

# RiOG

## **Radiació i Ones Guiades**

Apunts

**Jesús Sanz Marcos**

Desembre del 1999

Índex

**TEMA I. Línies de transmissió**

- Introducció
- Anàlisi d'una línia ideal uniforme
- Anàlisi circuital de la línia ideal
- Règim temporal: consideracions generals
- Transitoris en línies de transmissió
- Règim Permanent Sinusoidal
- Ones estacionàries en la línia amb pèrdues
- Línia ideal en règim permanent sinusoidal
- Tensió i corrent a la línia ideal
- La carta de Smith
- Característiques de les línies reals

**TEMA II. Ones guiades**

- Introducció
- Modes  $TE_{mn}$  en la guia rectangular
- Modes  $TM_{mn}$  en la guia rectangular
- El mode dominant en la guia rectangular:  $TE_{10}$
- Dispersió en la guia rectangular
- La guia circular
- Introducció a les guies dielèctriques
- Anàlisi modal de la llàmina dielèctrica homogènea
- Fibre òptiques

**TEMA III. Cables, guies i fibres comercials**

(transparències, última setmana de curs)

**TEMA IV. Paràmetres d'antenes**

- Introducció
- Paràmetres d'antenes en transmissió
- Paràmetres d'antenes en recepció
- Equació de transmissió
- Efecte del soroll en la recepció

**TEMA V. Propagació**

- Introducció
- Ona d'espai
- Ona de superfície
- Difracció
- Efecte de la troposfera
- Efecte de la ionosfera

**TEMA VI. Exemples de sistemes de comunicacions (transparències)**

**Mesura de potència**

Potència absoluta *Watts*(W)

Potència relativa *dB*

$$dB = 10 \log \frac{\text{Potència absoluta}}{\text{Potència de referència}}$$

$$dB_m = 10 \log \frac{P}{1mW} = 10 \log P(mW)$$

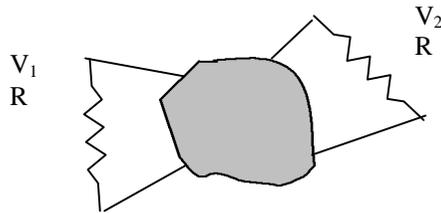
$$dB_W = 10 \log \frac{P}{1W} = 10 \log P(W)$$

$$dB_{Carrier} = 10 \log \frac{\text{Potència harmònic,interferència...}}{\text{Potència portadora}}$$

$$G_{dB} : \text{Guany} = 10 \log G$$

$$G = \frac{P_2}{P_1}$$

**Potència en punts d'igual impedància**



$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{R}$$

$$G = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{V_2^2}{R}$$

$$10 \log G = 10 \log \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 = 20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

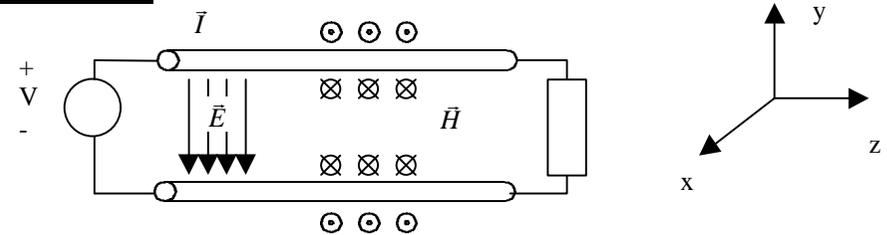
$$dB_{mV} = 20 \log \frac{V}{1mV}$$

$$dB_V = 20 \log \frac{V}{1V}$$

**Línies de transmissió**

**definició:** dos o més conductors en un entorn dielèctric.

**Anàlisi de la propagació d'ones electromagnètiques en línies de transmissió**



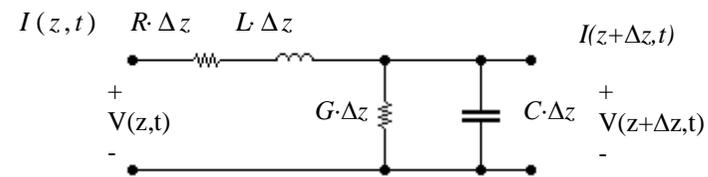
En una línia de transmissió les ones que es creen son TEM.  $E_z = H_z = 0$

Partiendo de la hipótesis de ondas TEM, buscamos las soluciones a la ecuación de Maxwell.

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{Bmatrix} E_T \\ H_T \end{Bmatrix} = \mathbf{me} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} E_T \\ H_T \end{Bmatrix} \text{ ec. d'onda}$$

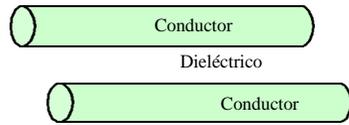
$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{me}}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

- No hi ha freqüència de tall. La freqüència de tall és zero.
- La velocitat de propagació no depèn de la forma de la línia de transmissió, depèn del dielèctric.



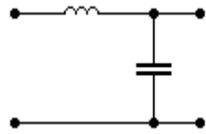
$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial z} V(z,t) &= RI(z,t) + L \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) \\ -\frac{\partial}{\partial z} I(z,t) &= GV(z,t) + C \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) \end{aligned} \right\} \text{Equacions del Telegrafista}$$

**La línia de transmissió ideal**



$R(\Omega/m), L(H/m)$  : conductor  
 $G(S/m), C(F/m)$  : dielèctric  
 $G \neq \frac{1}{R} \leftarrow R$  : pèrdues conductor  
 $G$  : pèrdues dielèctric

$R = G = 0$



$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial z} V(z,t) &= L \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) \\ -\frac{\partial}{\partial z} I(z,t) &= C \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) \end{aligned} \right\} \text{eq. telegrafista ideal}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} V &= LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} V \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} I &= LC \frac{\partial^2}{\partial t^2} I \end{aligned} \right\} \text{eq. d'ona } v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{m}\mathbf{e}}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{ha de ser igual que la trobada} \\ \text{en camps electromagnètics} \end{array}$$

⚠ En la línia ideal es compleix:  $LC = \mathbf{m}\mathbf{e}$

Com que es tracta d'una equació d'ona, sabem que la solució general serà una ona progressiva i una ona regressiva.

$$\begin{aligned} V(z,t) &= V^+(z - v_p t) + V^-(z + v_p t) & \frac{\partial}{\partial z} I(z,t) &= -C \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) \\ I(z,t) &= I^+(z - v_p t) + I^-(z + v_p t) & I(z,t) &= I^+ + I^- = C v_p (V^+ - V^-) \end{aligned}$$

$$\frac{V^+}{I^+} = \frac{1}{C v_p} = z_o \quad \frac{V^-}{I^-} = -z_o : z_o \text{ és la impedància característica d'una LT}$$

$$z_o = \frac{1}{C v_p} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Paràmetres primaris d'una LT:  $v_p, z_o$

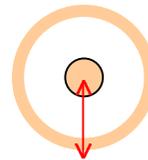
$$\text{Paràmetres secundaris d'una LT: } C = \frac{1}{v_p z_o}, L = \frac{z_o}{v_p}$$

Potència en un punt de la línia:

$$\begin{aligned} P(z,t) &= V(z,t)I(z,t) = (V^+ + V^-)(I^+ + I^-) = \frac{(V^+)^2}{z_o} - \frac{(V^-)^2}{z_o} = \\ &= z_o (I^+)^2 - z_o (I^-)^2 = P^+(z,t) - P^-(z,t) \end{aligned}$$

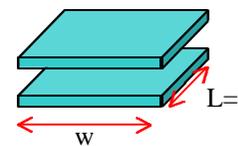
Impedències característiques per algunes línies de transmissió  $\mathbf{m}_o = \sqrt{\frac{\mathbf{m}_o}{\mathbf{e}_o}} \cong 120\mathbf{p}$

*Coaxial*



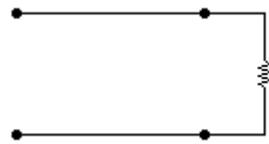
$$z_o = 60 \frac{\ln(\frac{b}{a})}{\sqrt{\mathbf{e}_r}}, LC = \mathbf{m}\mathbf{e} \Rightarrow L = \frac{\mathbf{m}}{2\mathbf{p}} \ln(\frac{b}{a}) \leftarrow C = \frac{2\mathbf{p}\mathbf{e}}{\ln(\frac{b}{a})}$$

*Plaquets paral·leles*



$$\begin{aligned} C &= \mathbf{e}_o \mathbf{e}_r \frac{w}{h} [F/m] & L &= \frac{\mathbf{m}\mathbf{e}}{C} \\ z_o &= \frac{120\mathbf{p}}{\sqrt{\mathbf{e}_r}} \frac{h}{w} \end{aligned}$$

**Reflexió i transmissió en una discontinuïtat resistiva**



$$V^+ + V^- = V_L$$

$$I^+ + I^- = I_L$$

$$\frac{V_+}{z_o} - \frac{V_-}{z_o} = \frac{V_L}{R_L}$$

$$r \equiv \frac{V_-}{V_+} = \frac{R_L - z_o}{R_L + z_o} : \text{coeficient de reflexió}$$

$$W_T^+ = I^+ V^+ = \frac{(V^+)^2}{z_o}$$

$$t \equiv \frac{V_L}{V_+} = \frac{2R_L}{R_L + z_o} : \text{coeficient de transmissió}$$

$$\frac{W_T^-}{W_T^+} = r^2 \quad \frac{W_{TL}^-}{W_T^+} = 1 - r^2$$

**Anàlisi d'una propagació d'un pols a la LT**



$$V^+ = V_G \frac{z_o}{z_o + R_G} \quad r_L = \frac{R_L - z_o}{R_L + z_o} \quad r_G = \frac{R_G - z_o}{R_G + z_o} \quad T = \frac{L}{v_p}$$

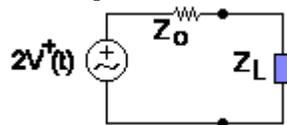
**Reflexió sobre càrregues resistives de primer ordre**



$$V_L(t) = V^+(t) + V^-(t)$$

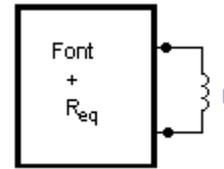
$$I_L(t) = I^+(t) + I^-(t) = \frac{1}{z_o} (V^+(t) + V^-(t))$$

Circuit equivalent:



$$2V^+(t) = V_L(t) + Z_o I_L(t)$$

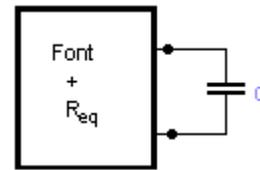
**Circuits amb bobines i condensadors**



$$I_L(t) = I_f - (I_f - I_i) e^{-\frac{t}{\tau}}, \tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$v_L(t) = L \frac{d}{dt} i_L(t)$$

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v_L(t) dt$$



$$i_c(t) = C \frac{d}{dt} v_c(t)$$

$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c(t) dt$$

$$V_C(t) = V_f - (\bar{V}_f - V_i) e^{-\frac{t}{\tau}}, \tau = R_{eq} C$$

La bobina es un cortocircuito para bajas frecuencias, mientras que es un circuito abierto para altas frecuencias.

El condensador es un cortocircuito para altas frecuencias, y es un circuito abierto para bajas frecuencias.

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs}$$

$t = 0$  C : cortocircuito L : circuito abierto

$$Z_L(s) = Ls$$

$t \rightarrow \infty$  C : circuito abierto L : cortocircuito

Puesto que cuando  $t \rightarrow \infty$ , la tensión en el condensador acaba por estabilizarse, se tratará de bajas frecuencias, por lo que el condensador será un circuito abierto.

**Régimen senoidal permanente**

Ara ja no hi ha ona que va i torna, ara m'interessa la suma de tot.

$$V_G(t) = \text{Re}\{V_G e^{j\omega t}\}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial z} V(z) &= (R + j\omega L)I(z) \\ -\frac{\partial}{\partial z} I(z) &= (G + j\omega C)V(z) \end{aligned} \right\} \text{eq. telegrafista en RPS}$$

$$Z = R + j\omega L \text{ [}\Omega/m\text{]} \text{ impedància}$$

$$Y = G + j\omega C \text{ [S/m]} \text{ admitància}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} V(z) = ZYV(z) = g^2 V(z) \quad V(z) = V^+ e^{-gz} + V^- e^{+gz}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} I(z) = ZYI(z) = g^2 I(z) \quad I(z) = I^+ e^{-gz} + I^- e^{+gz}$$

$$ZY = g^2 : \text{cte de propagaci3n}$$

$$g = a + jb = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$a : \text{cte d'atenuaci3n}$$

$$b : \text{cte de fase}$$

$$V^+ = |V^+| e^{j\theta^+}$$

$$V^- = |V^-| e^{j\theta^-}$$

$$v(z, t) = \text{Re}\{V(z) e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{V^+ e^{-gz} e^{j\omega t} + V^- e^{+gz} e^{j\omega t}\} =$$

$$= |V^+| e^{-az} \cos(\omega t - bz + \theta^+) + |V^-| e^{+az} \cos(\omega t + bz + \theta^-)$$

$$v_f = \frac{\omega}{b} : \text{velocitat de fase}$$

$$b = \frac{2p}{l}$$

$$V_2 = V_1 e^{-al}, l = \text{longitud}$$

$$a l = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$P_2 = P_1 e^{-2al}$$

$$r(z) = \frac{v^-}{v^+} = \frac{V^- e^{jbz}}{V^+ e^{-jbz}} = r_L e^{j2bz}$$

$$Z_i = Z_o \tanh\left(g l + \frac{Z_L}{Z_o}\right) = Z_o \frac{Z_L \cos bl + jZ_o \sin bl}{Z_o \cos bl + jZ_L \sin bl}$$

$$Z_i(l) = Z_i\left(l + \frac{l}{2}\right)$$

$$P(z) = \frac{1}{2} \text{Re}\{V(z)I^*(z)\} = \frac{1}{2Z_o} (|V^+|^2 - |V^-|^2) = P^+ (1 - |r_L|^2)$$

Cargas pasivas:  $Z_L = R_L + jX_L, R_L > 0 \Rightarrow |r_L| < 1$

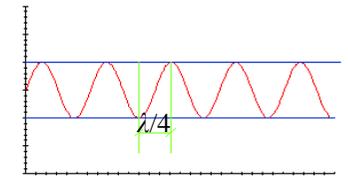
**Ondas estacionarias**

$$|V|_{\text{m3x}} = |V^+| + |V^-| \quad V(z) = V^+ (e^{-jbz} + r(0)e^{jbz})$$

$$|V|_{\text{m3n}} = |V^+| - |V^-| \quad |V(z)|^2 = |V^+|^2 (1 + |r(0)|^2 + 2|r(0)| \cos(2bz + \theta))$$

$$S = \frac{|V|_{\text{m3x}}}{|V|_{\text{m3n}}} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} : \text{relaci3n de onda estacionaria}$$

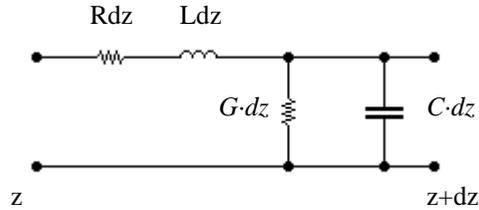
$$S_{\text{dB}} = 20 \log S$$



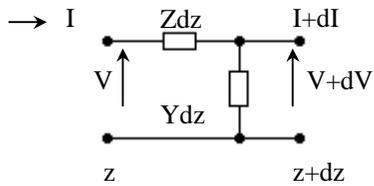
## Línies de transmissió no ideals

### Cèl·lules elementals

Cèl·lula elemental per una línia de transmissió amb pèrdues



Cèl·lula bàsica en règim sinusoidal



$$\begin{aligned} dV &= -(Zdz)I \\ dI &= -(Ydz)V \\ \frac{dV}{dz} &= -ZI \\ \frac{dI}{dz} &= -YV \end{aligned}$$

$$\frac{d^2V}{dz^2} = (ZY)V$$

$$V = V^+ e^{-gz} + V^- e^{gz}$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + j\mathbf{b} = \sqrt{ZY}$$

$$I = \frac{1}{Z_o} (V^+ e^{-gz} - V^- e^{gz})$$

$$Z_o = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = R_o + jX_o$$

$$Z_i = Z_o \frac{Z_L \cosh(\mathbf{g}l) + Z_o \sinh(\mathbf{g}l)}{Z_o \cosh(\mathbf{g}l) + Z_L \sinh(\mathbf{g}l)}$$

$$= Z_o \tanh(\mathbf{g}l + \mathbf{d}_Z)$$

$$\mathbf{d}_Z = \tanh^{-1} \frac{Z_L}{Z_o}$$

$$\mathbf{r}(z) = \mathbf{r}(0)e^{2gz} = \mathbf{r}(0)e^{2az} e^{2jbz}$$

$$V(z) = V^+ e^{-az} e^{-jbz}$$

$$v(z, t) = |V^+| e^{-az} \sin(\omega t - bz + \mathbf{f}^+)$$

$$P^+(z) = \frac{1}{2} \text{Re}\{VI^*\} = \frac{1}{2} G_o |V^+|^2 e^{-2az} = P^+(0)e^{-2az}$$

$$Y_o = G_o + jB_o = \frac{1}{Z_o}$$

$$L_{(\text{népers})} = \mathbf{a}l = \frac{1}{2} \ln \frac{P^+(0)}{P^+(l)}$$

$$L_{dB} = 10 \log \frac{P^+(0)}{P^+(l)} = 10 \log(e^{2al}) = \mathbf{a}l 20 \log e = 8.686 \mathbf{a}l$$

### Línia amb baixes pèrdues

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + j\mathbf{b} = \sqrt{YZ} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad \text{Condicions baixes pèrdues:}$$

$$Z_o = R_o + jX_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad \begin{aligned} R &\ll \omega L \\ G &\ll \omega C \end{aligned}$$

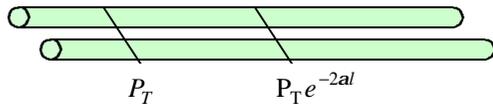
$$\mathbf{a} \cong \underbrace{\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}}_{\text{atenuació conductor}} + \underbrace{\frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}}_{\text{atenuació dielèctric}} = \mathbf{a}_c + \mathbf{a}_d \quad \begin{aligned} \mathbf{a}_c &= \frac{R}{2Z_o} \\ \mathbf{a}_d &= \frac{GZ_o}{2} \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} \cong \omega \sqrt{LC} \quad Z_o \cong \sqrt{\frac{L}{C}} \left[ 1 - j \left( \frac{R}{2\omega L} - \frac{G}{2\omega C} \right) \right] \cong \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Per baixes freqüències:  $\mathbf{b} \rightarrow 0, \mathbf{a} \rightarrow \sqrt{\frac{R}{G}}$

Pupinització:  $\frac{L}{C} = \frac{R}{G}$

## Càlcul d' en una L.T. de baixes pèrdues



$$P_L = P_T (1 - e^{-2al}) \approx P_T (1 - 1 + 2al) = 2alP_T \Rightarrow a \cong \frac{P_L}{2lP_T}$$

## Casos importants d'adaptació

$$Z_L = Z_o \Rightarrow r_L = 0 \Rightarrow r_e = 0$$

a) Càrrega adaptada

$$V^+ = V_g \frac{z_o}{z_o + Z_g} e^{-j\beta l}, V^- = 0$$

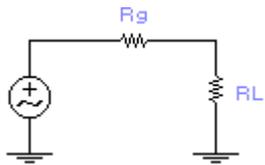
$$Z_G = Z_o$$

b) Generador adaptat

$$V^+ = \frac{1}{2} V_g e^{-j\beta l} \text{ (indep. de } Z_L \text{)}$$

$$V^- = r_L V^+$$

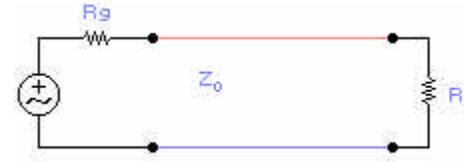
## Potència disponible en el generador



$$\text{màxima transmissió de potència} \Leftrightarrow Z_L = Z_G \Rightarrow P_L = \frac{|V_g|^2}{4R_G}$$

Si el generador està adaptat a la línia, la potència disponible del generador és la potència  $P^+$ , no és la que es dissipa a la càrrega que és  $P^+ - P^-$ .

$$P_L = P^+ - P^- = P^+ (1 - |r_L|^2)$$



- 1)  $\left. \begin{matrix} Z_L = 0 \\ Z_G = Z_o \end{matrix} \right\} C.C. \left\{ \begin{matrix} P_L = 0 \\ P^+ = P_{disp} \\ P^- = P_{disp} \end{matrix} \right.$
- 2)  $\left. \begin{matrix} Z_L = Z_o \\ Z_G = Z_o \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} P_L = P_{disp} = P^+ \\ P^- = 0 \end{matrix} \right.$
- 3)  $\left. \begin{matrix} Z_L = Z_g \neq Z_o \\ l = \frac{l}{2} \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{matrix} P^+ = \frac{P_{disp}}{1 - |r|^2} \\ P^- = P^+ |r_L|^2 \end{matrix} \right.$

## Línies de transmissió reals

$$\mathbf{e}_{reff} = \mathbf{e}_r' - j\mathbf{e}_r'' = \mathbf{e}_r (1 - j \tan \mathbf{d}_e)$$

$$\tan \mathbf{d}_e = \frac{\mathbf{e}_r''}{\mathbf{e}_r'} = \frac{\mathbf{s}_D}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \quad \frac{G}{\omega C} = \tan \mathbf{d}_e$$

Dielèctric ideal:  $\mathbf{s}_D = 0 \Rightarrow \tan \mathbf{d}_e = 0$

Baixes pèrdues:  $\tan \mathbf{d}_e \ll 1 \approx 10^{-4}$

i.e. Aigua de mar: Baixes freqüències: bon conductor, Freq. Òptiques: Bon dielèctric

$$|E(x)| = E_o e^{-\frac{x}{d}}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{\rho f \mu_0 \epsilon_c}} : \text{profunditat de penetració}$$

## La carta de Smith

$$\text{Re}\{Z\} \in [0, \infty) \quad \text{Im}\{Z\} \in (-\infty, +\infty)$$

$$Z(z) = \frac{1}{Z_0} Z(z) \quad r = \frac{Z-1}{Z+1} \quad Z = \frac{1+r}{1-r}$$

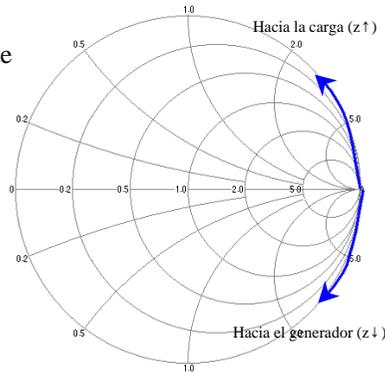
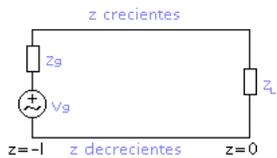
$$\mathbf{r} = |\mathbf{r}| e^{j\theta} = r_r + jr_i$$

Circunferencias de resistencia constante

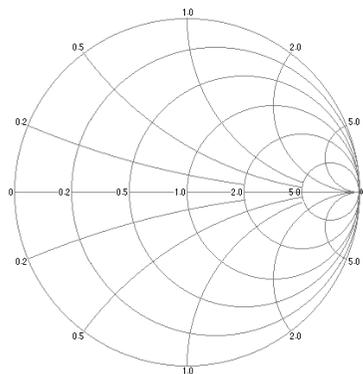
$$\left(\frac{r}{r+1}, 0\right) \text{ radio} = \frac{1}{r+1}$$

Circunferencias de reactancia constante

$$\left(1, \frac{1}{x}\right) \text{ radio} = \frac{1}{x}$$



$$\mathbf{r}(z) = r_L e^{j2bz} \Rightarrow \mathbf{r}(z) = \mathbf{r}\left(z + \frac{1}{2}\right)$$



$$SWR = S = \frac{1+|\mathbf{r}|}{1-|\mathbf{r}|}$$

$$RET' \text{ nLOSS, dB} = -20 \log |\mathbf{r}|$$

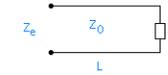
$$REFL.COEFF.P = |\mathbf{r}|^2$$

$$REF.COEFF, E \text{ or } I = |\mathbf{r}|$$

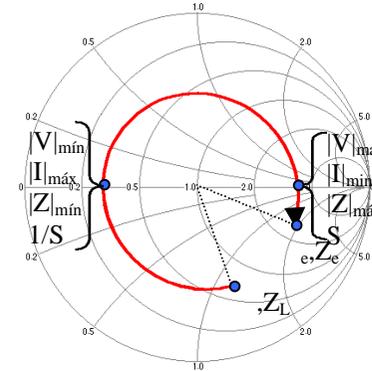
$$|Z(z)|_{\text{máx}} = R_m = S$$

$$|Z(z)|_{\text{mín}} = R_m = \frac{1}{S}$$

## Impedancia de entrada

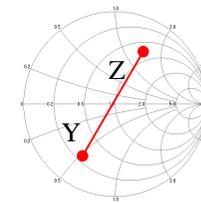


$$\mathbf{r}_e = \mathbf{r} e^{-j2bl}$$



$$Z = \frac{V}{I} = \frac{|V^+| + |V^-|}{|V^+| - |V^-|} Z_0$$

## Conversión Admitancia $\Leftrightarrow$ Impedancia

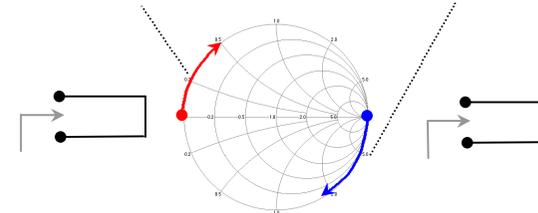


Equivale rotar 180°.

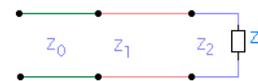
$$\mathbf{r} = \frac{Z-1}{Z+1} = \frac{1-\mathbf{Y}}{1+\mathbf{Y}}$$

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{Y_0} \mathbf{Y} = Z_0 \mathbf{Y}$$

## Línea en cortocircuito (c.c.) o en circuito abierto (c.a.)

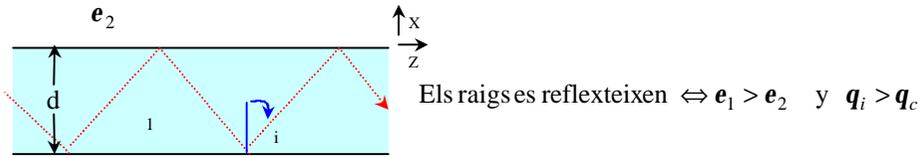


## Conexión de líneas



El procedimiento a seguir es ir reduciendo, desde la carga, la carga y el trozo de línea por una única carga, hasta llegar al generador.

**Guies d'ona Dielèctriques**



$$q_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{e_2}{e_1}}$$

$$a_x = \frac{w}{c} \sqrt{e_{r2} \sqrt{\frac{e_1}{e_2} \sin^2 q_i - 1}}$$

$$m_1 = m_2$$

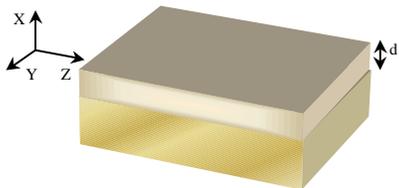
$$b = k_{12} = k_1 \sin q_i$$

$$-2k_1 d \cos q_i + 2f = m2p$$

$$f_{TE} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{\cos q_i} \sqrt{\sin^2 q_i - \frac{e_2}{e_1}} \right)$$

$$f_{TM} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{\cos q_i} \sqrt{\left( \frac{e_1}{e_2} \sin q_i \right)^2 - \frac{e_1}{e_2}} \right)$$

**Guías dieléctricas planas**



Modos TE y modos TM. Curvas de dispersión



**Modos TE**

$$E_2(x, z) = \hat{y} E_2(x) e^{-jbz} \quad |x| \leq \frac{d}{2}$$

$$E_1(x, z) = \hat{y} E_{01} e^{a_1 x} e^{-jbz} \quad x < -\frac{d}{2} \quad E_2(x, z) = \hat{y} E_{02} \cos(k_{2x} x + y) e^{-jbz} \quad |x| \leq \frac{d}{2}$$

$$E_3(x, z) = \hat{y} E_{03} e^{-a_3 x} e^{-jbz} \quad x > \frac{d}{2}$$

$$k_{2x} = \sqrt{w^2 m_2 e_2 - b^2} = \sqrt{k_0^2 n_2 - b^2}$$

$$a_1 = \sqrt{b^2 - w^2 m_1 e_1} = \sqrt{b^2 - k_0^2 n_1}$$

$$a_3 = \sqrt{b^2 - w^2 m_3 e_3} = \sqrt{b^2 - k_0^2 n_3}$$

Condición de propagación guiada en la estructura:

$$\tan(k_{2x} \frac{d}{2} + y) = \frac{m_2 a_3}{m_3 k_{2x}} \quad \Phi_3^{TE} = 2 \arctan \left( \frac{m_2 a_3}{m_3 k_{2x}} \right)$$

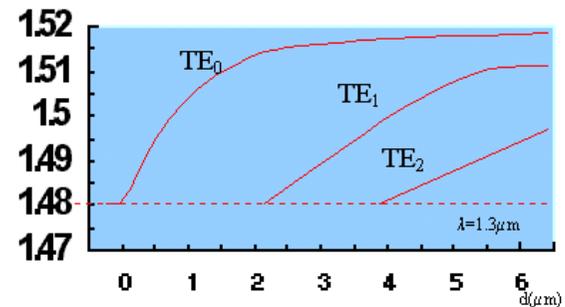
$$\tan(k_{2x} \frac{d}{2} - y) = \frac{m_2 a_1}{m_1 k_{2x}} \quad \Phi_1^{TE} = 2 \arctan \left( \frac{m_2 a_1}{m_1 k_{2x}} \right)$$

$\tan x = \tan(x \pm pp), p = 0, 1, 2, \dots$

Ecuación de dispersión de la guía dieléctrica plana para modos TE

$$2k_{2x} d - \Phi_2^{TE} - \Phi_1^{TE} = 2mp, m = 0, 1, 2, \dots$$

Curva de dispersión para una guía dieléctrica plana (modos TE)



**Modos TM**

$$H_y(x, z) = \begin{cases} H_{02} \cos(k_{2x} \frac{d}{2} - y') e^{a_1(x+\frac{d}{2})} e^{-jbz} & x < -\frac{d}{2} \\ H_{02} \cos(k_{2x} x - y') e^{-jbz} & |x| \leq \frac{d}{2} \\ H_{02} \cos(k_{2x} \frac{d}{2} + y') e^{-a_1(x-\frac{d}{2})} e^{-jbz} & x > \frac{d}{2} \end{cases}$$

**Ecuación de dispersión de la guía dieléctrica plana para modos TM**

$$2k_{2x}d - \Phi_3^{TM} - \Phi_1^{TM} = 2m\pi, m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Phi_3^{TM} = 2 \arctan\left(\frac{\epsilon_2 a_3}{\epsilon_3 k_{2x}}\right)$$

$$\Phi_1^{TM} = 2 \arctan\left(\frac{\epsilon_2 a_1}{\epsilon_1 k_{2x}}\right)$$

Potencia propagada en una guía dieléctrica

$b$  : dimensión de la guía en Y,  $b \gg d$

$$W_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} dy \int_{-\infty}^{+\infty} dx (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \hat{z} \right\}$$

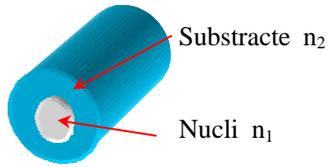
$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx = \int_{-\infty}^{-\frac{d}{2}} dx + \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} dx + \int_{\frac{d}{2}}^{+\infty} dx \Rightarrow W_m = -\frac{b}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} E_y H_x^* dx \right\} = \frac{bb}{2\omega\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} |E_y|^2 dx$$

$$H_x = -j \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{b}{\omega\mu} E_y$$

Modos guiados y modos radiados

Los modos descritos anteriormente no son las únicas soluciones posibles. Se observa que son posibles otras soluciones: ondas no confinadas en la capaguante, o dicho de otra manera, ondas que no alcanzan el ángulo crítico para reflexión interna total cuando inciden en las paredes de la guía. Se habla de *modos guiados*.

**Fibra òptica**



$n_1 > n_2$  però també  $n_1 \approx n_2$

si  $m = 0$ ,  $TE_{0i}, TE_{0i}$   $i = 1, 2, 3, \dots$

si  $m \neq 0$ , Modes híbrids  $HE_{11}, HE_{12}, EH_{11}, EH_{12}$

$HE \rightarrow H_z > E_z$

$EH \rightarrow E_z > H_z$

$HE_{11}$  : mode fonamental d'una fibra òptica, no té freq. tall normalitzada

$v = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

$a$  : radi de la fibra òptica

La freqüència de talla normalitzada:  $v \leq 2,405$

$V \uparrow \Rightarrow b \rightarrow k_1$  La potència es concentra en el nucli

$V_{m\grave{a}x} = 2,405$  no ens podem passar, sinó, dispersió multimode

$V = 2,75\%$  de la potència en el nucli

$V = 1 : 20\%$  de la potència en el nucli

A la pràctica :  $2 < v < 2,4$ , com a mínim el 75% de la potència din del nucli

**Dispersió**

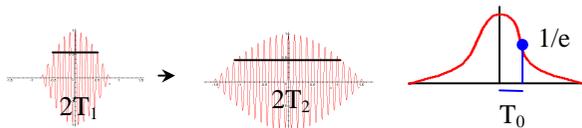
$F\{gausiana\} = gausiana$

$A = A_0 e^{-t^2 / 2T_0^2}$

$T_1^2 = T_0^2 + \left(\frac{b_2 z}{T_0}\right)^2$

Gaussiana :  $\Delta w = \frac{1}{T_0} = -\frac{2pc}{I^2} \Delta I$

$w = 2pc \frac{1}{I}$



$D$  : paràmetre de dispersió

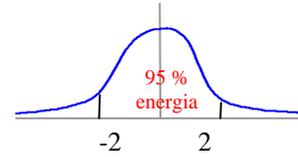
$b_2 = \frac{I^2}{2pc} D$

$T_1^2 = T_0^2 + (D\Delta I z)^2$

**Atenuació**

$P(z) = P(0)e^{-2\alpha z}$

**Criteri per la limitació de la transmissió**



$s = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

$T_B = 4s = \frac{1}{B} \Rightarrow 4sB \leq 1$

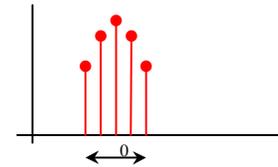
Si no fos un pols gausià,

$s = \frac{\int t^2 |A|^2 dt}{\int |A|^2 dt}$

$T_1^2 = T_0^2 + (D\Delta I z)^2 \rightarrow s_1^2 = s_0^2 + (Ds_1 z)^2$

$s_1 = \frac{\Delta I}{\sqrt{2}}$

A la pràctica, un transmissor no emet un senyal pur, és a dir, a una sola freqüència.



És el fenomen de la **dispersió de la font**.

Si  $d_w \geq \Delta w \rightarrow s^2 = s_0^2 + (Dz s_1)$

$\rightarrow s^2 = s_0^2 + (b_2 z s_w)$

$s_1 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}, s_w = \frac{d_w}{\sqrt{2}}$

$s = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \Delta w = 2p\Delta f \quad \Delta w T_0 = 1 \rightarrow \Delta f = \frac{1}{2pT_0} \quad \Delta I = \left| \frac{v_p}{f^2} \Delta f \right| = \left| \frac{I^2}{v_p} \Delta f \right|$

Equacions de Maxwell

Equacions de Maxwell

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\oint_S \vec{H} d\vec{S} = 0$$

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I_f + \int_S \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} d\vec{S}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \mathbf{r}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \xrightarrow{\text{Fasores}} \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \mathbf{r}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\vec{D} = \mathbf{e}_o \mathbf{e}_r \vec{E} = \mathbf{e} \vec{E} = \mathbf{e}_o \vec{E} + \vec{P} = \mathbf{e}_o (1 + X_e) \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mathbf{m}_o \mathbf{m}_r \vec{H} = \mathbf{m}_o (\vec{H} + \vec{M}) = \mathbf{m}_o (1 + X_m) \vec{H} = \mathbf{m} \vec{H}$$

Principio de conservación de la carga

$$-\frac{d}{dt} Q = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{d}{dt} \mathbf{r} = \nabla \cdot \vec{J}$$

Equacions de contorn

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1)|_S = 0$$

$$\hat{n} (\vec{D}_2 - \vec{D}_1)|_S = \mathbf{s}$$

$$\hat{n} (\vec{B}_2 - \vec{B}_1)|_S = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1)|_S = \mathbf{J}_S$$

Guies d'ona

Equacions bàsiques

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{E}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = -k^2 \vec{E}$$

$$E_x = -\frac{1}{\mathbf{g}^2 + k^2} \left( \mathbf{g} \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\omega \mathbf{m} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = -k^2 \vec{H}$$

$$E_y = \frac{1}{\mathbf{g}^2 + k^2} \left( -\mathbf{g} \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\omega \mathbf{m} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right)$$

$$\nabla \vec{A} = \nabla_i \vec{A} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{A}$$

$$\nabla_i \vec{E} = -(\mathbf{g}^2 + k^2) \vec{E}$$

$$H_x = \frac{1}{\mathbf{g}^2 + k^2} \left( j\omega \mathbf{e} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \mathbf{g} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right)$$

$$\nabla_i \vec{H} = -(\mathbf{g}^2 + k^2) \vec{H}$$

$$k_c \equiv \mathbf{g}^2 + k^2 = k^2 - \mathbf{b}^2$$

$$H_y = -\frac{1}{\mathbf{g}^2 + k^2} \left( j\omega \mathbf{e} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{g} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right)$$

**TEM:**  $H_z = E_z = 0$

**TE:**  $E_z = 0$

**TM:**  $H_z = 0$

Ones guies per plaques conductores paral·leles

$$\mathbf{g}_{TEM} = \pm jk$$

**TEM:**  $E_x = E_o \rightarrow H_y = \pm \sqrt{\frac{\mathbf{e}}{\mathbf{m}}} E_x$

$$E_z = A \sin k_c x + B \cos k_c x$$

Condiciones de contorno se aplican para  $x = \{0, a\}$

**TM:**  $E_z = A \sin \frac{m\pi x}{a}, k_c a = m\pi$

$$g^2 + k^2 = k_c^2 \Rightarrow g = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - w^2} \mathbf{m\epsilon}$$

$$w_c = \frac{m\pi}{a\sqrt{\mathbf{m\epsilon}}} = \frac{m\pi v}{a} \quad I_c = \frac{2\pi v}{w_c} = \frac{2a}{m}$$

$$g = jb = jw\sqrt{\mathbf{m\epsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2} \leftarrow w \geq w_c$$

$$g = a = \frac{m\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_c}\right)^2} \leftarrow w \leq w_c$$

$$v_{fase} = \frac{w}{b} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2}} \quad v_{grup} = \frac{\partial}{\partial b} w = v \sqrt{1 - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2}$$

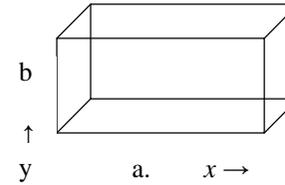
$$I_g = \frac{2\pi}{b} = \frac{I}{\sqrt{1 - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2}} \quad I = \frac{2\pi v}{m}$$

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{b}{w\epsilon} = h \sqrt{1 - \left(\frac{w_c}{w}\right)^2}$$

**TE:**  $H_z = B \cos k_c x$

$$Z_{TE} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{jw\mathbf{m}}{g}$$

**Guies rectangulares**



$$E_z = A \sin k_x x \sin k_y y$$

**TM:**  $H_z = 0$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{m\pi}{b}$$

$$a = k_{c_{m,n}} \sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_{c_{m,n}}}\right)^2}, w < w_{c_{m,n}}$$

$$b = k_{c_{m,n}} \sqrt{1 - \left(\frac{w}{w_{c_{m,n}}}\right)^2}, w > w_{c_{m,n}}$$

$$E_z = 0$$

**TE:**  $H_z = B \cos k_x x \cos k_y y$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, k_y = \frac{m\pi}{b}$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$k_c^2 = k^2 - b^2 = k^2 + g^2 \quad w_{c_{m,n}} = \frac{k_{c_{m,n}}}{\sqrt{\mathbf{m\epsilon}}}$$

$$\mathbf{a}_{cTM_{m,n}} = \frac{2R_s}{bh\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \frac{m^2 \left(\frac{b}{a}\right)^3 + n^2}{m^2 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + n^2}$$

$$E_o = -\frac{jw\mathbf{m}B}{k_x} = -\frac{j2haB}{l}$$

$$H_z = B \cos k_x x$$

$$E_y = -Z_{TE} H_x = E_o \sin k_x x$$

**TE<sub>01</sub>:**  $E_y = -\frac{jw\mathbf{m}B}{k_x} \sin k_x x$   $Z_{TE} = h \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{l}{2a}\right)^2}}$   $H_z = \frac{jE_o}{h} \frac{1}{2a} \cos k_x x$

$$H_x = \frac{j\mathbf{m}B}{k_x} \sin k_x x$$

$$h = \sqrt{\frac{\mathbf{m}}{\epsilon}} \quad l = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{w\sqrt{\epsilon\mathbf{m}}}$$

$$f_c = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad l_c = 2a \quad k_c = \frac{p}{a}$$

$$v_{fase} = \frac{w}{b} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1-(l/l_c)^2}}$$

$$v_{grup} = \frac{dw}{db} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{1-(l/l_c)^2}$$

$$l_g = \frac{v_p}{f} = \frac{2p}{b} = \frac{l}{\sqrt{1-(l/l_c)^2}}$$

**Atenuació**

$$e = e' - je'' = e' - j \frac{S}{w}$$

$$Z_S = R_S + jX_S = \sqrt{\frac{wm}{2S}}(1 + j)$$

**Potència transmesa**

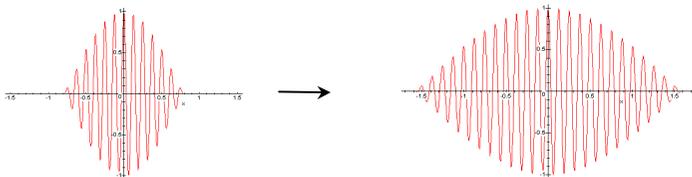
$$\bar{P}_{mn} = \frac{1}{2} \frac{|E_x|^2 + |E_y|^2}{Z_{m,n}}, [W/m^2]$$

$$Z_{m,n} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x}$$

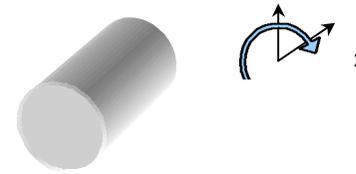
$$W_{mn} = \int_{y=0}^{y=b} \int_{x=0}^{x=a} \bar{P}_{mn} \cdot \xi dx dy, [W]$$

**Dispersió en la guia rectangular**

Se produce porque la velocidad de fase, la de grupo, o ambas varían con al frecuencia.



**Guias circulares**



**TM:**

$$E_z = AJ_n(k_c r) \cos n\phi$$

$$E_r = Z_{TM} H_\phi = -\frac{j b}{k_c} AJ'_n(k_c r) \cos n\phi$$

$$E_\phi = -Z_{TM} H_r = \frac{j b n}{k_c^2 r} AJ_n(k_c r) \sin n\phi$$

**TE:**

$$H_z = BJ_n(k_c r) \cos n\phi$$

$$E_r = Z_{TE} H_\phi = \frac{j w m}{k_c^2 r} BJ_n(k_c r) \sin n\phi$$

$$E_\phi = -Z_{TE} H_r = \frac{j w m}{k_c} AJ'_n(k_c r) \cos n\phi$$

$$Z_{TM} = \frac{b}{w\epsilon}$$

$$k_c a = w_c \sqrt{\mu\epsilon} a = \frac{2pa}{l_c} = p_{nl}, J_n(p_{nl}) = 0$$

$$Z_{TE} = \frac{w m}{b}$$

$$k_c a = w_c \sqrt{\mu\epsilon} a = \frac{2pa}{l_c} = p_{nl}', J'_n(p_{nl}') = 0$$

**Parámetros de antenas**

**Denominación de las bandas de frecuencias**

*Por décadas*

Banda	Frecuencia	$l = c / f$	Denominación
ELF	< 3kHz	>100 km	Extremely Low Frequency
VLF	3-30 kHz	100-10 km	Very Low Frequency
LF	30-300 kHz	10-1 km	Low Frequency
MF	0.3-3 MHz	1000-100 m	Medium Frequency
HF	3-30 MHz	100-10 m	High Frequency
VHF	30-300 MHz	10-1 m	Very High Frequency
UHF	0.3-3 GHz	100-10 cm	Ultra High Frequency
SHF	3-30 GHz	10-1 cm	Super High Frequency
EHF	30-300 GHz	10-1 mm	Extremely High Frequency

*Microondas*

Banda	Frecuencia	$l = c / f$
L	1-2 GHz	30-15 cm
S	2-4 GHz	15-7,5 cm
C	4-8 GHz	7,5-3,75 cm
X	8-12,4 GHz	3,75-2,42 cm
Ku	12,4-18 GHz	2,42-1,66 cm
K	18-26,5 GHz	1,66-1,11 cm
Ka	26,5-40 GHz	11,1-7,5 mm
mm	40-300 GHz	7,5-1 mm

*Frecuencias superiores*

Banda	Frecuencia	$l = c / f$	Denominación
	300-800 GHz	1-0.4 mm	Región Submilimétrica
IR	800 GHz –400 THz	0.4 mm –0.8 m	Infrarojo
V	400-750 THz	0.8-0.4 m	Visible
UV	750-10.000 THz	400-12 nm	Ultravioleta
		120-0.6 amstrong	Rayos X

**Parámetros de antenas en transmisión**

*Impedancia*

La antena ha de conectarse a un transmisor y radiar el máximo de potencia posible con un mínimo de pérdidas en ella. La antena y el transmisor han de adaptarse para una máxima transferencia de potencia en el sentido clásico de circuitos.

$$Z_e : \text{impedancia de entrada} = R_e(\omega) + jX_e(\omega)$$

Si la antena no presenta parte reactiva a una frecuencia, se dice que es una antena resonante a esa frecuencia.

$R_r$  : resistencia de radiación

$R_\Omega$  : resistencia de pérdidas

La resistencia de entrada es la suma de las de radiación y pérdidas.

$$h = \frac{P_{radiada}}{P_{entregada}} = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} : \text{eficiencia de la antena}$$

*Intensidad de radiación*

$$\mathbf{r}(\mathbf{q}, f) = \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H}^*\} \quad \text{W/m}^2 \quad \text{Densidad de flujo por unidad de superficie}$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{q}, f) = \frac{|E_q|^2 + |E_f|^2}{h} \quad \text{Densidad de potencia radiada}$$

$$K(\mathbf{q}, f) = \mathbf{r}(\mathbf{q}, f)r^2 \quad \text{Intensidad de radiación}$$

$$P_r = \iint_S \mathbf{r}(\mathbf{q}, f) d\mathbf{s} = \iint_{4p} K(\mathbf{q}, f) d\Omega \quad \text{Potencia total radiada}$$

$$d\Omega = \frac{ds}{r^2} = \text{sen } \theta d\theta d\phi$$

**Diagrama de radiación**

Un diagrama de radiación es una representación gráfica de las propiedades de la antena en función de las distintas direcciones del espacio a una distancia fija.

La densidad de potencia es proporcional al cuadrado del módulo del campo eléctrico, por lo que la representación gráfica de un diagrama de potencia contiene la misma información que un diagrama de radiación de campo.

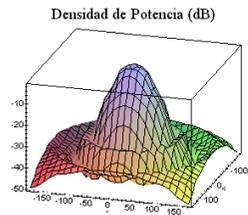
En determinadas circunstancias puede ser necesaria la representación gráfica de la fase de  $E(\mathbf{q}, f)$  además de la amplitud de las dos componentes. Dicha representación se llama *diagrama de fase* de la antena.

Al observar a gran distancia una antena, se vería su radiación como si proviniera de un punto, es decir, los frentes de onda serían esféricos. A este punto, centro de curvatura de las superficies de fase constante, se le denomina *centro de fase* de la antena.

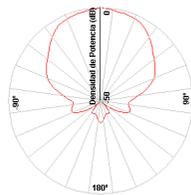
Ejemplos

*Diagrama de radiación*

Tridimensional



En coordenadas polares



En coordenadas cartesianas

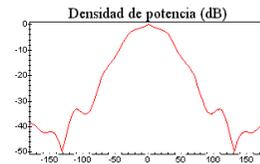
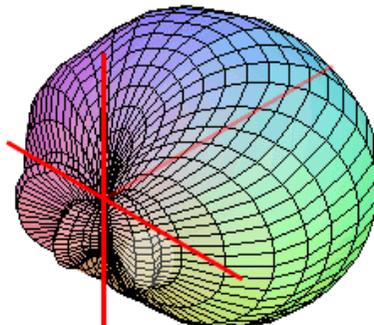


Diagrama de potencia en coordenadas esféricas



**Haz o lóbulo principal:** zona en la que la radiación es máxima.

**Ancho a -3 dB:** separación angular de las direcciones en las que el diagrama de radiación de potencia toma el valor de la mitad del máximo.

**Diagrama de campo:** la excursión angular entre las direcciones en las que el valor del campo ha caído 0.707 el valor del máximo.

**Relación del lóbulo principal a secundario:** es el cociente, expresado en dB, entre el valor del diagrama en la dirección de máxima radiación y en la dirección del máximo lóbulo secundario.

**Relación delante-atrás:** es el cociente, también en dB, entre el valor del diagrama en la dirección del máximo y el valor en la dirección diametralmente opuesta.

Si un diagrama de radiación presenta simetría de revolución en torno a una eje se dice que la antena es **omnidireccional**.

Se denomina antena **isótropa** a una antena **ideal** que radie la misma intensidad de radiación en todas las direcciones del espacio.

**Directividad**

La directividad de una antena se define como la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección, a una distancia dada, y la densidad de potencia que radiaría a esa misma distancia una antena isótropa que radiase la misma potencia que la antena.

$$D(\mathbf{q}, f) = \frac{r(\mathbf{q}, f)}{P_r / (4\pi r^2)} \quad t(\mathbf{q}, f) = \frac{r(\mathbf{q}, f)}{r_{max}} = \frac{K(\mathbf{q}, f)}{K_{max}} \quad \text{Diagrama normalizado}$$

$$D = \frac{r(\mathbf{q}, f)_{max}}{P_r / (4\pi r^2)} \quad D = \frac{4p}{\iint_{4p} t(\mathbf{q}, f) d\Omega} = \frac{4p}{\Omega_e} \quad \Omega_e : \text{ángulo sólido equivalente}$$

Una antena isótropa tiene directividad uno; si radiara uniformemente en un hemisferio, tendría directividad 2, y si lo hiciera en un octante sería 8.

En antenas directivas con un solo lóbulo principal y lóbulos secundarios de valores reducidos, se puede tener una estimación de la directividad considerando que se produce

radiación en un ángulo sólido definido por los anchos de haz a  $-3$  dB en los dos planos principales del diagrama de radiación  $(\Delta q_1, \Delta q_2)$ .

$$D = \frac{4p}{\Omega_e} = \frac{4p}{\Delta q_1 \Delta q_2} \quad D(\mathbf{q}, \mathbf{f}) = D_t(\mathbf{q}, \mathbf{f})$$

Un segundo parámetro relacionado con la directividad es la **ganancia de antena G**. La comparación no se establece con la potencia radiada, sino con la potencia entregada a la antena.

$$G(\mathbf{q}, \mathbf{f}) = h_l D(\mathbf{q}, \mathbf{f}) \quad h_l : \text{eficacia de antena}$$

Si la antena no posee pérdidas, cosa habitual a altas frecuencias, ambos parámetros son equivalentes.

### Polarización

La polarización es una indicación de la orientación del vector de campo en un punto fijo del espacio al transcurrir el tiempo. La polarización en una antena en una dirección es la de la onda radiada por ella en esa dirección.

La polarización de una onda es la figura geométrica descrita, al transcurrir el tiempo, por el extremo del vector de campo eléctrico en un punto fijo del espacio en el plan perpendicular a la dirección de propagación.

La **relación axial** de una onda polarizada elípticamente se define como la relación entre los ejes mayor y menor de la elipse.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r})e^{j\omega t}\}$$

*Véase apuntes de Campos Electromagnéticos sobre polarización de ondas*

### Ancho de banda

Todas las antenas, debido a su geometría finita, están limitadas a operar satisfactoriamente en una banda o margen de frecuencias. Este intervalo, en el que un parámetro determinado de la antena no sobrepasa unos límites prefijados, se conoce como el ancho de banda de la antena. Puede ser definido respecto a múltiples parámetros: diagrama de

radiación, directividad, impedancia, etc., en contraposición a la definición habitual en circuitos, que se hace sobre la impedancia.

El ancho de banda de la antena lo impondrá el sistema del que forma parte y afectará al parámetro más sensible o crítico de la aplicación. Para su especificación, los parámetros pueden dividirse en dos grupos, según se relacionen con el diagrama o con la impedancia.

*Con el diagrama:*

Directividad, pureza de polarización, ancho de haz, nivel del lóbulo principal a secundario y la dirección de máxima radiación.

*Con la impedancia:*

El coeficiente de reflexión y la relación de onda estacionaria.

## Parámetros de antenas en recepción

### Adaptación

Desde los terminales de la antena, el receptor se ve como una impedancia de carga  $Z_L = R_L + jX_L$ , mientras que el receptor ve a la antena como un generador ideal de tensión  $V_{ca}$  e impedancia  $Z_a = R_a + jX_a$ .

La transferencia de potencia será máxima cuando haya adaptación conjugada, esto es:

$$Z_L = Z_a^*, \text{ y entonces la potencia entregada por la antena a la carga será: } P_{L_{\text{máx}}} = \frac{|V_{ca}|^2}{4R_a}$$

En general, si no hay adaptación, tendremos:

$$P_L = P_{L_{\text{máx}}} C_a$$

$$C_a = \frac{4R_a R_L}{(R_a + R_L)^2 + (X_a + X_L)^2} : \text{coeficiente de desadaptación}$$

Normalmente, entre la antena y el receptor existe una línea de transmisión de impedancia característica  $Z_0$ . En este caso, el coeficiente de desadaptación vale también  $1 - |\mathbf{r}_L|^2$ , donde  $\mathbf{r}_L$  es el coeficiente de reflexión.

Área y longitud efectiva

La antena extrae potencia del frente de onda incidente, por lo que presenta una cierta área de captación o área efectiva  $A_{ef}$ , definida como la relación entre la potencia que entrega la potencia a su carga (supuesta para esta definición sin pérdidas y adaptada a la carga) y la densidad de potencia de la onda incidente, que representa físicamente la porción del frente de onda que la antena ha de interceptar y drenar de él toda la potencia contenida hacia la carga.

$$A_{ef} = \frac{P_L}{r} : \text{Área efectiva}$$

$$r = \frac{|E|^2}{h} \Rightarrow A_{ef} = \frac{|V_{ca}|^2}{4R_r r} = \frac{|V_{ca}|^2 h}{|E|^2 4R_r} = \frac{l_{ef}^2 h}{4R_r}$$

$$l_{ef} = \frac{|V_{ca}|}{|E|} : \text{Longitud efectiva}$$

Ecuación de transmisión

En un sistema de comunicaciones ha de establecerse el balance de potencia entre el transmisor y el receptor, ya que el mínimo de señal detectable en este último fija la potencia mínima que ha de suministrar el primero.

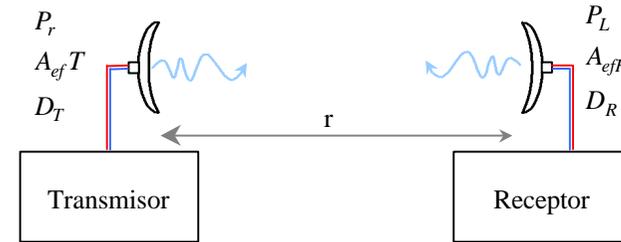
$$r = \frac{P_r}{4\pi r^2}$$

Una implicación importante de esta ley es que al doblar la distancia, la densidad de potencia se reduce a la cuarta parte o en 6 dB.

Tanto en antenas como en fuentes sonoras, el decaimiento de la señal por unidad de longitud es rápido en la vecindad y lento en la lejanía. Como la densidad de potencia es proporcional al cuadrado de la intensidad de campo, tenemos también que los campos radiados por antenas decrecerán inversamente con la distancia.

$$r(q, f) = \frac{P_r}{4\pi r^2} D(q, f) = \frac{P_e}{4\pi r^2} G(q, f)$$

PIRE (Potencia Isótropa Radiada Equivalente)  $PIRE = P_r D = P_e G \quad dBW$



La ecuación de transmisión de Friis establece la relación entre la potencia recibida y la radiada.

$$P_L = \frac{P_r}{4\pi r^2} D_T A_{ef} R$$

La relación entre la potencia recibida y la radiada se denomina **pérdidas de transmisión entre antenas** y se indica en dB. Si las antenas no estuvieran adaptadas, habría que introducir en esta expresión los coeficientes de desadaptación  $C_a$  del emisor y del receptor. Si el medio de propagación introduce pérdidas habrá que contabilizarlas mediante un factor multiplicativo  $C_m$  de pérdidas en el medio. Asimismo, habrá que tener en cuenta que la potencia captada dependerá no sólo de la densidad de potencia incidente, sino también de la polarización de la onda, por lo que aparecerá un coeficiente de polarización  $C_p$ .

Este coeficiente de **desacople de polarización** se define como la relación entre la potencia recibida por la antena cuando incide sobre ella una onda plana de polarización conocida y la que recibiría la misma antena al incidir sobre ella una onda plana con la misma dirección de propagación y densidad de potencia, pero cuyo estado de polarización sea tal que se maximice la potencia recibida (adaptación de polarización).

$$C_p = |\hat{e}_i \cdot \hat{e}_r|^2$$

Existe una relación entre la directividad y el área efectiva de cualquier antena, y que permite reescribir la ecuación en términos de la directividad que tendría la antena receptora si actuase como transmisora.

$$\frac{A_{ef}}{D} = \frac{I^2}{4p} \Rightarrow \frac{P_L}{P_r} = \left(\frac{I}{4pr}\right)^2 D_T D_R$$

$$L_o = \left(\frac{I}{4pr}\right)^2 : \text{Pérdida de transmisión en el espacio libre.}$$

$$L_o = 20 \log\left(\frac{4pr}{I}\right) = 22 + 20 \log\left(\frac{r}{I}\right) = 32.5 + 20 \log f_{MHz} + 20 \log r_{km}$$

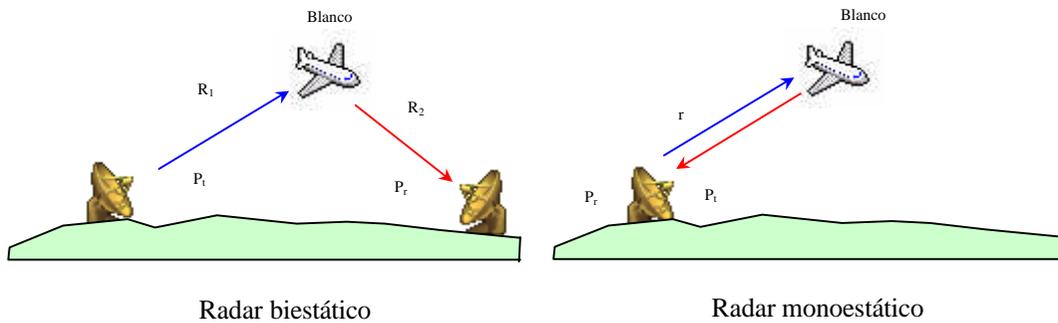
$L$  : Engloba todos los factores de desadaptación en las antenas y las pérdidas.

$$\frac{P_L}{P_r} = -L_o + D_T + D_R - L \quad (dB)$$

Desde el punto de vista del cómputo del balance de potencia en sistemas de comunicaciones, es conveniente referir la potencia recibida  $P_R$  a la potencia transmitida  $P_T$  entendida en este caso como la entregada a la antena. La ecuación de transmisión resultante se escribe en términos de las ganancias de las antenas y en el factor de pérdidas  $L'$  no se han de contabilizar las pérdidas en las antenas, por ya estar incluidas en las ganancias.

$$\frac{P_L}{P_r} = -L_o + G_T + G_R - L' \quad (dB)$$

**Ecuación del radar**



Sobre el blanco, situada a distancia  $R_1$  del transmisor, incide una onda con densidad de potencia  $r_i$ , parte de la cual es interceptada y rerradiada hacia el receptor que dista  $R_2$  del blanco. La relación entre ambas se define como la *sección recta radar* del blanco y tiene dimensiones de área.

***Radar biestático***

$$P_L = \frac{P_r}{4pR_1^2} D_T S \frac{1}{4pR_2^2} A_{efR}$$

$$\frac{P_L}{P_r} = \frac{S D_T D_R}{4p} \left(\frac{I}{4pR_1 R_2}\right)^2$$

***Radar monoestático***

$$\frac{P_L}{P_r} = \frac{S D^2 I^2}{(4p)^3 r^4}$$

**Temperatura de ruido de la antena**

Una antena recibe, además de señal, ruido.

A la potencia de ruido disponible en los terminales de una antena receptora se le asocia una temperatura de ruido de la antena  $T_a$ , entendida como la temperatura a la que tendría que estar una resistencia para producir una potencia de ruido igual.

$B$  : ancho de banda

$R$  : resistencia

$V_N$  : tensión (rms) en circuito abierto

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} : \text{cte de Boltzmann}$$

$$P_N = \frac{V_N^2}{4R} = kT_a B$$

Si la antena no tiene pérdidas óhmicas, toda la potencia de ruido proviene de fuentes externas en forma de radiación incidente de todas las direcciones del espacio, que es captada por la antena y transferida al receptor.

Si nos encontrásemos en un ambiente externo que se comportase como un cuerpo negro uniforme de temperatura  $T$ , la potencia de ruido entregada por la antena a su carga

adaptada vendría dada por la ley Rayleigh-Jeans o, equivalentemente por la relación de Nyquist,  $P_N = kTB$ .

En general la antena no se encuentra en un ambiente uniforme y se puede asociar una **temperatura de brillo**  $T(\mathbf{q}, \mathbf{f})$  a la fuente.

$$T_a = \frac{\iint_{4p} T(\mathbf{q}, \mathbf{f}) A_{ef}(\mathbf{q}, \mathbf{f}) d\Omega}{\iint_{4p} A_{ef}(\mathbf{q}, \mathbf{f}) d\Omega} = \frac{1}{I^2} \iint_{4p} T(\Omega) A_{ef}(\Omega) d\Omega$$

Señal-ruido

$$\frac{S}{N_{antena}} = \frac{P_L}{P_N} = \frac{P_r D_T A_{efR}}{4pr^2 kT_a B}$$

La sensibilidad de un receptor es la relación señal-ruido mínima para que el sistema funcione correctamente y condiciona el máximo alcance de la comunicación.

$$r_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{P_r D_T A_{efR}}{4pkT_a B (S/N)_{m\acute{in}}}}$$

$$P_N = kT_a B \mathbf{h}_l + kT_{amb} B(1 - \mathbf{h}_l)$$

Si la antena posee pérdidas:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{S_a}{kT_a B}$$

$$\frac{S}{N} = \left(\frac{S}{N}\right)_o \frac{1}{1 + \frac{T_{amb}}{T_a} \frac{1 - \mathbf{h}_l}{\mathbf{h}_l}}$$

Lo que representa un empeoramiento de:  $10 \log\left(1 + \frac{T_{amb}}{T_a} \frac{R_\Omega}{R_r}\right)_{dB}$

El receptor se caracteriza por un **factor de ruido**, F, y su temperatura equivalente T<sub>e</sub>.

**Propagación**

**Propagación en el espacio libre y en el entorno terrestre**

$$\frac{P_R}{P_T} = \frac{1}{4\pi r^2} D_T A_{efR} = \left(\frac{1}{4\pi r}\right)^2 D_T D_R = \left(\frac{1}{1r}\right)^2 A_{efT} A_{efR}$$

La propagación en el espacio libre responde a un modelo ideal análogo a las condiciones de propagación en el vacío. En el entorno terrestre muy pocas situaciones se ajustan a este modelo. La presencia de la tierra, la atmósfera y la ionosfera alteran en la mayoría de los casos reales las condiciones de propagación.

Las características eléctricas de la tierra y su orografía influyen en la propagación de las ondas electromagnéticas. Al incidir una onda electromagnética sobre la tierra se produce una reflexión. La superposición de la onda directa y la reflejada da lugar a la llamada **onda de espacio**. La formación de la onda de espacio puede ser constructiva o destructiva en función de las fases de la onda directa y de la reflejada, lo que puede resultar en variaciones apreciables de la potencia recibida respecto al valor esperado en espacio libre.

La presencia de obstáculos y la propia esfereicidad de la tierra limitan la visibilidad entre antena transmisora y receptora. Al incidir una onda electromagnética sobre un obstáculo rerradia parte la energía interceptada. La **difracción** posibilita la recepción aun en el caso de que no exista visibilidad, si bien con una atenuación adicional respecto al espacio libre.

A frecuencias bajas la tierra se comporta como un buen conductor, por lo que es posible inducir corrientes superficiales sobre la superficie de la tierra. A estas corrientes superficiales está asociada la **onda de superficie** que podrá recibirse aunque no exista visibilidad entre las antenas.

La concentración de gases en la atmósfera introduce diferencias entre la propagación en el vacío y en la atmósfera. La mayor concentración de gases se da en la capa más baja de la atmósfera, llamada troposfera, que se extiende desde el nivel del mar hasta unos 10 km de altitud aproximadamente. En condiciones atmosféricas normales, la concentración de gases disminuye con la altura, lo que provoca una variación del índice de refracción de la atmósfera, en función de la altura. Por tanto, la atmósfera constituye un medio de propagación no homogéneo, lo que provoca una curvatura de las trayectorias de propagación o refracción. Además, la presencia de gases introduce una atenuación, especialmente importante en las frecuencias de resonancia de las moléculas

de oxígeno y del vapor de agua, que son los gases con mayor presencia en la atmósfera. Finalmente, las incidencias meteorológicas como la **lluvia** pueden introducir atenuaciones adicionales en función de la frecuencia y la intensidad de la precipitación.

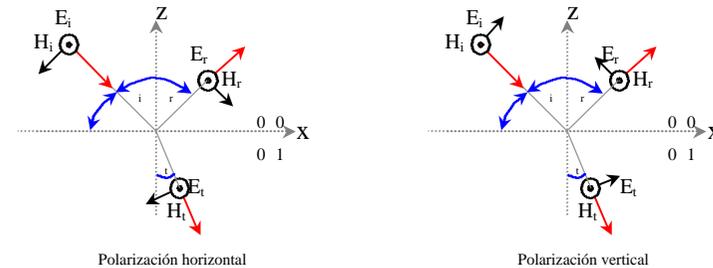
Un tercer elemento que se debe considerar en la propagación en el entorno terrestre es la presencia de la **ionosfera**. La ionosfera es una capa de la atmósfera comprendida entre los 50 y los 2.000 km de altitud por encima de la superficie terrestre y que se caracteriza por contener densidades importantes de moléculas ionizadas. La propagación por medios ionizados está sujeta a fenómenos de reflexión, absorción y refracción en función de parámetros tales como la frecuencia y la densidad de ionización.

**Efecto de la Tierra**

*Reflexión en tierra plana*

La presencia de la tierra produce reflexiones al incidir sobre ella una onda electromagnética. Una hipótesis simplificadora es considerar que la reflexión se produce sobre una superficie plana y lisa.

La tierra es una medio dieléctrica con pérdidas cuyas constantes dieléctricas varían en función del tipo de suelo, el grado de humedad del mismo y la frecuencia.



$$E_i e^{-jk_1 \sin q_i x} + E_r e^{-jk_1 \sin q_r x} = E_t e^{-k_2 \sin q_t x}$$

$$k_1 \sin q_i = k_1 \sin q_r = k_2 \sin q_t \Rightarrow q_i = q_r \quad n_1 \sin q_i = n_2 \sin q_t$$

$$\mathbf{r}_H = \frac{n_1 \cos \mathbf{q}_i - n_2 \cos \mathbf{q}_t}{n_1 \cos \mathbf{q}_i + n_2 \cos \mathbf{q}_t}$$

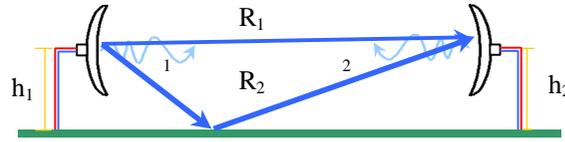
$$\mathbf{r}_V = \frac{n_2^2 \operatorname{sen} \mathbf{y} - \sqrt{n_2^2 - \cos^2 \mathbf{y}}}{n_2^2 \operatorname{sen} \mathbf{y} + \sqrt{n_2^2 - \cos^2 \mathbf{y}}}$$

$$n_2 = \sqrt{\mathbf{e}' - j \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{w} \mathbf{e}_o}}$$

Buen conductor  $\Leftrightarrow \mathbf{s} \gg \mathbf{w} \mathbf{e}_o \Rightarrow \mathbf{e} \cong -\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{w}}$

$$k = \mathbf{b} - j\mathbf{a} \cong \frac{1-j}{d_p}$$

$$d_p \cong \sqrt{\frac{2}{\mathbf{w} \mathbf{m} \mathbf{s}}}$$



Una situación de reflexión en tierra plana es la representada en la figura en las que las antenas con directividades  $D_1(\mathbf{q})$  y  $D_2(\mathbf{q})$  se suponen orientadas en la dirección de su máximo de radiación. El suelo posee un coeficiente de reflexión  $\mathbf{r}$ .

Las distancias recorridas por la onda directa y la reflejada entre la antena transmisora y la receptora son  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente. La superposición de la onda directa y la reflejada forma la onda de espacio. La tensión en circuito abierto inducida por la onda de espacio en la antena receptora puede hallarse como la suma de las tensiones en circuito abierto inducidas por la onda directa y la onda reflejada.

Las tensiones en circuito abierto inducidas por la onda directa y la onda reflejada son respectivamente:

$$V_{ca}^d \propto \sqrt{D_1(0)D_2(0)} \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \quad \text{y} \quad V_{ca}^r \propto \sqrt{D_1(\mathbf{q}_1)D_2(\mathbf{q}_2)} |\mathbf{r}| e^{ij} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2}$$

Finalmente, la tensión inducida por la onda espacio resulta:

$$V_{ca} \propto \sqrt{D_1(0)D_2(0)} \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} \left[ 1 + \sqrt{\frac{D_1(\mathbf{q}_1)D_2(\mathbf{q}_2)}{D_1(0)D_2(0)}} |\mathbf{r}| e^{ij} e^{-jk(R_2-R_1)} \right]$$

Así pues, el término:

$$\frac{V_{ca}}{V_{ca}^d} = 1 + \sqrt{\frac{D_1(\mathbf{q}_1)D_2(\mathbf{q}_2)}{D_1(0)D_2(0)}} |\mathbf{r}| e^{ij} e^{-jk(R_2-R_1)}$$

En general la distancia  $R$  es mucho mayor que la altura de las antenas. Esto implica que, excepto para antenas de una directividad muy elevada, los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son mucho menores que el ancho del haz, y por lo tanto puede aproximarse  $D_i(\mathbf{q}_i) = D_i(0), i = 1, 2$ .

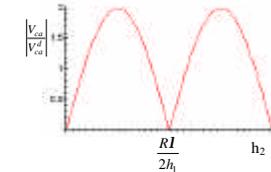
Así mismo, se tiene:

$$R_1 \approx R + \frac{1}{2} \frac{(h_2 - h_1)^2}{R} \quad R_2 \approx R + \frac{1}{2} \frac{(h_2 + h_1)^2}{R}$$

$$\left| \frac{V_{ca}}{V_{ca}^d} \right| = \left| 1 - e^{-jk \frac{2h_1 h_2}{R}} \right| = 2 \left| \operatorname{sen} \frac{kh_1 h_2}{R} \right|$$

$$\text{si } \frac{kh_1 h_2}{R} < \frac{\pi}{16} \Rightarrow \left| \frac{V_{ca}}{V_{ca}^d} \right| \approx 2 \frac{kh_1 h_2}{R}$$

Oscilaciones de la tensión en circuito abierto en función de la altura de una de las antenas



La potencia recibida es proporcional al cuadrado de la tensión en circuito abierto. En el caso de existir reflexión en la tierra y con la validez de las hipótesis anteriores, se puede escribir la relación entre la potencia recibida por onda de espacio con relación a la recibida por propagación en el espacio libre como:

$$\frac{P_R}{P_R^d} = \left( \frac{2kh_1 h_2}{R} \right)^2$$

También puede escribirse como la relación entre la potencia transmitida y la recibida, por reflexión en tierra plana con ángulo de incidencia rasante y mucho menor que el ancho de haz de las antenas empleadas, como:

$$\frac{P_R}{P_T} = \frac{1}{4\pi R^2} D_T A_{efR} \left( \frac{2kh_1 h_2}{R} \right)^2 \propto \frac{1}{R^4}$$

Por lo que la potencia recibida es inversamente proporcional a la distancia elevada a la cuarta potencia, en lugar de al cuadrado, como sucede en el espacio libre.

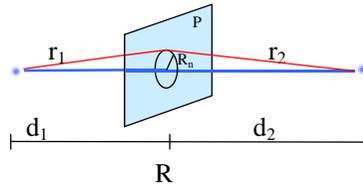
**Difracción**

La difracción es un fenómeno que ocurre cuando una onda electromagnética incide sobre un obstáculo. La tierra y sus irregularidades pueden impedir la visibilidad entre antena transmisora y receptora en ciertas ocasiones.

La zona oculta de la antena se denomina **zona de difracción**. En esta zona los campos no son nulos debido a la difracción causada por el obstáculo, y por tanto, la recepción es posible, si bien con atenuaciones superiores a las del espacio libre.

En primer lugar es necesario definir la condición de visibilidad entre antenas, es decir, cuando debe considerarse que un obstáculo interrumpe el camino directo entre la antena transmisora y la receptora.

Considérese la situación de la figura en que dos antenas isotropas están separadas una distancia  $R$ . A una distancia  $d_1$  entre la antena transmisora, donde se halla el obstáculo, se define un plano P infinito, perpendicular a la línea que une la antena transmisora con la receptora.



Se definen las **zonas de Fresnel** como aquellos puntos del espacio que cumplen:

$$(r_1 + r_2) - R = n \frac{\lambda}{2}, n = 1, 2, \dots$$

y son elipsoides de revolución cuyo eje mayor tiene una longitud de  $R + n\lambda / 2$ . La intersección de las zonas de Fresnel con el plano P son circunferencias cuyo radio es:

$$R_n = \sqrt{n\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}$$

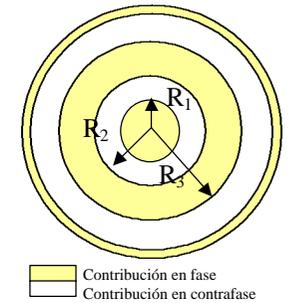
Aplicando el **principio de Huygens**, el campo sobre la antena receptora puede formarse como la superposición de fuentes elementales de ondas esféricas situadas en el plano P, radiando cada una de estas fuentes con un desfase en función de la distancia  $r_1$ . A estas fuentes equivalentes se les llama fuentes secundarias.

A partir de la definición de las zonas de Fresnel, los campos producidos por las fuentes equivalentes de Huygens situadas en la zona 1 de la figura se sumarán en la antena receptora con una fase inferior a  $180^\circ$ , es decir, constructivamente. Las contribuciones

de las fuentes situadas en las zonas 2 y 3 tienden a cancelarse mutuamente, lo mismo que las de las zonas 4,5, 6,7 y así sucesivamente.

Por tanto, si en la situación del plano P se sitúa un plano conductor con un orificio de radio  $R_1$ , esto es, dejando solamente las fuentes secundarias comprendidas dentro de la primera zona de Fresnel y anulando el resto, la potencia recibida en el receptor no disminuirá de forma apreciable.

Fase del campo producido por cada una de las fuentes secundarias sobre el receptor.



Por tanto, el radio de la primera zona de Fresnel permite definir la condición de visibilidad entre antenas, de forma que mientras no exista un obstáculo dentro de la primera zona de Fresnel permite definir la condición de visibilidad entre antenas, de forma que mientras no exista un obstáculo dentro de la primera zona de Fresnel, se considera que la trayectoria no ha sido obstruida.

Por el contrario, cuando el obstáculo se encuentra dentro de la primera zona de Fresnel, existirá una disminución apreciable en la potencia recibida, por lo que se considera que la trayectoria ha sido obstruida y deberá considerarse el efecto de la difracción.

Existen también pérdidas por difracción en tierra esférica.

$$20 \log \frac{E}{E_0} = F(d) + H(h_1) + H(h_2)$$

$F$  : tiene en cuenta los efectos de la distancia

$H$  : tiene en cuenta los efectos de la altura de cada antena

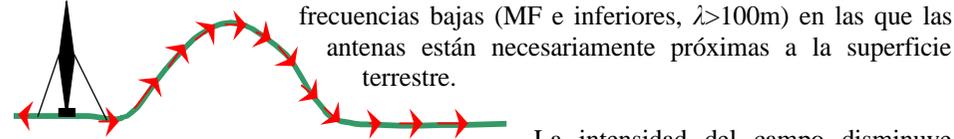
**Onda de superficie**

Anteriormente se ha analizado el efecto de la tierra en la propagación como un problema de reflexión en tierra plana. En este caso se considera la formación de la onda de espacio como una interferencia entre la onda directa y la reflejada. Cuando las alturas sobre el suelo de la antena transmisora y receptora son pequeñas en términos de  $\lambda$ , la onda espacio tiende a cancelarse. En esta situación, el mecanismo de propagación más relevante es la onda de superficie (sin considerar posibles efectos ionosféricos).

La radiación de ondas electromagnéticas sobre una superficie esférica lisa es un problema que admite una solución analítica. El campo radiado puede expresarse como

una suma de términos cuyas amplitudes son función de la frecuencia, el tipo de terreno, la altura de las antenas sobre el suelo, la polarización y la distancia.

De la solución analítica se observa que si las antenas se aproximan al suelo, la potencia recibida en ambas polarizaciones decrece hasta una cierta altura en que la potencia recibida de la polarización vertical permanece constante, mientras que en polarización horizontal continúa decreciendo. Cuando la altura de las antenas es una fracción de la longitud de onda, la potencia recibida en polarización horizontal es despreciable frente a la recibida en polarización vertical. Este fenómeno es especialmente importante a



La intensidad del campo disminuye con la frecuencia, de forma que la propagación por onda de superficie deja de ser un mecanismo relevante de propagación a grandes distancia en la banda de HF. La atenuación disminuye al aumentar la conductividad del terreno; así, sobre agua de mar el comportamiento del campo es prácticamente  $1/R$  para distancias de 100 km y para bandas de frecuencias de MF e inferiores, mientras que en tierra seca el comportamiento es  $1/R^2$ . Finalmente se debe destacar que a grandes distancias (superiores al centenar de km) se hace evidente el término de atenuación exponencial, por lo que la intensidad de campo disminuye rápidamente con la distancia.

La onda de superficie es el mecanismo responsable de la propagación a grandes distancias en la banda de MF, donde se encuentra ubicado el servicio de radiodifusión en OM. Con potencias de transmisión del orden de 100kW se obtienen coberturas de hasta unos 100 km con señal de gran calidad ( $S/N \approx 30dB$ ) sin necesidad de que exista visibilidad directa entre el transmisor y el receptor.

## Efecto de la Troposfera

### Atenuación

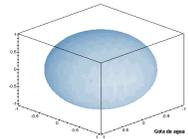
La absorción molecular de los gases contenidos en la atmósfera y la atenuación producida por los hidrometeoros son las principales causas de atenuación atmosférica. La atenuación por absorción molecular se debe principalmente a las moléculas de oxígeno y vapor de agua. Para frecuencias inferiores a 10 GHz es prácticamente despreciable, mientras que a frecuencias superiores presenta un comportamiento creciente con la frecuencia y la aparición de rayas de atenuación asociadas a las

frecuencias de resonancia de las moléculas. A 22,3 GHz y a 60 GHz aparecen las primeras rayas asociadas al vapor de agua y al oxígeno respectivamente.

La correspondiente al oxígeno es especialmente importante ya que el nivel del mar presenta atenuaciones del orden de 15 dB/km, lo que imposibilita las comunicaciones a grandes distancias a esta frecuencia.

A frecuencias superiores existen otros picos de absorción. A frecuencias de infrarrojo y visible existe una fuerte atenuación por parte del vapor de agua, hecho sobras conocido por fenómenos tales como nubes o niebla.

En cuanto a la atenuación por **hidrometeoros** es especialmente importante la lluvia, ya que la niebla, la nieve y el granizo producen atenuaciones mucho menores en las bandas de SHF e inferiores. La atenuación por lluvia depende de la intensidad y de factores tales como el tipo de lluvia, el tamaño y la velocidad de las gotas de agua. La atenuación total por producida por la lluvia se obtiene multiplicando la atenuación específica por la longitud de la celda de lluvia. En la planificación de un servicio el efecto de la lluvia debe considerarse de forma estadística teniendo en cuenta la probabilidad de que una cierta intensidad de lluvia ocurra, y sobredimensionando el sistema de forma que la atenuación adicional asociada a esta intensidad de lluvia no afecte al sistema.



$$g_R = K R^a \text{ (dB/km) : atenuación específica de lluvia.}$$

Donde R es la intensidad de lluvia en mm/h, y las constantes K y  $a$  son función de la frecuencia y difieren para la polarización vertical y horizontal, ya que las gotas de lluvia no son esféricas sino que por efecto del rozamiento con el aire tienden a achatarse formando esferoides con el vertical menor que el horizontal, por lo que la atenuación para la polarización vertical es ligeramente menor.

La relación entre la atenuación específica oscila entre 1.05 y 1.35 para cada polarización en el margen de frecuencias entre 10 y 80 GHz.

Para predecir los efectos de la lluvia subsiste el problema de conocer las características de las lluvias en la zona donde se realiza en enlace. En estos casos es fundamental disponer de datos de observación meteorológica que permitan cuantificar de forma probabilística las diferentes intensidades de lluvia.

**Refracción**

El índice de refracción de la atmósfera varía en función de la concentración de gases. Es por este motivo, para una atmósfera normal, que el índice de refracción disminuye con la altura. El índice de refracción del aire es muy próximo a la unidad. Para facilitar los cálculos se define el coíndice de refracción o de refractividad N como:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \text{ unidades N}$$

de forma que la refractividad tiene en la superficie terrestre valores de centenas de unidades N. Si se supone la atmósfera como un gas ideal con una cierta concentración de vapor de agua, la refractividad puede obtenerse como:

$$N = 77.6 \frac{P}{T} + 3.73 \cdot 10^5 \frac{e}{T^2}$$

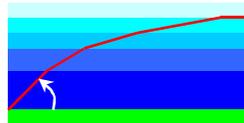
P : presión atmosférica en mbar

T : temperatura absoluta en K

e : presión parcial del vapor de agua en mbar

Tanto la presión atmosférica como la temperatura y el contenido de vapor de agua son función de la altura. Para un perfil atmosférico medio, la refractividad varía exponencialmente en función de la altura. La UIT define como atmósfera de referencia aquella en la que la refractividad varía como:

$$N(h) = 315e^{-0.136h} \text{ unidades N, donde h es la altura en km.}$$



Esta atmósfera corresponde a un valor promedio sobre la superficie terrestre a lo largo del tiempo, en donde 315 es el valor de la refractividad en la superficie de la tierra, y se supone que la atmósfera está estratificado en sentido horizontal.

La principal consecuencia de la variación del índice de refracción atmosférico es la refracción de las ondas, es decir, que las ondas no se propagan en línea recta. Para un medio estratificado como el de la figura, en el que el índice de refracción disminuye con la altura, la trayectoria de la onda se curva hacia la región de mayor índice.

El radio de curvatura r de la trayectoria es:  $\frac{1}{r} = -\frac{1}{n(h)} \frac{dn}{dh} \cos \gamma$

Como el índice de refracción es muy próximo a 1 y dado que en general las antenas se encuentran a alturas muy semejantes, es decir el ángulo  $\gamma$  se aproxima a cero, la expresión anterior puede escribirse como:

$$\frac{1}{r} = -\frac{dn}{dh}$$

Cuando la variación de n con la altura es significativa, el radio de curvatura no es muy grande y la trayectoria de las ondas no es recta sino que se curva debido a la refracción. Este efecto debe tenerse en cuenta al considerar la visibilidad entre antenas, la distancia al horizonte y la distancia entre trayectorias y obstáculos.

Para simplificar los cálculos se suponen que en la proximidad de la superficie terrestre el gradiente de la refractividad es constante. En este caso el radio de la curvatura de la trayectoria es constante, es decir, describe una circunferencia. Es posible definir un radio de curvatura equivalente de la tierra, para la cual las ondas se propagan en línea recta. La condición que debe cumplir este radio es:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_T} - \frac{1}{r} = (157 + \frac{dN}{dh}) \cdot 10^{-6}$$

Para la atmósfera de referencia al nivel del mar (gradiente de la refractividad igual a  $-39N/km$ ) se obtiene que  $R_{eq} \cong \frac{4}{3} R_T \cong 8.500km$

**Difusión troposférica**

Anteriormente se ha supuesto que la atmósfera es un medio estratificado en el que el índice de refracción varía solamente con la altura. En realidad existen en la atmósfera heterogeneidades que producen fluctuaciones locales del índice de refracción.

Si mediante la antena transmisora se radia hacia una de estas heterogeneidades suficiente energía, la energía interceptada y rerradiada hacia la antena receptora bastará para realizar una comunicación transhorizonte emitiendo con niveles de señal superiores a los que se conseguirían por difracción sobre la tierra esférica.

La difusión troposférica es importante en las bandas de VHF y UHF en las que el tamaño de las heterogeneidades es comparable a la longitud de onda y la atenuación atmosférica es despreciable. Permite alcances de centenares de km, y sin embargo, está sujeta a desvanecimientos debido a variaciones locales rápidas de las condiciones

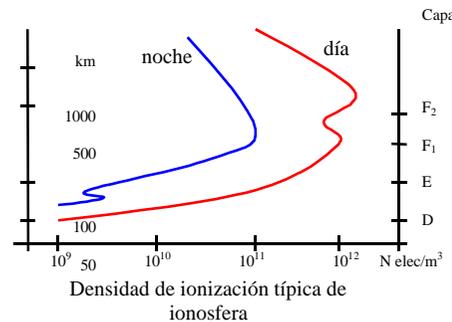
atmosféricas. Este último inconveniente puede superarse aumentando la potencia de transmisión. Hasta el advenimiento de los satélites, la comunicación troposférica era la única posibilidad de establecer enlaces a grandes distancias en las bandas de VHF y UHF; en la actualidad su uso ha disminuido, si bien se sigue usando en los radares transhorizonte.

## Efecto de la ionosfera

### Introducción

La causa primordial de ionización de la ionosfera es la radiación solar en la región del espectro de los rayos X y ultravioletas. También contribuyen a la ionización la incidencia de partículas cargadas (protones y electrones) de origen solar y los rayos cósmicos galácticos. La creación de iones depende de la energía de las radiaciones y de la densidad de moléculas.

Para alturas elevadas, la energía de la radiación incidente es elevada pero la densidad de moléculas es baja, mientras que a alturas más bajas, la densidad de moléculas es alta pero la energía de las radiaciones ha sido absorbida en gran parte, de modo que la densidad de ionización máxima se produce en un punto intermedio. La densidad de ionización existente es el resultado de un equilibrio dinámico entre la ionización y la desionización producida principalmente por la colisión entre iones.



Dado que la causa principal de ionización es la actividad solar, el comportamiento de la ionosfera está muy influido por los ciclos solares observados desde la tierra. Los periodos de estos ciclos son: diurno, anual y de once años. El último está asociado a los periodos de aparición de las manchas solares.

### Propagación en un medio ionizado

La propagación de ondas electromagnéticas en la ionosfera se puede modelar a partir de la propagación en plasmas. Un plasma es una región de espacio, con la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío, que contiene electrones libres. Un modelo simplificado es el plasma frío, en el que se desprecia el movimiento de los electrones por causas térmicas.

Considérense en primer lugar las fuerzas a las que se encuentra sometido un electrón inmerso en el campo electromagnético de una onda plana. Éste experimentará una fuerza debida al campo eléctrico y otra al campo magnético.

$$|\vec{F}_e| = e |\vec{E}| = eE$$

$$|\vec{F}_m| = e |\vec{v} \times \vec{B}| = e v \text{sen} \theta = e v \frac{m}{h} E \text{sen} \theta = \frac{v}{c} |\vec{F}_e| \text{sen} \theta$$

La ecuación del movimiento de un electrón en un plasma frío en el que se propaga una onda plana y existe un campo magnético estático  $\vec{H}_0$  es:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \mathbf{u}m\vec{v} - e\mathbf{m}_b\vec{v} \times \vec{H}_0 \Rightarrow \vec{v} = \frac{-e\vec{E}}{m(\mathbf{u} + j\mathbf{w})}$$

Si existe una densidad de N electrones/m<sup>3</sup> se creará una densidad de corriente:

$$\vec{J} = -Ne\vec{v} = \frac{Ne^2}{m(\mathbf{u} + j\mathbf{w})} \vec{E}$$

Y a partir de las ecuaciones de Maxwell, es posible definir la permitividad eléctrica relativa y la conductividad del plasma:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\mathbf{w}\epsilon_0\vec{E} = j\mathbf{w}\epsilon_0 \left( 1 + \frac{Ne^2}{j\mathbf{w}\epsilon_0 m(\mathbf{u} + j\mathbf{w})} \right) \vec{E} = j\mathbf{w}\epsilon_0 \mathbf{e}^* \vec{E}$$

$$\mathbf{e}^* = \mathbf{e}' - j\mathbf{e}'' = \mathbf{e}' - j \frac{\mathbf{S}}{\epsilon_0 \mathbf{w}}$$

$$\mathbf{e}' = 1 - \frac{Ne^2}{m\epsilon_0(\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2)} \quad \mathbf{S} = \frac{Ne^2\mathbf{u}}{m(\mathbf{u}^2 + \mathbf{w}^2)}$$

En ausencia de colisiones entre iones ( $\mathbf{u} = 0$ ),

$$\mathbf{e}' = 1 - \frac{N e^2}{m \mathbf{e}_0 \omega^2} = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} \quad \mathbf{s} = 0$$

donde se ha introducido la frecuencia de resonancia del plasma  $f_p$ , también llamada frecuencia crítica:

$$f_p^2 = \left( \frac{\omega_p}{2\pi} \right)^2 = \frac{N e^2}{(2\pi)^2 m \mathbf{e}_0} \Rightarrow f_p = 9\sqrt{N} \text{ (Hz)}$$

Una onda plana propagándose en este supuesto por la ionosfera tiene una constante de fase:  $\mathbf{b} = \omega \sqrt{\mathbf{m} \mathbf{e}_0 \mathbf{e}'}$ . En el caso que la frecuencia sea inferior a la frecuencia de resonancia, la constante de fase será imaginaria y la onda se atenuará de forma exponencial con la distancia. Por el contrario, si la frecuencia es superior a  $f_p$ , la constante de fase es real. En este último caso, la permitividad relativa es inferior a la unidad y por lo tanto la velocidad de fase es superior a la de la luz.

$$v_{fase} = \frac{\omega}{\mathbf{b}} = \frac{c}{\sqrt{\mathbf{e}'}} \quad v_{grupo} = \frac{d\omega}{d\mathbf{b}} = \frac{v_{fase}}{1 - \frac{\omega}{v_{fase}} \frac{dv_{fase}}{d\omega}} = \frac{c^2}{v_{fase}} = c\sqrt{\mathbf{e}'}$$

Nótese que en este caso la velocidad de propagación es función de la frecuencia y, por tanto, la ionosfera constituye un medio dispersivo.

Si se considera la existencia de colisiones en la ionosfera, la constante dieléctrica del plasma tiene parte imaginaria no nula, por lo que el medio presentará atenuación:

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + j\mathbf{b} = j\omega \sqrt{\mathbf{m} \mathbf{e}_0 \left( \mathbf{e}' - j \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{e}_0 \omega} \right)}$$

Bajo la hipótesis de buen dieléctrico:  $\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{e}_0 \omega} \ll \mathbf{e}' \Rightarrow \mathbf{a} = 60\pi \frac{\mathbf{s}}{\sqrt{\mathbf{e}'}} \text{ (Neper/m)}$

Suponiendo que el índice de refracción es próximo a la unidad y que la frecuencia de la onda es mucho mayor que la frecuencia de las colisiones ( $\omega \gg \mathbf{u}$ ), la atenuación puede escribirse como:

$$\mathbf{a} = 1.16 \cdot 10^{-3} \frac{N \mathbf{u}}{f^2} \text{ (dB/km)}$$

### Influencia del campo magnético terrestre

En el análisis anterior no se ha considerado el efecto del campo magnético terrestre. Un plasma sometido a un campo magnético constante posee características anisótropas, de forma que la constante dieléctrica no es un escalar sino un tensor.

El efecto más notable es que la constante de propagación es función de la polarización de la onda. En concreto, la constante de propagación es distinta para una onda polarizada circularmente a izquierdas o a derechas. Esto produce una rotación en el plano de polarización de una onda linealmente polarizada.

A este efecto se le denomina rotación de Faraday. El ángulo de rotación de la polarización depende de la diferencia entre las dos constantes de propagación. Esta diferencia es función de la dirección de propagación de la onda respecto al campo magnético terrestre, de la intensidad del campo magnético y de la frecuencia de resonancia de la ionosfera, e inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia.

Para frecuencias superiores a 10GHz, la rotación de Faraday es totalmente despreciable (inferior a 1°); sin embargo, en las bandas de VHF y UHF puede tener valores considerables que son impredecibles. Es por este motivo que en estas bandas es necesario el empleo de polarización circular en las comunicaciones tierra-satélite, ya que el empleo de polarización lineal tendría asociadas pérdidas por desacoplo fluctuantes, impredecibles y con valores potencialmente elevados.

Por el contrario, a frecuencias superiores a 10 GHz, puede emplearse polarización lineal sin que exista una rotación apreciable en la polarización, y de hecho, es habitual en las comunicaciones espaciales en estas bandas la reutilización de frecuencias mediante el empleo de polarizaciones lineales ortogonales.

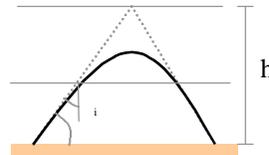
### Comunicaciones ionosféricas

La existencia de la ionosfera, permite, tal como comprobó Marconi, las comunicaciones a grandes distancias.

El efecto de la ionosfera es distinto para las diferentes bandas. A frecuencias bajas y muy bajas (LF y VLF) la ionosfera supone un cambio brusco en términos de  $\lambda$  del índice de refracción atmosférico. Esta variación abrupta produce una reflexión de la onda incidente en la parte baja de la ionosfera.

Se puede considerar que la superficie de la tierra y la parte baja de la ionosfera forman una guía de ondas que favorece la propagación a grandes distancias en estas bandas de frecuencias (entre los 5.000 y los 20.000 km). Dado que la onda no llega a penetrar en la ionosfera, este modo de propagación es relativamente insensible a las variaciones de la ionosfera.

A frecuencias más elevadas (MF y superiores) la onda penetra en la ionosfera. La ionosfera es un medio cuyo índice de refracción varía con la altura. La densidad de ionización aumenta con la altura hasta alcanzar el máximo entre los 300 y 500 km. A medida que la densidad de ionización aumenta, el índice de refracción disminuye produciéndose la refracción de la onda, o curvatura de la trayectoria, de forma análoga a la refracción atmosférica. Bajo ciertas condiciones la curvatura es tal que la onda regresa a la tierra.



La condición para que la onda regrese a la tierra es que para cierta altura, se cumpla, según la ley de Snell,

$$1 \cdot \sin \mathbf{f}_i = n \sin 90^\circ = n = \sqrt{\mathbf{e}'} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2} \Rightarrow \cos \mathbf{f}_i = \frac{f_p}{f}$$



Aunque el proceso involucrado en este modo de propagación es una refracción, es habitual referirse a él como reflexión ionosférica, considerando que se produce una reflexión a una altura virtual h.

Se define la frecuencia máxima utilizable básica (MUF básica) como:

$$MUF = \frac{f_p}{\cos \mathbf{f}_i} = \frac{f_p}{\sin \mathbf{y}}$$

Su significado es el siguiente: para unas condiciones ionosféricas dadas ( $f_p$ ) y ángulo de elevación respecto al horizonte ( $\mathbf{y}$ ), la MUF es la máxima frecuencia utilizable para que

la onda regrese a la tierra. Si se emplea una frecuencia mayor, la curvatura de la trayectoria no es suficiente. Nótese que la frecuencia de resonancia es la frecuencia a la que se produce reflexión cuando se incide normalmente a la ionosfera.

La distancia cubierta en un enlace ionosférico depende del ángulo de incidencia y de la altura virtual a la que se produce la reflexión. La altura virtual es de unos 100 km para la capa E, entre 200 y 250 km para la capa  $F_1$  y entre los 250 y 400 km para la capa  $F_2$ .

El valor del ángulo de elevación máximo está limitado, para una frecuencia dada, por:

$$\sin \mathbf{y}_{\text{máx}} = \frac{f_p}{f}, \text{ de forma que si se supera este ángulo, la onda no regresa a tierra.}$$

La distancia mínima que puede cubrirse con una reflexión ionosférica es (no válida para ángulos de incidencia pequeños pues no supone que la tierra es plana)

$$d_{\text{mín}} = 2h \sqrt{\left(\frac{f}{f_p}\right)^2 - 1}$$

La distancia máxima alcanzable está limitada por la potencia del transmisor, la sensibilidad del receptor, la altura virtual de reflexión y la curvatura terrestre. Considerando el efecto de refracción de la atmósfera terrestre, esta distancia está limitada a los 4.000 km. Sin embargo, es posible alcanzar distancias mayores mediante reflexiones múltiples. Estas reflexiones múltiples se producen entre la ionosfera y la superficie de la tierra, o bien entre capas ionosféricas distintas. En estos casos la longitud de los enlaces puede ser superior a los 10.000 km.

**Fuentes de ruido externo**

En la planificación de un sistema de radiocomunicaciones, el parámetro fundamental de calidad es la relación señal-ruido en el receptor. La potencia de señal depende, entre otros factores, de las pérdidas que se hayan producido en la propagación.

La potencia de ruido en el amplificador tiene componentes externa e interna. Las fuentes de ruido internas son la propia antena, más el ruido añadido por los componentes. El ruido externo es debido a la emisión radioeléctrica de otras fuentes

distintas. Los fenómenos de emisión radioeléctrica son de distinta naturaleza y pueden agruparse de la siguiente manera.

- Fuentes extraterrestres. Ruido galáctico debido a la radiación en la banda de radiofrecuencia de las estrellas que forman la galaxia. Radiación de origen solar y el ruido cósmico de fondo.
- Emisión radioeléctrica de la tierra y de la atmósfera.
- Ruido de origen atmosférico debido a las descargas eléctricas (rayos, tormentas, etc.), generalmente llamados parásitos atmosféricos.
- Ruido de origen humano e industrial, debido a motores eléctricos, líneas de alta tensión, etc.

A las fuentes de ruido se les caracteriza por su temperatura de brillo,  $T_b$ , medida en kelvins. La temperatura de brillo de una fuente es una medida de la potencia radiada en una banda de frecuencias y es igual a la temperatura física del cuerpo negro que emite la misma potencia en esta banda, y en general tiene características direccionales.

Una antena receptora recibirá contribuciones de ruido de distintas fuentes. La temperatura de antena  $T_a$  se obtiene de ponderar la temperatura de brillo de las distintas fuentes por el diagrama de radiación de la antena.

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} T_b(\Omega) D(\Omega) d\Omega$$

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_0}, T_0 = 290K$$