

PROBLEMAS RESUELTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR TRANSIENTE

EJEMPLO 4.2-1. Enfriamiento de una Esfera de Acero

Una esfera de acero con radio de 1.0 plg (2.54 cm) tiene una temperatura de 800°F (699.9 K). Esta esfera se sumerge repentinamente en un medio cuya temperatura se mantiene constante a 250°F (394.3 K). Suponiendo un coeficiente convectivo de $h = 2.0 \text{ btu/hr} \cdot \text{pie}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ (11.36 $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$), calcúlese la temperatura de la esfera después de 1 hr (3600 s), en unidades SI e inglesas. Las propiedades físicas promedio son $k = 25 \text{ btu/hr} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ\text{F}$ (43.3 $\text{W/m} \cdot \text{K}$), $\rho = 490 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$ (7849 kg/m^3), y $c_p = 0.11 \text{ btu/lb}_m \cdot ^\circ\text{F}$ (0.4606 $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$).

Solución: Para el caso de una esfera, de la Ec. (4.2-5),

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{V}{A} = \frac{r}{3} = \frac{\frac{1}{12}}{3} = \frac{1}{36} \text{ pie} \\ &= \frac{2.54}{100 \times 3} = 8.47 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

En base a la Ec. (4.2-4) para el número de Biot,

$$\begin{aligned} N_{Bi} &= \frac{hx_1}{k} = \frac{2(\frac{1}{36})}{25} = 0.00222 \\ N_{Bi} &= \frac{(11.36)(8.47 \times 10^{-3})}{43.3} = 0.00222 \end{aligned}$$

Este valor es < 0.1 ; por consiguiente, puede confiarse en el método de capacidad global. Entonces,

$$\begin{aligned} \frac{hA}{c_p \rho V} &= \frac{2}{(0.11)(490)(\frac{1}{36})} = 1.335 \text{ hr}^{-1} \\ \frac{hA}{c_p \rho V} &= \frac{11.36}{(0.4606 \times 1000)(7849)(8.47 \times 10^{-3})} = 3.71 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} (1.335 \text{ hr}^{-1}) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la Ec. (4.2-3) cuando $t = 1.0 \text{ hr}$ y despejando T ,

$$\begin{aligned} \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} &= \frac{T - 250^\circ\text{F}}{800 - 250} = e^{-(hA/c_p \rho V)t} = e^{-(1.335)(1.0)} & T &= 395^\circ\text{F} \\ \frac{T - 394.3 \text{ K}}{699.9 - 394.3} &= e^{-(3.71 \times 10^{-4})(3600)} & T &= 474.9 \text{ K} \end{aligned}$$

EJEMPLO 4.4-1. Enfriamiento de Cortes de Carne de Res

Hodgson (H2), proporciona las siguientes propiedades físicas para el enfriamiento de reses en canal: $\rho = 1073 \text{ kg/m}^3$ ($67 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$), $c_p = 3.48 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ($0.83 \text{ btu/lb}_m \cdot ^\circ\text{F}$) y $k = 0.498 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ($0.288 \text{ btu/hr} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ\text{F}$). Se desea enfriar un corte grande de 0.203 m (8 plg) de espesor que está inicialmente a temperatura uniforme de 37.8°C (100°F), de tal manera que la temperatura del centro sea 10°C (50°F). Se usa aire de enfriamiento a 1.7°C (35°F) (temperatura que se supone constante) y cuyo valor de $h = 39.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ($7 \text{ btu/hr} \cdot \text{pie}^2 \cdot ^\circ\text{F}$). Calcúlese el tiempo necesario.

Solución: La difusividad térmica α es

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.498}{(1073)(3.48 \times 1000)} = 1.334 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (} 0.00518 \text{ pie}^2/\text{hr} \text{)}$$

Entonces, para la mitad del espesor x_1 de la pieza,

$$x_1 = \frac{0.203}{2} = 0.1015 \text{ m (} 0.333 \text{ pie)}$$

Para el centro de la pieza,

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{x_1} = 0$$

Además,

$$m = \frac{k}{hx_1} = \frac{0.498}{(39.7)(0.1015)} = 0.123$$

$$T_1 = 1.7^\circ\text{C} + 273.2 = 274.9 \text{ K} \quad T_0 = 37.8 + 273.2 = 311.0 \text{ K}$$

$$T = 10 + 273.2 = 283.2 \text{ K}$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{274.9 - 283.2}{274.9 - 311.0} = 0.230$$

La Fig. 4.3-6 da para el centro de una pieza plana grande,

$$X = 0.90 = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{(1.334 \times 10^{-7})(t)}{(0.1015)^2}$$

Al despejar, $t = 6.95 \times 10^4 \text{ s}$ (19.3 hr).

EJEMPLO 4.3-3. Conducción Térmica Transitoria en una Lata de Puré de Guisantes

Una lata cilíndrica de puré de guisantes (C2) tiene un diámetro de 2.68 plg y altura de 4.0 plg, y está inicialmente a una temperatura uniforme de 85 °F. Las latas se apilan en sentido vertical dentro de una retorta a la cual se introduce vapor a 240 °F. Calcúlese la temperatura en el centro de la lata después de un tiempo de calentamiento de 45 min a 240 °F. Ahora supóngase que la lata está en el centro de un pila vertical, aislada en sus dos extremos por la presencia de las latas restantes. (La capacidad calorífica de la pared metálica de la lata puede despreciarse.) Se estima que el coeficiente de transmisión de calor del vapor vale 800 btu/hr · pie² · °F (4 542 W/m² · K). Las propiedades físicas del puré son $k = 0.48$ btu/hr · pie · °F (0.830 W/m · K) y $\alpha = 0.00778$ pie²/hr (2.007×10^{-7} m²/s).

Solución: Puesto que los dos extremos de la lata están aislados, podemos considerarla como un cilindro largo. El radio es $x_1 = 2.68/(2 \times 12) = 0.112$ pie. Para el centro, donde $x = 0$,

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{x_1} = 0$$

Además,

$$m = \frac{k}{hx_1} = \frac{0.48}{800(0.112)} = 0.00535$$

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{(0.00778)(45/60)}{(0.112)^2} = 0.465$$

Mediante la Fig. 4.3-8 de Heisler para la temperatura del centro,

$$Y = 0.13 = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{240 - T}{240 - 85}$$

Resolviendo, $T = 219.8$ °F (104.3 °C).

EJEMPLO 4.3-4. Conducción Bidimensional en un Cilindro Corto

Repítase el Ej. 4.3-3 para la conducción transitoria en una lata de puré de guisantes, pero suponiendo que la conducción también se verifica en los dos extremos planos.

Solución: En la Fig. 4.3-12 se muestra la lata, que tiene un diámetro de 2.68 plg y altura de 4.0 plg. Los valores incluidos en el Ej. 4.3-3 son $x_1 = 0.112$ pie, $y_1 = 4/(2 \times 12) = 0.167$ pie, $k = 0.48$ btu/hr · pie · °F, $\alpha = 0.00778$ pie²/hr, $h = 800$ btu/hr · pie² · °F, y $t = 45/60 = 0.75$ hr.

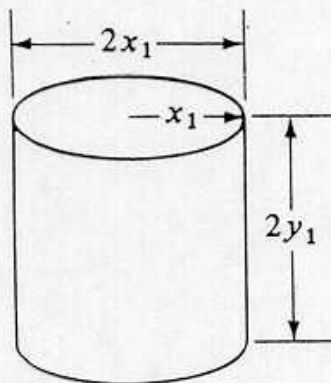


FIGURA 4.3-12. Conducción bidimensional en un cilindro corto para el Ej. 4.3-4

Para la conducción en la dirección x (radial), tal como se calculó con anterioridad,

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{x_1} = 0, \quad m = \frac{k}{hx_1} = \frac{0.48}{800(0.112)} = 0.00535$$

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{(0.00778)(0.75)}{(0.112)^2} = 0.465$$

En la base a la Fig. 4.3-8 para la temperatura del centro,

$$Y_x = 0.13$$

Para la conducción en la dirección y (axial) y la temperatura del centro,

$$n = \frac{y}{y_1} = \frac{0}{0.167} = 0$$

$$m = \frac{k}{hy_1} = \frac{0.48}{800(0.167)} = 0.0036$$

$$X = \frac{\alpha t}{y_1^2} = \frac{(0.00778)(0.75)}{(0.167)^2} = 0.209$$

La Fig. 4.3-6 para el centro de una placa larga (dos planos paralelos opuestos), da el siguiente resultado:

$$Y_y = 0.80$$

Sustituyendo en la Ec. (4.3-12).

$$Y_{x,y} = (Y_x)(Y_y) = (0.13)(0.80) = 0.104$$

Entonces,

$$\frac{T_1 - T_{x,y}}{T_1 - T_0} = \frac{240 - T_{x,y}}{240 - 85} = 0.104$$

$$T_{x,y} = 223.9^\circ\text{F} (106.6^\circ\text{C})$$

Este valor es bastante cercano al de 219.8°F que se obtuvo en el Ej. 4.3-3, donde sólo había conducción radial.

EJEMPLO 4.3-2 Conducción de Calor en una Barra de Mantequilla

Una barra rectangular de mantequilla con 46.2 mm de espesor y temperatura de 277.6 K (4.4 °C) se extrae de la nevera y se coloca en un medio ambiente a 297.1 K (23.9 °C). (Puede considerarse que los lados y el fondo de la mantequilla están aislados por las paredes del recipiente. Por tanto, el área expuesta al medio ambiente es la superficie plana superior de la mantequilla.) El coeficiente convectivo es constante y tiene un valor de 8.52 W/m² · K. Calcúlese la temperatura de la mantequilla en la superficie, a 25.4 mm por debajo de la superficie, y a 46.2 mm por debajo de la superficie en el fondo aislado, después de una exposición de 5 hr.

Solución: Puede considerarse que la mantequilla es una placa plana grande con conducción vertical en la dirección x . Puesto que el calor sólo penetra por la parte superior y la superficie inferior está aislada, los 46.2 mm de mantequilla equivalen a la mitad de la placa de un espesor $x_1 = 46.2$ mm. En una placa con dos superficies expuestas, como en la Fig. 4.3-4, el centro en $x = 0$ actúa como superficie de aislamiento y ambas mitades resultan imágenes reflejadas, una de la otra.

En base al Apéndice A.4, las propiedades físicas de la mantequilla son $k = 0.197$ W/m · K, $c_p = 2.30$ kJ/kg · K = 2 300 J/kg · K y $\rho = 998$ kg/m³. La difusividad térmica es

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{0.197}{(998)(2300)} = 8.58 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$$

Además, $x_1 = 46.2/1\,000 = 0.0462$ m.

Los parámetros necesarios para la Fig. 4.3-5 son

$$m = \frac{k}{hx_1} = \frac{0.197}{(8.52)(0.0462)} = 0.50$$

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} = \frac{(8.58 \times 10^{-8})(5 \times 3600)}{(0.0462)^2} = 0.72$$

Para la superficie superior, donde $x = x_1 = 0.0462$ m,

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.0462}{0.0462} = 1.0$$

Entonces, con la Fig. 4.3-5,

$$Y = 0.25 = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{297.1 - T}{297.1 - 277.6}$$

Resolviendo, $T = 292.2 \text{ K}$ ($19.0 \text{ }^\circ\text{C}$).

En el punto a 25.4 mm de la superficie o 20.8 mm desde el centro, $x = 0.0208 \text{ m}$, y

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.0208}{0.0462} = 0.45$$

En base a la Fig. 4.3-5,

$$Y = 0.45 = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{297.1 - T}{297.1 - 277.6}$$

Resolviendo, $T = 288.3 \text{ K}$ ($15.1 \text{ }^\circ\text{C}$).

Para el punto inferior a 0.0462 mm desde la superficie expuesta, $x = 0$ y

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{x_1} = 0$$

En base a la Fig. 4.3-5,

$$Y = 0.50 = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{297.1 - T}{297.1 - 277.6}$$

Resolviendo, $T = 287.4 \text{ K}$ ($14.2 \text{ }^\circ\text{C}$). En otro procedimiento basado en la Fig. 4.3-6, que es sólo para el punto central, $Y = 0.53$ y $T = 286.8 \text{ K}$ ($13.6 \text{ }^\circ\text{C}$).