Antenas

Fundamentos de radiación

Jesús Sanz Marcos

e-mail: jesus.sanz@upcnet.es

Barcelona. 27/10/2000

Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \qquad \nabla\cdot\vec{J} + \frac{dr}{dt} = 0$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \qquad \vec{F}_L = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

$$\vec{D} = e\vec{E} = e_0 e_r \vec{E}$$

$$\nabla\cdot\vec{D} = r \qquad \vec{B} = m\vec{H} = m_0 m_r \vec{H}$$

$$\nabla\cdot\vec{B} = 0$$

$\vec{E}$: intensidad de campo eléctrico $[V\ /\ m]$

$\vec{H}$: intensidad de campo magnético $[A/m]$

$\vec{D}$: densidad de flujo eléctrico $[Coul/m^2]$

$\vec{B}$: densidad de flujo magnético $[Wb/m^2]$

$\vec{M}$: densidad de corriente magnética ficticia $[V\ /\ m^2]$

$\vec{J}$: densidad de corriente magnética $[A/m^2]$

r : densidad eléctrica de carga $[Coul\ /\ m^3]$

$$\vec{\mathrm{E}}(x, y, z, t) = \hat{x}A(x, y, z)\cos(wt + f)$$

$$\vec{E}(x, y, z) = \hat{x}A(x, y, z)e^{jf}$$

$$\vec{\mathrm{E}}(x, y, z, t) = \mathrm{Re}\{\vec{E}(x, y, z)e^{jwt}\}$$

$$|\vec{E}|^2_{av} = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{E}^* \qquad |E|_{rms} = \frac{|\vec{E}|}{\sqrt{2}}$$

$$\nabla\times\vec{E} = -jw\vec{B} - \vec{M} \qquad \nabla\cdot\vec{D} = r$$

$$\nabla\times\vec{H} = jw\vec{D} + \vec{J} \qquad \nabla\cdot\vec{B} = 0$$

Potenciales

$$\vec{B} = \nabla\times\vec{A} \qquad \vec{H} = \frac{1}{m}\nabla\times\vec{A}$$

$$\vec{E} = -\nabla f - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{E} = -\nabla f - jw\vec{A}$$

$$k = w\sqrt{me} = \frac{w}{v} = \frac{2p}{l} \quad [\mathrm{m}^{-1}]$$

Potenciales retardados

$$\vec{A}(\vec{r}) = \int_{V'}\frac{m\vec{J}(\vec{r})e^{-jkR}}{4pR}dv'$$

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{V'}\frac{r(\vec{r}')e^{-jkR}}{4peR}dv'$$

$\vec{A}$: potencial vector

Φ : potencial escalar

$R = |\vec{r}\text{-}\vec{r}'|$: distancia de un punto de fuente al punto de campo

Campos inducidos

$$\vec{E}^i = \frac{1}{4pe}\int_{V'}\hat{R}r(\vec{r}')\frac{e^{-jkR}}{R^2}dv'$$

$$\vec{H}^i = -\frac{1}{4p}\int_{V'}\left[\hat{R}\times\vec{J}(\vec{r}')\right]\frac{e^{-jkR}}{R^2}dv'$$

-Decaen a $1/R^2$

-Aparición términos reactivos en la impedancia de la antena.

-Están en cuadratura con los campos radiados

- Z_{ant} es necesaria para saber los campos inducidos.

Campos radiados

$$\vec{E}^r = \frac{jk}{4pe}\int_{V'}\left[\hat{R}r(\vec{r}') - \sqrt{me}\,\vec{J}(\vec{r}')\right]\frac{e^{-jkR}}{R}dv'$$

$$\vec{H}^i = -\frac{jk}{4p}\int_{V'}\left[\hat{R}\times\vec{J}(\vec{r}')\right]\frac{e^{-jkR}}{R}dv'$$

Expresión general

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^r \qquad \vec{H} = \vec{H}^i + \vec{H}^r$$

Aproximaciones a grandes distancias

$kR >> 1 \Rightarrow$ campos radiados >> inducidos

$kR << 1 \Rightarrow$ campos inducidos >> radiados

Hipótesis

$$kR >> 1 \qquad r >> r' \qquad r >> l$$

$$\vec{R} \cong \vec{r} - \vec{r}'\cdot\hat{r} \Rightarrow \frac{e^{-jkR}}{R} \cong \frac{e^{-jk(r - \vec{r}'\cdot\hat{r})}}{r}$$

$$E_r = 0 \qquad H_r = 0$$

$$E_q = -jwA_q \qquad H_q = -E_f / h$$

$$E_f = -jwA_f \qquad H_f = E_q / h$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{N} = \int_{V'}\vec{J}e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}'}dv' \qquad \vec{L} = \int_{V'}\vec{M}e^{jk\hat{r}\cdot\vec{r}'}dv'$$

$$E_q = -j\frac{e^{-jkr}}{2lr}\left[hN_q + L_f\right] \quad H_f = \frac{E_q}{h}$$

$$E_f = -j\frac{e^{-jkr}}{2lr}\left[hN_f + L_q\right] \quad H_q = -\frac{E_f}{h}$$

$$E_r = 0 \qquad H_r = 0$$

$$K = \frac{h}{4l^2}\left[\left|N_q + \frac{L_f}{h}\right|^2 + \left|N_f + \frac{L_q}{h}\right|^2\right]$$

$$\vec{A} = \frac{m}{4p}\frac{e^{-jkr}}{r}\vec{N} \qquad \vec{F} = \frac{ee^{-jkr}}{4pr}\vec{L}$$

$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\hat{r} = (\mathrm{sen}q\cos f)\hat{x} + (\mathrm{sen}q\,\mathrm{sen}\,f)\hat{y} + \cos q\hat{z}$$

Vectores de radiación $\vec{N}$ y $\vec{L}$

$$\vec{N}=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{jk_x x'}dx'\int_{-\infty}^{+\infty}e^{jk_y y'}dy'\int_{-\infty}^{+\infty}e^{jk_z z'}J(x',y',z')dz'$$

$$\vec{G}(k_z)=\int_{-l/2}^{l/2}F(z')e^{jk_z z'}dz'$$

$$z=z'\frac{2}{l},u=k_z\frac{l}{2}$$

$$g(u)=\frac{l}{2}\int_{-1}^{1}f(z)e^{juz}dz$$

$$F(z')=1\leftrightarrow g(u)=l\frac{\mathrm{sen}\,u}{u}$$

$$F(z')=\Lambda\left(\frac{z}{l/2}\right)\leftrightarrow g(u)=\frac{l}{2}\left(\frac{\mathrm{sen}\,u/2}{u/2}\right)^2$$

$$F(z')=1-(1-\Delta)\left(z'\frac{2}{l}\right)^2$$

$$\updownarrow$$

$$g(u)=l\left(\frac{\mathrm{sen}\,u}{u}+(1-\Delta)\frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\mathrm{sen}\,u}{u}\right)\right)$$

Antena tipo hilo

Distribución uniforme

$$\vec{N}=\hat{z}\int_{-l/2}^{l/2}I(z')e^{-jk_z z'}dz'=\hat{z}F\{I(z)\}$$

$$\vec{N}=\hat{z}I_0 l\frac{\mathrm{sen}(k_z l/2)}{k_z l/2}$$

$$\vec{A}=\frac{m}{4p}\frac{e^{-jkr}}{r}\vec{N}$$

$$k_z\frac{l}{2}=p\frac{l}{l}\cos q\ \Rightarrow\ |k_z\frac{l}{2}|\le p\frac{l}{l}:\ \text{margen visible}$$

Si $l\uparrow\Rightarrow$ tengo más ceros.
Los ceros están más juntos
La antena es más directiva.

Distribución triangular

$$I(z')=\begin{cases}I_0\left(1-\frac{|z|}{l/2}\right)|z|\le l/2\\ 0\end{cases}$$

$$\vec{N}=\hat{z}I_0\frac{l}{2}\left(\frac{\mathrm{sen}(k_z l/4)}{k_z l/4}\right)$$

Los lóbulos son más amplios (menos directividad)
Los ceros son dobles.
NLPS aumenta respecto a la distribución uniforme.

Distribución parabólica

Representa un comprimiso entre la triangular y la uniforme:

$$D_{unif}>D_{par}>D_{tria}$$

$$\Delta q_{unif}<\Delta q_{par}<\Delta q_{tria}$$

$$NLPS_{unif}<NLPS_{par}<NLPS_{tria}$$

Regiones de Fresnel y de Fraunhofer

Región de campo próximo: $r<0.6\sqrt{\frac{D^3}{l}}$

Región de Fresnel: $0.6\sqrt{\frac{D^3}{l}}\le r<\frac{2D^2}{l}$

Región de Fraunhofer: $\frac{2D^2}{l}\le r<\infty$

Teorema de reciprocidad

$$\int_{V'}\left(\vec{E}^a\cdot\vec{J}^b-\vec{H}^a\cdot\vec{M}^b\right)dv'=\int_{V'}\left(\vec{E}^b\cdot\vec{J}^a-\vec{H}^b\cdot\vec{M}^a\right)dv'$$