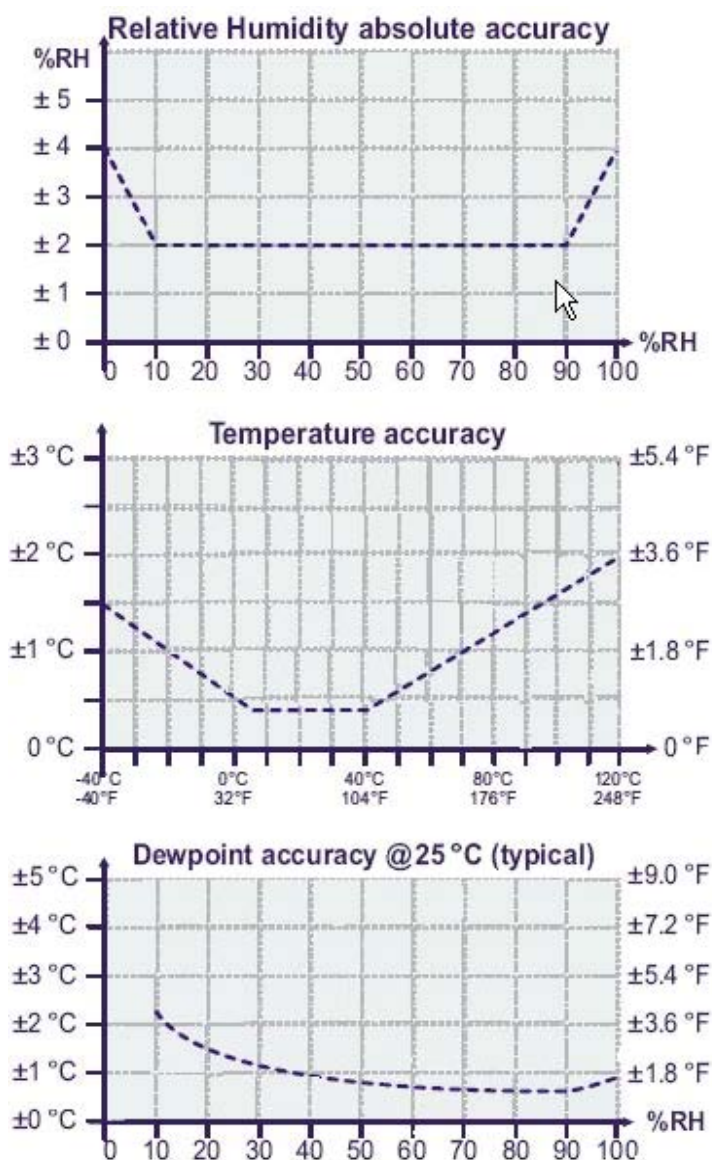


Figura 3.16. Curbele de precizie ale eKo-senzorului eS1201.
Sus: umiditatea relativă. Mijloc: temperatura. Jos: punctul de rouă la 25°C.

4. Modele clasice de predicție ale seriilor de timp

Din punct de vedere software, obiectivul principal al acestei etape a fost acela de a implementa modele de predicție clasice asociate unor fenomene naturale afectate de perturbații stocastice (numite ad hoc *processe stocastice*). Ele sunt descrise în cadrul a două secțiuni, începând cu aceasta. În această secțiune, discuția se axează pe modele de tip auto-regresiv. În secțiunea următoare, sunt descrise modele cu reprezentare pe stare.

Tradițional, modelul de predicție auto-regresiv cel mai utilizat apelează la un filtru de date avînd doar poli [TeSt85], [SoSt89], [SMS04], [SCS05]. În urma cercetărilor, a rezultat însă că un model de predicție mai precis este cel în care filtrul are și zerouri. Ambele tipuri de modele de predicție sunt descrise în continuare. Totodată, o clasă de algoritmi de predicție optimali și rapizi asociați modelelor auto-regresive au fost implementați folosind calculatorul portabil. Performanțele lor sunt comparate în cazul unor serii de timp reale, iar rezultatele sunt prezentate în finalul raportului de cercetare.

4.1. Fenomene stocastice, serii de timp și modele clasice de predicție

Una dintre problemele actuale care provoacă știința și tehnologia la o cercetare asiduă este aceea predicției și (eventual) prevenției de catastrofe naturale sau de schimbări bruște ale unor fenomene, înainte de apariția acestora. Aria de fenomene care necesită predicție s-a diversificat mult față de deceniile trecute. Dacă, în mod tradițional, erau prognozate numai fenomene climatice obișnuite (variația condițiilor meteorologice), activitatea vulcanilor și (cu mare dificultate) activitatea seismică, interesul s-a lărgit în primul deceniu al mileniului III și la alte fenomene. De exemplu, în ecologie, prognozele tind să însoțească activitățile de monitorizare a factorilor de mediu (în special de poluare și eroziune a solului). Un alt exemplu poate fi extras din economie, unde predicția de capital pe diferite piețe, a ratelor de schimb dintre diferite monezi, a ratei de șomaj, a veniturilor populației, etc., începe să devină indispensabilă. În medicină, este adesea importantă predicția evoluției unei maladii sau boli în rîndul populației, a consumului de medicamente sau de droguri, a stării de sănătate a populației, etc. În astronomie, se predictează numărul de pete solare observate, activitatea radio a Cosmosului, evoluția strălucirii stelelor (albedo), etc. Exemplele pot continua. Toate aceste fenomene au în comun proprietatea de a furniza date care pot fi măsurate în timp, adică *serii de timp*.

Seriile de timp codifică în manieră numerică informații referitoare la dinamica ce guvernează evoluția fenomenelor lor de proveniență. Decodificarea acestei informații este esențială în scopul realizării de prognoze precise, dar constituie un obiectiv destul de dificil de atins. Impedimentul major îl constituie faptul că datele măsurate sunt afectate de perturbații stocastice numite *zgomote*. Acestea au naturi diferite și provin atît din mediul înconjurător specific fenomenului observat, cît și din interiorul fenomenului însuși. Maniera în care zgomotele corup informația de dinamică a unui fenomen este necunoscută, ridicînd gradul de dificultate al problemei de predicție.

Evoluția în viitor a unui fenomen stocastic poate fi modelată în cadrul a două mari abordări: analitică și experimentală. Modelele analitice sunt construite plecînd de la legile generale ale Fizicii și Chimiei. Ele au o generalitate ridicată, dar sunt adesea prea complexe și, mai mult, pot să nu fie implementabile pe un mijloc automat de calcul. Manevrarea lor necesită adesea resurse importante atît materiale (sateliți, stații meteorologice, seismice, vulcanice, de monitorizare ecologică, rețele puternice de calculatoare, etc.), cît și umane (personal înalt calificat și cu o bogată experiență). Mult mai simple, deși mai imprecise și mai puțin generale, sunt modelele numerice construite pe cale experimentală, prin tehnici de identificare [SoSt89], [SCS05] și prelucrare de semnal [OpSc85], [PrMa96]. Pentru a construi un astfel de model sunt suficiente: o serie de timp consistentă (cu un număr suficient de mare de date, care diferă de la fenomen la fenomen), un calculator obișnuit (chiar portabil) și o bună cunoaștere a tehnicilor de

modelare matematică. În pofida preciziei limitate, modelele numerice pot fi utilizate ca instrumente de monitorizare a fenomenelor stocastice. În funcție de răspunsul unuia sau mai multor modele aferente fenomenului observat, se poate decide trecerea la nivelul următor de modelare, cu precizie mai mare, folosind abordarea analitică (în cazul în care acest demers este posibil). O astfel de decizie este luată, de regulă, dacă se constată că datele predictate încep să sufere deviații importante față de datele măsurate, pe o perioadă suficient de mare de timp.

Colectarea datelor unei serii de timp se efectuează, în general, cu ajutorul *senzorilor specializați*. Aceștia au rolul de a converti valorile unor parametri mășurați direct din cadrul unui proces stocastic în valori ale unei mărimi electrice (intensitate, tensiune, capacitate, etc.). Mărimile electrice sunt apoi eșantionate, cuantificate și reprezentate pe un anumit număr de biți. Rezultatul este transmis unui mijloc automat de calcul, prin intermediul unei *interfețe de achiziție de date*, care oferă și posibilitatea unei prelucrări preliminare, în scopul atenuării unor zgomote de măsură. Acesta ar fi, pe scurt, drumul de la fenomen la seria de timp ca semnal discret. Demersul de modelare numerică începe însă de la semnalul discret.

O serie de timp de lungime $N_y \in \mathbb{N}^*$ se notează prin $\{y(t_n)\}_{n \in \overline{1, N_y}}$. Datele sunt achiziționate prin eșantionare uniformă sau neuniformă la momentele de timp $t_1 < t_2 < \dots < t_{N_y}$. În cazul eșantionării uniforme, seria de timp este renotată mai simplu, prin: $\{y[n] = y(nT_s)\}_{n \in \overline{1, N_y}}$, unde T_s este perioada de eșantionare aleasă. Alegerea unei perioade de eșantionare minime (notată tot cu T_s) este necesară și în cazul neuniform (eventual, ea este egală cu durata minimă dintre 2 momente de eșantionare consecutive). Practic, mulțimea momentelor de eșantionare neuniforme poate fi considerată un subșir al șirului $\{nT_s\}_{n \geq 0}$, astfel că:

$$t_n \geq nT_s, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*. \quad (4.1)$$

Orizontul de observabilitate al seriei de timp este întotdeauna finit: $T_{\max} = N_y T_s$ sau $T_{\max} = t_{N_y}$, unde $N \in \mathbb{N}^*$ este numărul de date măsurate. Așa cum am menționat, obiectivul principal al modelării unei serii de timp este predicția comportamentului procesului furnizor de date dincolo de orizontul de măsură. De regulă, această operație se efectuează pe un orizont de predicție finit, la diferite momente de eșantionare consecutive echidistante $((N_y + 1)T_s, \dots, (N_y + K)T_s$, dacă perioada de eșantionare este constantă) sau neuniforme $(t_{N_y+1}, \dots, t_{N_y+K})$, dacă perioada de eșantionare este variabilă). De aceea, seriile de timp trebuie să fie *consistente*, adică să conțină un număr suficient de mare de date măsurate (N_y este cel puțin de ordinul zecilor). Orizontul de predicție are o dimensiune $K \in \mathbb{N}^*$ mult mai mică (maxim 7 momente de timp), datorită dispersiei erorii de predicție care, de regulă, crește exponențial. Diminuarea dispersiei erorii de predicție se poate realiza numai cu reactualizarea modelului seriei de timp în funcție de noile date măsurate.

Orice serie de timp codifică, în mare, două tipuri de comportamente: unul determinist și altul nedeterminist. Acestea sunt suprapuse și combinate într-o manieră necunoscută. Ipoteza naturală verificată în cadrul multor aplicații este aceea a superpoziției dintre cele două comportamente. Mai precis, contribuția stocastică a zgomotelor se adună la cea a fenomenului propriu zis. În consecință, modelul de predicție asociat seriei de timp posedă două componente aditive cu naturi diferite: una deterministă și alta nedeterministă.

Conform abordării clasice, dezvoltate în [TeSt85] sau [SMS04], componenta deterministă este formată prin însumarea dintre o *tendință* y_T și o *variație sezonieră* y_S .

Tendința exprimă orientarea generală a seriei de timp și are alături unei curbe mediane care traversează graficul acesteia, ca în [Figura 4.1](#). Variația sezonieră este responsabilă cu modelarea repetabilității fenomenului, dacă aceasta se manifestă.

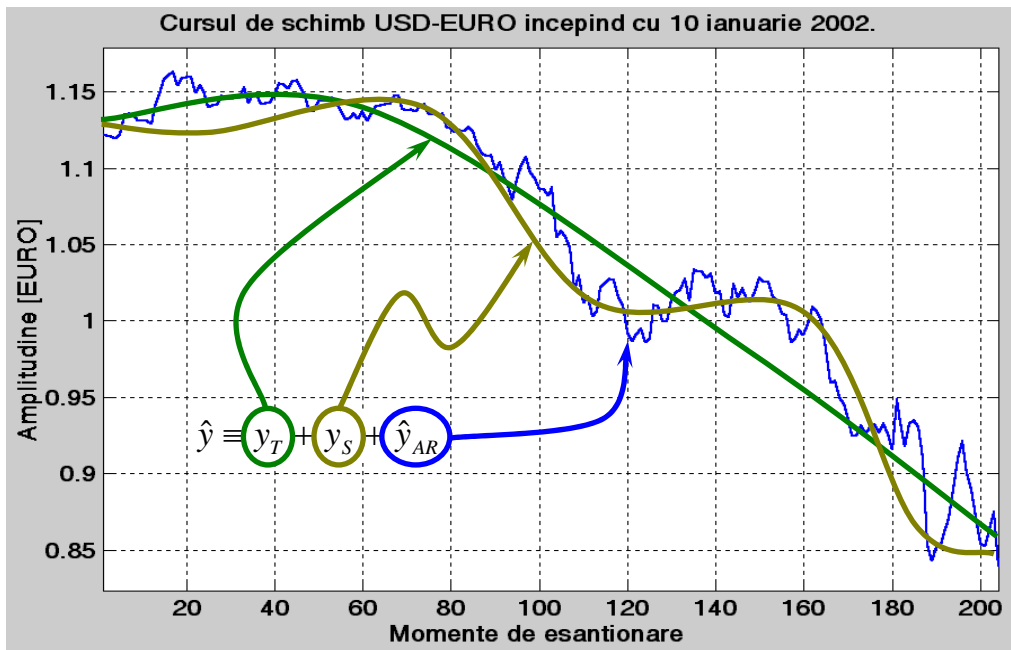


Figura 4.1. Componentele clasice ale unui model numeric de predicție.

Practic, așa cum ilustrează [Figura 4.1](#), ea este o curbă periodică, ale cărei amplitudine și perioadă sunt determinate de seria de timp *staționarizată*, adică după eliminarea tendinței. În fine, componenta nedeterministă modelează zgomotele și este exprimată prin intermediul unei ecuații autoregresive ([AR](#)) (eventual, prin adăugarea unui termen de medie alunecătoare ([MA](#))). Pentru ușurință, această componentă se notează prin \hat{y}_{AR} (respectiv \hat{y}_{ARMA}).

Modelul clasic de predicție este exprimat după cum urmează:

$$\hat{y} \equiv y_T + y_S + \hat{y}_{AR(MA)}. \quad (4.2)$$

Ecuația (4.2) se regăsește și pe graficul din [Figura 4.1](#), unde este reprezentată o serie de timp din domeniul financiar: cursul de schimb dintre moneda americană (USD) și cea unică europeană (EURO), măsurat la anumite momente de timp (în număr de peste 200), începând cu data de 10 ianuarie 2002. (Reamintim că moneda unică europeană a intrat în vigoare de la 1 ianuarie 2002.)

Tendința este reprezentată prin intermediul unui polinom, în raport cu momentele de timp:

$$y_T(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_p t^p, \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \quad (4.3)$$

unde $\{a_k\}_{k=0, \dots, p}$ sunt parametrii necunoscuți, în număr necunoscut, $p+1$, dar nu mai mare de 10 (din motive numerice [\[SMS04\]](#)).

Parametrii necunoscuți se determină cu ajutorul Metodei celor mai mici pătrate ([MCMMP](#)) [\[SMS04\]](#), [\[SCS05\]](#), în timp ce numărul acestora este variat pe întreaga plajă de valori (de la 1 la 10).

Pentru detectarea și determinarea variației sezoniere y_S , se utilizează o metodă empirică numită *Wittacker-Robinson* [\[SMS04\]](#). Ea reprezintă, de fapt punctul slab al întregului model de predicție, din cauza subiectivismului care afectează alegerea perioadei posibile. Din acest motiv, a fost dublată de o metodă frecvențială – a periodogramei

Schuster [SMS04] – bazată pe analiza armonică de tip Fourier. Fără a aduce o îmbunătățire notabilă însă. Rapiditatea cu care este determinată componenta deterministă (chiar pentru serii de timp cu număr mare de date) contrabalansează însă acest neajuns.

În cazul în care componenta nedeterministă \hat{y}_{AR} este de tip autoregresiv, ea se poate estima cu ajutorul Algoritmului (rapid) al lui Levinson-Durbin (ALD) [SMS04], [SCS05]. Adăugarea componentei de medie alunecătoare complică modelul nedeterminist (notat acum prin \hat{y}_{ARMA}) și metoda de determinare (Metoda Minimizării Erorii de Predicție - MMEP) [SCS05], dar este de așteptat să îmbunătățească precizia de predicție.

Această trecere în revistă va fi detaliată în continuare. În final, vor fi descriși algoritmi care au fost implementați în cadrul subsistemului mobil, plecând de la considerațiile teoretice prezentate.

4.2. Estimarea tendinței (polinomiale a) unei serii de timp

Tendința unei serii de timp modelează orientarea sa generală de-a lungul timpului, fără a lua în considerare (pe cât posibil) variațiile periodice ale datelor și zgomotele care le afectează. Media datelor măsurate constituie, de exemplu, un model grosier al tendinței acestora. Urmează dreapta de regresie liniară, care îmbunătățește aproximarea mediei. Expresia generală a componentei tendință este de tip polinomial, ca în definiția (4.3).

Pentru date eșantionate uniform, modelul (4.3) se poate particulariza în:

$$y_T(nT_s) = a_0 + a_1 nT_s + \dots + a_p n^p T_s^p, \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \quad (4.4)$$

dacă perioada de eșantionare este cunoscută, sau, mai simplu, în:

$$y_T[n] = a_0 + a_1 n + \dots + a_p n^p, \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \quad (4.5)$$

dacă perioada de eșantionare nu se cunoaște cu precizie sau este considerată unitatea de măsură a timpului.

Eșantionarea neuniformă induce utilizarea modelului în timp continuu (4.3), ale cărui valori calculate în momentele de eșantionare ($\{y_T(t_n)\}_{n \in \overline{1, N}}$) sunt puse în corespondență cu datele seriei de timp.

Se notează cu t_n momentul generic de eșantionare, indiferent de maniera de eșantionare (uniformă sau neuniformă). Evident, în cazul eșantionării uniforme, $t_n = nT_s$ sau chiar $t_n = n$. Altfel, are loc inegalitatea (4.1). Pentru estimarea modelului (4.3), trebuie rezolvată următoarea problemă de minimizare pătratică (exprimată în funcție de eroarea dintre proces și model, sau de *eroarea de predicție cu un pas*):

$$\hat{\theta}_{N_y} = \arg \min_{\theta \in \mathcal{S}} \mathcal{V}_{N_y}(\theta), \quad \text{unde: } \mathcal{V}_{N_y}(\theta) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=1}^{N_y} [y(t_n) - y_T(t_n)]^2, \quad \forall \theta \in \mathcal{S}, \quad (4.3)$$

unde $\mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}^{p+1}$ este domeniul de stabilitate al modelului matematic. Evident, prin $\theta \in \mathbb{R}^{p+1}$ a fost notat vectorul coeficienților necunoscuți $\{a_i\}_{i \in \overline{0, p}}$, în ordinea crescătoare a indicilor.

Aplicînd MCMMP pentru rezolvarea problemei (4.3), se obține:

$$\hat{\theta}_{N_y} = \mathbf{R}_{N_y}^{-1} \mathbf{r}_{N_y}, \quad (4.4)$$

unde:

$$\mathbf{R}_{N_y} \stackrel{\text{def}}{=} \left[\frac{1}{N_y} \sum_{n=1}^{N_y} t_n^{i+j} \right]_{i, j \in \overline{0, p}} \quad \text{și} \quad \mathbf{r}_{N_y} \stackrel{\text{def}}{=} \left[\frac{1}{N_y} \sum_{n=1}^{N_y} t_n^{i+j} y[n] \right]_{i \in \overline{0, p}}. \quad (4.5)$$