

# Antenas

## Aperturas

Jesús Sanz Marcos

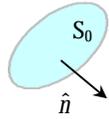
e-mail: jesus.sanz@upcnet.es

Barcelona. 16/12/2000

### Expresiones equivalentes de los campos radiados por una apertura

$$\vec{J}_S = \hat{z} \times \vec{H} = -\frac{E_x}{Z_0} \hat{x}$$

$$\vec{M}_S = -\hat{z} \times \vec{E} = -E_y \hat{y}$$



$$\vec{N} = \iint_{S_0} \vec{J}_S e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy'$$

Vectores de radiación:

$$\vec{L} = \iint_{S_0} \vec{M}_S e^{jk_x x'} e^{jk_y y'} dx' dy'$$

$$N_q = N_x \cos \mathbf{q} \cos \mathbf{f} \quad N_f = -N_x \sin \mathbf{f}$$

$$L_q = L_y \cos \mathbf{q} \sin \mathbf{f} \quad L_f = L_y \cos \mathbf{f}$$

$$E_q = -j \frac{e^{-jkr}}{2I_r} (\mathbf{h} N_q + L_f)$$

$$E_f = j \frac{e^{-jkr}}{2I_r} (L_q - \mathbf{h} N_f)$$

Hipótesis para el caso de la bocina

$$\vec{E} = E_x \hat{x} \quad \vec{H} = H_y \hat{y} = -\frac{E_x}{Z_0} \hat{y}$$

$$\vec{M}_S = -E_x \hat{y} \quad \vec{J}_S = -\frac{E_x}{Z_0} \hat{x} \quad \hat{n} = \hat{z}$$

$$Z_0 = \mathbf{h} \quad \dim\{S_0\} \gg \mathbf{l}$$

Los campos de la apertura están en fase  $\Rightarrow$  máxima radiación en **eje z**.

$$|\vec{E}_{max}| = \frac{1}{I_p} \left| \iint_{S_0} E_x(x', y') dx' dy' \right|$$

$$D = \frac{P_{max}}{P_r / (4\pi r^2)} \rightarrow D = \frac{|E_{max}|^2 / \mathbf{h}}{P_{rad} / (4\pi r^2)}$$

$$P_{rad} = \frac{1}{\mathbf{h}} \iint_{S_0} |E_x(x', y')|^2 dx' dy'$$

$$D = \frac{4\pi}{I^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{I^2} S_0 \mathbf{h}_{IL}$$

$$A_{ef} = \frac{\left| \iint_{S_0} E_x(x', y') dx' dy' \right|^2}{\iint_{S_0} |E_x(x', y')|^2 dx' dy'} \quad \mathbf{h}_{IL} = \frac{A_{ef}}{S_0}$$

### Apertura elemental

Las dimensiones de la apertura son mucho menores que  $\mathbf{l}$ . Puedo considerar una apertura grande como la suma de aperturas pequeñas.

$$E_x = E_0 \quad Z_0 = \mathbf{h}$$

$$\begin{pmatrix} E_q \\ E_f \end{pmatrix} = \pm j \frac{e^{-jkr}}{2I_r} (1 + \cos \mathbf{q}) \begin{pmatrix} \cos \mathbf{f} \\ \sin \mathbf{f} \end{pmatrix} E_0 \Delta S$$

El principio de **Huygens** nos dice que una porción del frente de ondas genera una onda esférica.

$$P = \frac{E_0^2 (\Delta S)^2}{\mathbf{h} I^2 r^2} \cos^4 \frac{\mathbf{q}}{2} \quad D = 3$$

### Apertura rectangular

$$\vec{E} = E_0 f(x') g(y') \hat{x}$$

$$TF_{2D}\{E_x(x', y')\} = E_0 \int_{-a/2}^{a/2} f(x') e^{jk_x x'} dx' \int_{-b/2}^{b/2} g(y') e^{jk_y y'} dy'$$

#### Plano E (z,x)

$$|E_q| = \frac{E_0}{2I_r} (1 + \cos \mathbf{q}) \overbrace{F(k \sin \mathbf{q}, a)}^{F(k_x, b)} \overbrace{G(0, b)}^{G(k_y, b)}$$

$$|E_f| = 0$$

#### Plano H (z,y)

$$|E_q| = 0$$

$$|E_f| = \frac{E_0}{2I_r} (1 + \cos \mathbf{q}) \overbrace{F(0, a)}^{F(k_x, b)} \overbrace{G(k \sin \mathbf{q}, b)}^{G(k_y, b)}$$

### Directividad

$$D = \frac{4\pi}{I^2} ab \frac{\left| \int_{-1/2}^{1/2} f(s) ds \right|^2 \left| \int_{-1/2}^{1/2} g(s) ds \right|^2}{\int_{-1/2}^{1/2} |f(s)|^2 ds \int_{-1/2}^{1/2} |g(s)|^2 ds}$$

$$\mathbf{h}_{IL} = \mathbf{h}_{IL_x} \mathbf{h}_{IL_y} = \frac{A_{ef}}{S_0} \quad D = \frac{4\pi}{I^2} S_0 \mathbf{h}_{IL}$$

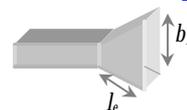
### Iluminaciones típicas

f(s)	$\mathbf{h}_{IL_x}$	NLPS (dB)	$\Delta \mathbf{q}_{-3dB}$
Uniforme	1	13,2	$50^\circ \lambda/a$
Cosenoidal	0.81	23	$68^\circ \lambda/a$
Triangular	0.75	26,4	$73^\circ \lambda/a$

Iluminación modo TE<sub>10</sub>:

$$\vec{E} = E_0 \cos \frac{\pi}{a} x' \hat{y} \quad \mathbf{h}_{IL} = 0.81 \times 1$$

### Bocina sectorial plano E



$$E_y = \cos \frac{\pi}{a} x e^{-j \frac{y^2}{2l_e}}, \quad y \ll l_e$$

$$Z_0 \cong \mathbf{h} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} E_q \\ E_f \end{pmatrix} = \pm j \frac{e^{-jkr}}{2I_r} (1 + \cos \mathbf{q}) \begin{pmatrix} \cos \mathbf{f} \\ \sin \mathbf{f} \end{pmatrix} C_1$$

$$C_1 = \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-a/2}^{a/2} E_0 \cos \frac{\mathbf{p}}{a} x e^{-j \frac{k'_y y^2}{2I_E}} e^{j(k_x x' + k_y y')} dx' dy'$$

### Error de fase normalizado

$$S = \frac{b_1^2}{8I_E}$$

Si  $S=0$  no hay error de fase: apertura normal  $TE_{10}$

Si  $S = 1/4$  degradación importante del NLPS, pero el ancho de haz se queda pequeño.

Si  $S = 1/2$  se ha degradado también el ancho de haz a  $-3dB$ .

Si  $S \uparrow$  desaparecen los nulos.

### Directividad

$$P_{rad} = E_0^2 \frac{ab_1}{2h}$$

Si  $b_1 \ll I (S \rightarrow 0) \Rightarrow$

-no hay error de fase.

$$- |E_{max}| \propto ab_1 \quad - D \propto ab_1$$

Si  $b_1 \gg I (S \uparrow) \Rightarrow$

$$- |E_{max}| \cong cte \quad - D \propto \frac{1}{b_1/I}$$

Debe existir un punto óptimo que se obtiene con:

### Bocina óptima

$$S = \frac{1}{4}, b_1 = \sqrt{2II_E} \quad h_{IL} = 0.64$$

$$\Delta q^E = 56^\circ I / b_1 \quad NLPS^E \cong 10dB$$

$$\Delta q^H = 67^\circ I / a \quad NLPS^H \cong 23dB$$

### Bocina sectorial plano E



$$E_y \cong E_0 \cos \frac{\mathbf{p}}{a_1} x e^{jbd(x)}$$

$$\mathbf{b} \cong k$$

$$d(x) = \frac{a_1^2}{8I^H} - \frac{x^2}{2I_H}$$

En las bocinas de este tipo, cuando la diferencia de fase crece la amplitud del campo es menor por lo que se pueden tolerar mayores desfases en el campo E.

$$t = \frac{a_1^2}{8II_H} \Rightarrow t_{optima} = \frac{3}{8}$$

La directividad crece al aumentar la apertura

### Bocina óptima

$$t = \frac{3}{8} \quad h_{IL} = 0.62$$

$$\Delta q^E_{-3dB} = 50^\circ I / b \quad NLPS^E \cong 13dB$$

$$\Delta q^H_{-3dB} = 78^\circ I / a_1 \quad NLPS^H \cong 17dB$$

### Bocina piramidal óptima

#### (sectorial plano E óptima + sectorial plano H)

$$E_y = \cos \frac{\mathbf{p}}{a_1} x e^{j(d(x)+d(y))}$$

$$d(x) + d(y) = \frac{a_1^2}{8I_H} + \frac{b_1^2}{8I_E} - \frac{x^2}{2I_H} - \frac{y^2}{2I_E}$$

$$D_{piramidal} = \frac{\mathbf{p}}{32} \left( D_E \frac{I}{a_1} \right) \left( D_H \frac{I}{b_1} \right)$$

$$S = \frac{1}{4} \quad t = \frac{3}{8} \quad h_{IL} = 0.52$$

$$\Delta q^E = 56^\circ I / b_1 \quad NLPS^E \cong 10dB$$

$$\Delta q^H = 78^\circ I / a_1 \quad NLPS^H \cong 17dB$$

Con estas bocinas podemos obtener directividades muy elevadas (de hasta 20 dB). La geometría de la guía es la que marca la polarización. Si queremos que la directividad aumente, al final tenemos que fabricar bocinas enormes que no se pueden construir en la práctica.

### Bocina cónica

Este tipo de bocinas acepta dos modos dominantes.

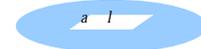
Sin embargo, si la guía es circular se produce un acoplo de polarizaciones. Sólo si la guía es elíptica se conserva la polarización.  $d_m$  es el diámetro de la boca de la bocina.

$$h_{IL} = 0.52 \quad D = 0.52(pd_m / I)^2$$

### Ranuras

Una ranura es un corte en un conductor metálico que se alimenta conectando sus bordes a una línea de transmisión o bien mediante una cavidad.

### Ranura elemental



$$a \ll l \ll I \quad E_y = -E_0 \hat{y} \quad M_s = E_0 \hat{z}$$

$$F_z = 2 \frac{e(aE_0)l e^{-jkr}}{4pr} \quad A_{z \text{ dipolo}} = \frac{ml e^{-jkr}}{4pr}$$

$$E_r = -jk \frac{Vl}{2p} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \mathbf{q}$$

$$H_q = jk \frac{Vl}{2ph} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \mathbf{q}$$

$$K = \frac{V^2 l^2 k^2}{4p^2 h} \sin^2 \mathbf{q} \quad D = \frac{3}{2}$$

$$P_R = V^2 \frac{8p}{3h} \left( \frac{l}{I} \right)^2$$

$$G_r = \frac{P_r}{V^2} = \frac{8p}{3h} \left( \frac{l}{I} \right)^2 : \text{conductancia de radiación}$$

$$\frac{R_{r \text{ dipolo}}}{G_{r \text{ ranura}}} = \frac{h^2}{4}$$

$$Z_{dip} Z_{ran} = \frac{h^2}{4} \Rightarrow \text{antenas complementarias.}$$

**Ranura resonante**

Es aquella ranura tal que  $a \ll l$  y  $L = l/2$ . La tensión será cero en los extremos y máxima en el centro.

$$E_y = -E_m \cos kz \quad \vec{M}_{ST} = 2 E_m \cos kz \hat{z}$$

$$H_q = j \frac{V_m}{ph} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{p}{2} \cos q\right)}{\sin q}$$

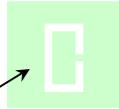
$$E_f = -j \frac{V_m}{p} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{p}{2} \cos q\right)}{\sin q}$$

$$\frac{R_r \text{ dipolo } l/2}{G_r \text{ ranura } l/2} = \frac{h^2}{4}$$

$$Z_{ranura} (l/2) = 363 - j211 \Omega$$

$$Z_{ranura \text{ doblada}} = 90,5 - j52,8 \Omega$$

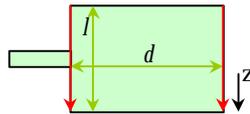
$$Z_{ranura \text{ doblada}} = \frac{1}{4} Z_{ranura}$$



**Antenas impresas**

Consisten en un parche metálico dispuesto sobre un sustrato dieléctrico colocado encima de un plano metálico.

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{e'}}$$



Si se cumple que  $d = I_{ef} / 2 \Rightarrow$  podemos considerar al parche como dos láminas de corriente magnética orientadas según  $z$  separadas  $d$  y de valor:

$$\vec{M}_{sT} = 2 E_0 \hat{z}$$

**Antenas tipo reflector**

**Análisis geométrico**

$$y'^2 = 4 f (z - z') \quad r = \frac{f}{\cos^2(q'/2)}$$

$$y' = 2 f \operatorname{tg}(q'/2) \quad z' = f(1 - \operatorname{tg}^2(q'/2))$$

$$q_i = \frac{q}{2} \quad r + z' = 2 f$$

**Análisis electromagnético**

La intensidad de radiación:

$$K_f = \frac{P_r}{4p} D_f(q', f) \quad \vec{E}_i = \frac{e^{-jkr'}}{r'} \sqrt{\frac{h P_r D_f(q', f)}{4p}} \hat{e}_i$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = 0$$

$$\vec{H}_i = (\hat{n}_i \times \vec{E}_i) \frac{1}{h} \quad \vec{H}_r = (\hat{n}_r \times \vec{E}_r) \frac{1}{m}$$

$$\vec{E}^a = \frac{e^{-jk(r+z')}}{r'} \sqrt{\frac{h P_r D_f(q', f)}{4p}} \hat{e}_i$$

$$\vec{E}^a = E^a \hat{y} \quad Z_0 = h$$

$$\begin{pmatrix} E_q \\ E_r \end{pmatrix} = j \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos q) \begin{pmatrix} \sin f \\ \sin f \end{pmatrix} \iint_{S_a} E_y^a(q', f) e^{-jk\vec{r}} dS'$$

**Ley de la iluminación o de decaimiento en los bordes**

$$\frac{\wp(q')}{\wp(q'=0)} \frac{f^2}{r'^2} = \cos^4 \frac{q'}{2} t_f(q', f)$$

$$t_1(q') = 40 \log \cos \frac{q'}{2} + 10 \log t_f(q', f) \text{ (dB)}$$

$$t(b) = 40 \log \cos \frac{b}{2} + 10 \log t_f(b) \text{ (dB)}$$

**Eficiencia y directividad**

$$h_{spill \text{ over}} = \frac{P_a}{P_r} = h_S$$

$$D = \frac{\wp_{max} 4pr^2}{P_a} h_S$$

$$h_S = \frac{1}{4p} \int_0^{2p} \int_0^b D_f(q', f) \sin q' dq' df$$

$$\vec{E}_a = E_{co}^a \hat{e}_{co} + E_{cx}^a \hat{e}_{cx}$$

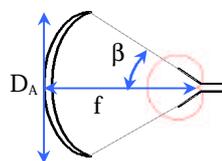
distribuciones de campo en la polarización de referencia (*copolar*) y en la polarización cruzada (*crosspolar*).

$$h_x = \frac{P_w}{P_a} : \text{eficiencia polarización}$$

$$h_x = \frac{\int_0^{2p} \int_0^{D_a/2} |E_{co}^a|^2 r' dr' df}{\int_0^{2p} \int_0^{D_a/2} (|E_{co}^a|^2 + |E_{cx}^a|^2) r' dr' df}$$

$$D = \frac{4p}{I^2} A_{ef} = \frac{4p}{I^2} A_{geométrica} h_{IL} h_x h_S = \frac{4p}{I^2} A_{geo} h_{Tot}$$

$$h_{IL} = \frac{1}{p \left(\frac{D_a}{2}\right)^2} \frac{\int_0^{2p} \int_0^{D_a/2} |E_{co}^a|^2 r' dr' df}{\int_0^{2p} \int_0^{D_a/2} (|E_{co}^a|^2) r' dr' df}$$



$$\frac{f}{D_a} = \frac{1}{4 \tan(b/2)}$$

$$\frac{f}{D_a} > 0.5 \Rightarrow \begin{cases} h_{IL} \uparrow \\ h_S \downarrow \end{cases} \quad \frac{f}{D_a} < 0.25 \Rightarrow \begin{cases} h_{IL} \downarrow \\ h_S \uparrow \end{cases}$$

Se suelen trabajar con relaciones entre 0.25 y 0.5.

↑  $f / D_a$  :

- Disminuyen las pérdidas por desbordamiento.
- Disminuye el ruido externo captado de la tierra especialmente en aplicaciones de radioastronomía donde la antena está apuntando al cielo.

- Disminuye la distancia focal, con las consiguientes ventajas mecánicas.
- Disminuye el nivel de lóbulos secundarios.
- Empeora la iluminación de la apertura.
- Empeora la polarización cruzada.

$$h_{\text{óptimo(buen diseño)}} \in [0.7, 0.8] \quad \frac{f}{D_a} |_{\text{óptimo(habitual)}} = 0.4$$

### Consideraciones de tipo práctico

$$\Delta D = -4.3 \left( \frac{4ps}{l} \right)^2 : \text{pérdida en la directividad.}$$

error de pico de :

$l / 16$  : aplicaciones comerciales

$l / 32$  : aplicaciones profesionales

### Bloqueo

Causado por el alimentador frontal

$$\Delta D = 20 \log \left( 1 - 2 \left( \frac{D_b}{D_a} \right)^2 \right) \text{ (dB)}$$

$$NLPS = 20 \log \left( \frac{1}{2} \left( \frac{D_a}{D_b} \right)^2 \right) \text{ (dB)}$$

### Desadaptación de la bobina

Un efecto asociado con el bloqueo es la aparición de una potencia reflejada en el alimentador al encontrarse este en el frente de onda del paraboloide.

$$|\mathbf{r}|^2 = \frac{P_r}{P_i} \quad |\mathbf{r}| = \frac{D_f I}{4pf}$$

### Radiación posterior del alimentador

La radiación posterior del alimentador puede interferir de forma constructiva o destructiva.

$$\Delta D = 20 \log \left( 1 - \sqrt{\frac{D_{fp}}{D}} \right) \text{ (dB)}$$

### Antena Cassegrain

Tiene un subreflector.

$$2y_s \cong 2l / D_f$$

$$D_s = \sqrt{2lf / K} : \text{diámetro del subreflector}$$