EC.de primer orden

Variables separables

Lineal

$$y' + a(x)y = f(x)$$

$$\phi = e^{-\int a(x)dx} : y = \phi(C + \int \frac{f(x)}{\phi})$$

Cambios

Homogéneas

$$f(sx, sy) = f(x, y)$$

$$z = \frac{y}{x}$$

Del tipo

$$y' = g(ax + by)$$

$$z = ax + by$$

Reducibles a homogéneas

$$y' = f(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}) \quad \begin{matrix} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{matrix}$$

si son paralelas:

$$y' = f(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\lambda(a_2x + b_2y) + c_2}) = g(a_1x + b_1y)$$

si no, buscar puntos de corte:

$$u = x - x_c, v = y - y_c$$

$$v' = f(\frac{a_1u + b_1v}{a_2v + b_2v}), \text{homogénea}$$

Bernouilli

$$y' + a(x)y + b(x)y^n = 0$$

$$u = y^{1-n}$$

$$u' + (1-n)a(x)u = (n-1)b(x)$$

Ricatti

$$y' + a(t)y + b(t)y^2 = f(t)$$

$$y = u + y_p$$

$$u' + (2 + 2by_p)u + bu^2 = 0$$

Trayectorias ortogonales

$$y' = f(x, y) \Rightarrow z' = -\frac{1}{f(x, y)}$$

Modelos de población

Ley de Maltus:

$$p(t) = p_o e^{(\beta-\gamma)(t-t_o)}$$

Ley logística:

$$p(t) = \frac{ap_o}{bp_0 + (a - bp_0)e^{-a(t-t_o)}}$$

Teoremas

De existencia y unicidad:

si $\begin{matrix} f(t, y) \in C^o(D) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(t, y) \in C^o(D) \end{matrix}$ existe una única solución

definida en un cierto intervalo.

La solución que no se puede prolongar se denomina "solución maximal"

De prolongación

si f(t,y) cumple teorema anterior y su solución maximal tiene un extremo finito alfa $: |y(t)| \underset{t \to a}{\rightarrow} +\infty$

EC.de orden superior

Reducción de orden $y^{n)} = f(x)$

Ecuación homogénea

Wronskiano: $W_{[f_1 \dots f_n](x)} = \begin{vmatrix} f_1 & \cdots & f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^{n-1)} & \cdots & f_n^{n-1)} \end{vmatrix}$

$$si\{f_1, \dots f_n\} \text{son LD} \Rightarrow W = 0$$

$$si\{f_1, \dots f_n\} \text{son LI} \Rightarrow W = ?$$

Método d'Alembert: Para reducir el orden

$$y'' + P_1(x)y' + P_2(x)y = 0$$

$$y = y'z$$

$$y_1z'' + (2y_1' + P_1y_1)z' = 0$$

Lineales y coef ctes:
Raíces del polinomio característico

$$\mu : multiplicidad$$

$$\lambda : \text{vap}$$

$$\lambda \in \text{‘} : y_{j1..\mu} = e^{\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1}$$

$$\lambda \in \text{Š} :$$

$$: y_{j_1 1..\mu} = e^{\mathrm{Re}\,\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1} \cdot \cos(\mathrm{Im}\,\lambda x)$$

$$: y_{j_2 1..\mu} = e^{\mathrm{Re}\,\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1} \cdot \sin(\mathrm{Im}\,\lambda x)$$

EC.de primer orden

Variables separables

Lineal

$$y' + a(x)y = f(x)$$

$$\phi = e^{-\int a(x)dx} : y = \phi(C + \int \frac{f(x)}{\phi})$$

Cambios

Homogéneas

$$f(sx, sy) = f(x, y)$$

$$z = \frac{y}{x}$$

Del tipo

$$y' = g(ax + by)$$

$$z = ax + by$$

Reducibles a homogéneas

$$y' = f(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}) \quad \begin{matrix} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{matrix}$$

si son paralelas:

$$y' = f(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\lambda(a_2x + b_2y) + c_2}) = g(a_1x + b_1y)$$

si no, buscar puntos de corte:

$$u = x - x_c, v = y - y_c$$

$$v' = f(\frac{a_1u + b_1v}{a_2v + b_2v}), \text{homogénea}$$

Bernouilli

$$y' + a(x)y + b(x)y^n = 0$$

$$u = y^{1-n}$$

$$u' + (1-n)a(x)u = (n-1)b(x)$$

Ricatti

$$y' + a(t)y + b(t)y^2 = f(t)$$

$$y = u + y_p$$

$$u' + (2 + 2by_p)u + bu^2 = 0$$

Trayectorias ortogonales

$$y' = f(x, y) \Rightarrow z' = -\frac{1}{f(x, y)}$$

Modelos de población

Ley de Maltus:

$$p(t) = p_o e^{(\beta-\gamma)(t-t_o)}$$

Ley logística:

$$p(t) = \frac{ap_o}{bp_0 + (a - bp_0)e^{-a(t-t_o)}}$$

Teoremas

De existencia y unicidad:

si $\begin{matrix} f(t, y) \in C^o(D) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(t, y) \in C^o(D) \end{matrix}$ existe una única solución

definida en un cierto intervalo.

La solución que no se puede prolongar se denomina "solución maximal"

De prolongación

si f(t,y) cumple teorema anterior y su solución maximal tiene un extremo finito alfa $:|y(t)| \underset{t\to\alpha}{\to} +\infty$

EC.de orden superior

Reducción de orden $y^{n)} = f(x)$

Ecuación homogénea

Wronskiano: $W_{[f_1 \ldots f_n](x)} = \begin{vmatrix} f_1 & \cdots & f_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^{n-1)} & \cdots & f_n^{n-1)} \end{vmatrix}$

$$si\{f_1, \ldots f_n\} \text{son LD} \Rightarrow W = 0$$

$$si\{f_1, \ldots f_n\} \text{son LI} \Rightarrow W = ?$$

Método d'Alembert: Para reducir el orden

$$y'' + P_1(x)y' + P_2(x)y = 0$$

$$y = y'z$$

$$y_1z'' + (2y_1' + P_1y_1)z' = 0$$

Lineales y coef ctes:
Raíces del polinomio característico

$$\mu : multiplicidad$$

$$\lambda : \text{vap}$$

$\lambda \in$ ‘ $: \; y_{j1..\mu} = e^{\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1}$

$\lambda \in$ Š :

$$: y_{j_1 1..\mu} = e^{\operatorname{Re}\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1} \cdot \cos(\operatorname{Im}\lambda x)$$

$$: y_{j_2 1..\mu} = e^{\operatorname{Re}\lambda_j x} \cdot x^{0..\mu-1} \cdot \sin(\operatorname{Im}\lambda x)$$