

## Modelo de Poisson

$X$  v.a. de Poisson( $I$ )

$$P\{X(t) = k \text{ llamadas en } (0, t)\} = \frac{(It)^k}{k!} e^{-It}$$

$$E\{X(t)\} = It$$

$$s_X^2 = It$$

$$I : \text{tasa de llamadas} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de llamadas en } (0, T)}{T} = \frac{E\{X(t)\}}{T}$$

$T$  v.a. tiempo entre llamadas

$$f_T(t) = Ie^{-It}$$

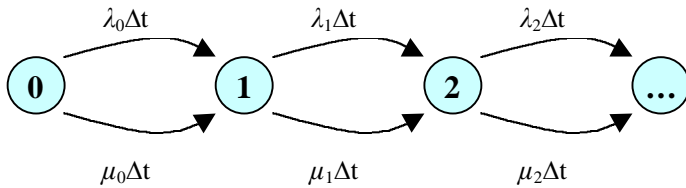
$$P\{T > t\} = P\{\text{ninguna llamada en } (0, t)\} = P\{X(t) = 0\} = e^{-It}$$

$$E\{T\} = \frac{1}{I} \quad I_1 \quad \vdots \quad I_n \quad \rightarrow \quad I = \sum_i I_i$$

$$s_T^2 = \frac{1}{I^2}$$

$$Poisson(I_1) + Poisson(I_2) = Poisson(I_1 + I_2)$$

## Procesos de Markov



$$P_n(t + \Delta t) = (1 - I_n \Delta t)(1 - m_n \Delta t) \cdot P_n(t) + I_{n-1} \Delta t (1 - m_{n-1} \Delta t) \cdot P_{n-1}(t) + (1 - I_{n+1} \Delta t) m_{n+1} \Delta t \cdot P_{n+1}(t)$$

$$P_n(t) \equiv \text{Probabilidad de que se encuentre en el estado } n \text{ en } t$$

Condición de equilibrio:

$$\text{flujo entrante} = \text{flujo saliente (y se consigue en Régimen Permanente)} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} P_n(t) = 0$$

## Propiedades

1) Cadena estocástica de nacimiento y muerte (G/G)  $\Leftrightarrow$  sólo saltos unitarios

2) Es ergódica  $\Rightarrow$  Régimen permanente  $t_{obs} \rightarrow \infty$

$$P\{E_i\} = P_i : \text{probabilidad de encontrarse en el estado } i$$

$$3) P_i = \frac{t_i}{t_{obs}}$$

4)  $R_i \equiv P\{\text{estar en el estado } i \text{ cuando hay una llegada}\}$

5)  $D_i \equiv P\{\text{estar en el estado } i \text{ cuando hay una finalización}\}$

$$6) I_{ofr} = \sum_{\forall i} I_i P_i$$

7) P.A.S.T.A. (poisson arriavals see time average) sistemas M/G

$$R_i = \frac{I_i}{I_{ofr}} P_i \quad \text{Si } I_i = I \forall i \Rightarrow R_i = P_i$$

8) LITTLE sistemas G/G

$$\underbrace{\overline{N}_{SIST}}_{\text{n}^\circ \text{ medio de elementos en el sistema}} = \underbrace{\overline{I}_{in}}_{\text{tasa neta de entrada al sistema (la que el sistema acepta)}} \underbrace{\overline{W}_{SIST}}_{\text{tiempo medio en el sistema}}$$

## Conceptos de tráfico

$$\text{Volumen de tráfico} = \sum_{\forall i} t_i$$

$$I_{tráfico} = \text{prob. ocupación de un circuito} = \frac{\sum_{\forall i} t_i}{t_{obs}}$$

$$[I_{tráfico}] = E = \text{erlang}$$

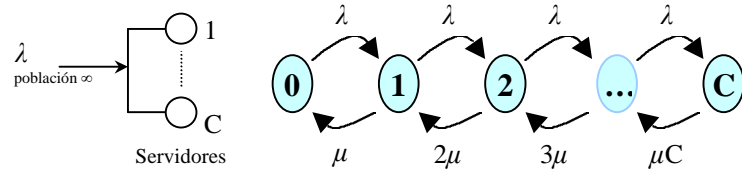
## Duración de una llamada

$$f_{T_{call}}(t) = m e^{-mt}$$

$$E\{T_{call}\} = \frac{1}{m}$$

$$s_{T_{call}}^2 = \frac{1}{m^2}$$

## Erlang B



$$I_{ofr} = \sum_{i=0}^C I P_i = I = \overbrace{I P_0 + \dots + I P_{C-1}}^{I_c} + \overbrace{I P_C}^{I_p} = I_c + I_p$$

PB : prob. bloqueo (congestión en tiempo, el sistema está lleno) =  $P_C$

PP : prob. pérdida (congestión en llamadas, % de llamadas perdidas) =  $R_c$

$$R_i \stackrel{PASTA}{=} \frac{I_i}{I_{ofr}} P_i = P_i \Rightarrow PB = PP = P_C$$

$$TO = TC + TP$$

$$TO = \frac{I}{m}$$

$$TC = \frac{I_c}{m} = TO(1 - P_C)$$

$$TP = \frac{I_p}{m}$$

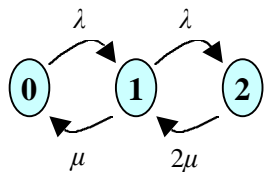
$$P_k = \frac{A^k}{k!} P_0$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^C \frac{A^i}{i!}} \quad P_C = E_{r1}(A, C)$$

$$TC = \bar{N}_{sist}$$

$$A = \frac{I}{m}$$

Acceso secuencial



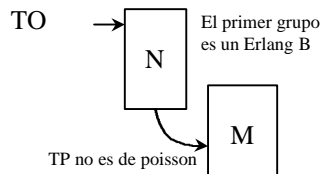
$$TC_{1^\circ} = TO(1 - PB) = TO(1 - E_{r1}(TO, 1))$$

$$TC_{2^\circ} = TC_{total} - TC_{1^\circ}$$

$$TP_{1^\circ} = TO - TC_{1^\circ} = TO E_{r1}(TO, 1)$$

$$TC_{2^\circ} \cong TP_{1^\circ} (1 - E_{r1}(TP_{1^\circ}, 1))$$

Trafico perdido 1° = Tráfico ofrecido 2° (aprox)

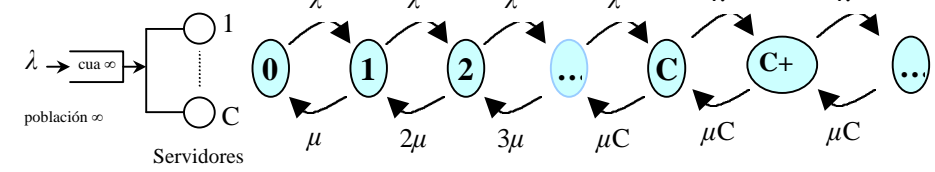


$$TC_{total} = TO(1 - E_{r1}(TO, N + M))$$

$$TC_N = TO(1 - E_{r1}(TP, N))$$

$$TC_M = TC_{total} - TC_N = TO(E_{r1}(TO, N) - E_{r1}(TO, N + M))$$

## Erlang C



- 1) no existe TP
- 2)  $TO > C \Rightarrow TO > TC \Rightarrow$  Cola tiende a infinito (sistema inestable)
- 3) Si es estable  $\Rightarrow TO = TC$
- 4)  $TO, TC, TD, T_{noD}$

$$TC \equiv \frac{I_c}{m} = \left[ \sum_{k=0}^C k m P_k + \sum_{k=C+1}^{+\infty} C m P_k \right] \frac{1}{m}$$

$$\bar{N}_{SIST} = \sum_{k=0}^{+\infty} k P_k \quad \bar{N}_{SIST} = \bar{N}_{servidores\ ocupados} + \bar{N}_Q$$

$$\bar{N}_q = \sum_{k=C+1}^{+\infty} (k - C) P_k \quad TC = \bar{N}_{servidores\ ocupados}$$

Congestión en tiempo =  $PB = P\{C\text{ servidores ocupaos}\} \equiv P_C + P_{C+1} + \dots$

Congestión en llamadas =  $PD = P\{\text{llegar y C servidores ocupaos}\} \equiv R_C + R_{C+1} + \dots$

Si población  $\infty$ ,  $R_i \stackrel{PASTA}{=} P_i \Rightarrow PB = PD = \text{prob. demora}$

$$\bar{W}_{servidor} = \frac{1}{m} = \frac{\bar{N}_{servidores}}{I}$$

$$\bar{W}_q = \frac{\bar{N}_q}{I}$$

$$\bar{W}_{sist} = \bar{W}_{servidor} + \bar{W}_q$$

$$TD = \frac{I}{m} PD = C PD - CP_C$$

$$PD = \frac{P_c}{1 - \frac{I}{mC}} = E_{r2}(TO, C)$$

$$P_C = \frac{A^C}{C!} P_0$$

$$P_{C+k} = \left(\frac{A}{C}\right)^k \frac{A^k}{C!} P_0$$

$$A = \frac{I}{m}$$

$$\bar{N}_q = PD \frac{A/C}{1 - A/C}$$

$$TC = TD + T_{noD}$$

$$\bar{W}_q = \bar{N}_q \frac{1}{mC} + PD \frac{1}{mC}$$

Llegamos y nos encontramos en el estado k,

$$k < C \rightarrow t_{\text{medio en el sistema}} = t_k = 0$$

$$k \geq C \rightarrow t_k = \frac{1}{m} + \frac{1}{mC} + \frac{1}{mC}(k - C)$$

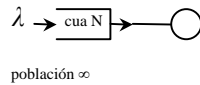
$$P\{T_q > t\} = PDe^{-mC(1-A/C)t}$$

## MIM1 cola de N elementos

$$TO = TC + TP$$

$$TC = TD + T_{no}D$$

$$TP \equiv \frac{I_p}{m} = IP_{N+1} \frac{1}{m}$$



$$TC \equiv \frac{I_c}{m} = I(P_0 + \dots + P_N) \frac{1}{m} = \overbrace{IP_0}^{T_{no}D} \frac{1}{m} + \overbrace{I(P_1 + \dots + P_N)}^{TD} \frac{1}{m}$$

$$TC \equiv m(P_1 + \dots + P_{N+1}) \frac{1}{m} = 1 - P_0 = \overbrace{N_{servidores}}^{ocupados} = \frac{I}{m}(1 - P_{N+1})$$

$$\bar{W}_{sistema} = \frac{1}{m} + \bar{W}_q = \frac{\bar{N}_{sistema}}{I_c}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N+1} A^i} = \frac{1-A}{1-A^{N+2}} \quad PP \leq 1\% \quad \bar{N}_q = PD \frac{A/C}{1-A/C} (PD - NP_{N+1})$$

$$PP \equiv R_{N+1} = P_{N+1} < 0.01 \quad P_k = A^k P_0$$

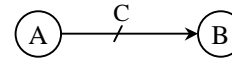
$$P_{N+1} = A^{N+1} P_0$$

PB: prob servidor esté ocupado (la perdida y la demora degradan la calidad del servicio)

$$PB \equiv \text{prob. servidores ocupados} = PD + PP = \bar{N}_{serv} = TC =$$

$$PB \equiv P_1 + \dots + P_{N+1} = PD + PP = 1 - P_0$$

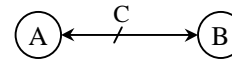
## Enlaces unidireccionales



$$PP_{AB} = E_{r1}(TO_{AB}, C_{AB})$$

$$TC_{AB} = TO_{AB}(1 - E_{r1}(TO_{AB}, C_{AB}))$$

## Enlaces bidireccionales



$$TO_{AB} = TO_{A \rightarrow B} + TO_{B \rightarrow A}$$

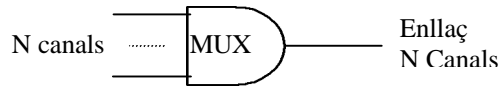
$$PP_{AB} = E_{r1}(TO_{AB})$$

## Tema II. Transport

Enllaços: transport de la informació, dimensionat.

### Transport de la informació

Els nodes de transmissió són compartits. Tècniques de multiplexat.  
Canal: fragment de la capacitat de l'enllaç.



Tècniques de multiplexat.

#### FDM: Frequency Division Multiplexing

- Propi de senyals analògics de banda limitada (i.e. senyals de veu)
- Grup Bàsic CCITT: 12 canals de 60 kHz a 108 kHz.

#### TDM: Time Division Multiplexing

- Propi de senyals digitals.
- Digitalització de senyals analògics. Es basa en el teorema de mostreig de Nyquist.
- En telefonia, PCM: Pulse Code Modulation o MIC : Modulació d'Impulsos Codificats.
- PCM: mostrejar, quantificar, codificar.

### PCM

#### Mostrejar

Senyal de veu (4 kHz d'Ample de banda  $\Rightarrow$   $f_m = 8\text{kHz}$ )

#### Quantificar

Si la quantificació és uniforme:

$$\Delta: \text{pas de quantificació} \quad \Delta = \frac{2U_{max}}{M} \quad SNR_Q \geq 35\text{dB (CCITT)}$$

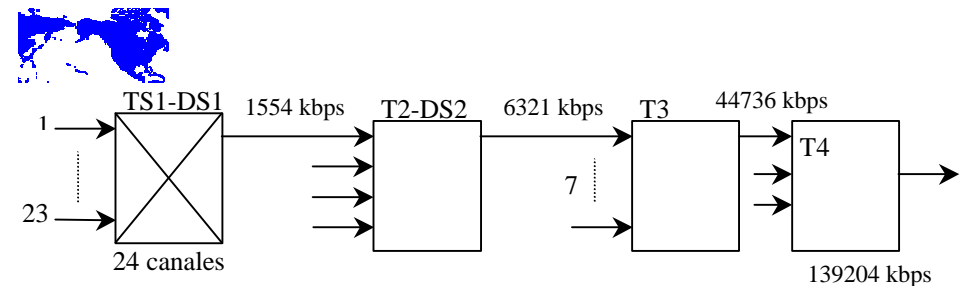
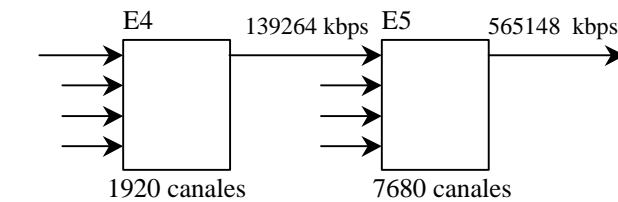
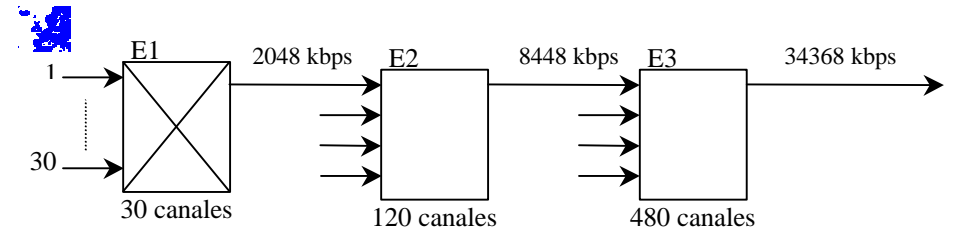
M nivells de quantificació

$\Delta$  és independent del senyal i per tant el soroll de quantificació també, amb la qual cosa per a senyals petites no es compleix la condició del CCITT (35 dB) i per tant es distorsionen els valors baixos de senyal (els més habituals).

Solucions: augmentar en n° de nivells de quantificació, amb la qual cosa la  $\Delta$  baixaria, però es necessitarien un n° de nivells (M) inviable tecnològicament.

### PDH (Jerarquía digital plesíncrona)

- 2B+D : Básico
- 30B+D : Primario (Europa)
- 23B+D : Primario (EE.UU, Japón)



#### Detalle T1

24 canales  
 $24 \cdot 64 \text{ kbps} = 1536 \text{ kbps}$

Hay un canal de señalización que va a 8 kbps  
Cada trama tiene 193 bits, de los cuales 192 (24·8) son para 24 canales de voz y el bit restante es para señalización.

## Detalle E1 mic 30 + 2

Alineación de trama: FAS *frame alignment signal*

**FAS:** s10011011 tramas pares, la central receptora pierde el sincronismo si recibe más de 2 FAS incorrectas.

**NFAS:** s<sub>1</sub>As<sub>4</sub>...s<sub>8</sub> tramas impares,  
A=1 si hay alarma, los demás bits son para señalización.

5 bits cada dos tramas implica 20 kbps para O&M.

Puesto que con una trama no podemos señalar a los demás usuarios, en necesario utilizar estructuras multitrama.

1 trama(sincronismo) + 15 tramas

## Senyalització

Asociada pel canal (CAS), per canal comú (CCS).

### *Associada pel Canal (CAS)*

Dins del canal, utilitza bits del propi canal de veu per portar senyalització.

Fora del canal: utilitzar un canal que no sigui de veu per poder senyalitzar (ex. Canal 16). Però és associada al canal. Cada canal de veu té assignat una part d'aquest canal de senyalització (4 bits per trama per cada canal). Necessitem una estructura de multitrama per poder tenir la senyalització dels 30 canals de veu (15 trames + 1 trama d'aliniament multitrama)

La velocitat de senyalització per cada canal es de 2kbps.

## Multiplexado plesíncrono

Se admiten tolerancias en el reloj.

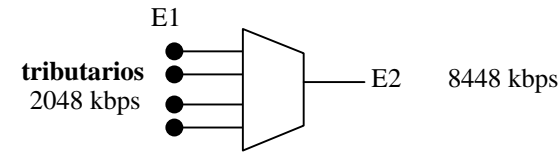


|              |                |              |     |
|--------------|----------------|--------------|-----|
| FAS (8 bits) | INFO (99 bits) | JDT (2 bits) | JCW |
|--------------|----------------|--------------|-----|

Si r=99, 0% de tramas justificadas

Si r=99.75, 33% de tramas justificados

## Estructura de E2



| B1       | B2       | B3       | B4       |
|----------|----------|----------|----------|
| 212 bits | 212 bits | 212 bits | 212 bits |

### *Bloque 1*

- 1-10: almacenamiento de trama 111101000
- 11-12: de servicio (alarma)
- 13: 1er bit del tributario 1
- 14: 1er bit del tributario 2
- 15: 1er bit del tributario 3
- 16: 1er bit del tributario 4
- 17-212: resto entrelazados, 49 bits/tributario

### *Bloque 2 y Bloque 3*

- 1: 1er bit JCW tributario 1
- 2: 1er bit JCW tributario 2
- 3: 1er bit JCW tributario 3
- 4: 1er bit JCW tributario 4
- 5-212: resto entrelazados, 52 bits/tributario

### *Bloque 4*

- 1: 3er bit JCW tributario 1
- 2: 3er bit JCW tributario 2
- 3: 3er bit JCW tributario 3
- 4: 3er bit JCW tributario 4
- 5: 3er bit JDT tributario 1
- 6: 3er bit JDT tributario 2
- 7: 3er bit JDT tributario 3
- 8: 3er bit JDT tributario 4
- 9-212: resto entrelazados, 51 bits/tributario

JDT: relleno de información

Utilizamos tres bits en la palabra de error, porque si hay un error en ella el error se propaga.

En recepción: JCW mayoría de 0, no se justifica.

## Cuadro de tolerancias

E1: 50 ppm  
E2: 30 ppm                      ppm = partes por millón  
E3: 20 ppm  
E4: 15 ppm

|    |     |   |     |   |     |   |   |     |
|----|-----|---|-----|---|-----|---|---|-----|
| 12 | 200 | 4 | 208 | 4 | 208 | 4 | 4 | 204 |
|----|-----|---|-----|---|-----|---|---|-----|

## Limitaciones PDH

- Multiplexado a nivel de bit, la introducción y la extracción de un usuario son muy complicadas.
- Falta de concepción como sistema, “se han montado según la necesidad”.
- Falta de estándar, cada compañía sólo compra centrales de una empresa.

## SDH (Jerarquía digital síncrona)

- Multiplexado a nivel de byte.
- Bits adicionales para O&M.
- *Ver redes de computadores*, págs 125..130

## Jerarquía digital síncrona SDH (Synchronous Digital Hierarchy)

Tots els senyals treuen el rellotge de la mateixa font. És un multiplexat byte a byte.

*Avantatges:* són un estàndard mundial per a la multiplexació i la interconnexió. Fàcil accés a canals de baixa velocitat. Està previst la gestió de la xarxa de manera fàcil. És fàcil augmentar la velocitat. Facilitat per transportar canals de banda ample (ATM).

## Contenedor virtual (Virtual Container)

Funció d'entramat: posar el senyal a transmetre en un contenidor virtual. Un VC consta de dades d'usuari i POH (Path Overhead). Canals d'informació i manteniment associada al camí.

| VC    | Capacitat del VC | Senyals que es poden transportar |
|-------|------------------|----------------------------------|
| VC-11 | 1.7Mbps          | 1.544Mbps (EEUU)                 |
| VC-12 | 2.3Mbps          | 2.048 Mbps (Europa,E1)           |
| VC-2  | 6.8Mbps          | 6.312 Mbps                       |
| VC-3  | 50Mbps           | Canals de 34.36Mbps i 44.76Mbps  |
| VC-4  | 150Mbps          | Canals de 138,26 Mbps            |