

Sumar

- ✓ Bibliografie
- ✓ ① Organizarea temelor de laborator
- ✓ ① Caracterizări în timp și frecvență ale proceselor stocastice
- ✓ ② Identificarea modelelor neparametrice
- ✓ ③ Identificare parametrică prin Metoda Celor Mai Mici Pătrate (MCMMP)
- ☞ ④ Identificare parametrică prin Metoda Variabilelor Instrumentale (MVI)
 - ⑤ Identificare parametrică prin Metoda Minimizării Erorii de Predicție (MMEP)
 - ⑥ Identificare recursivă

4 Identificare parametrică prin MVI

Contextul de lucru

Metoda Celor Mai Mici Pătrate (MCMMP)

Metoda Variabilelor Instrumentale (MVI)

$$\hat{\theta}_N = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi[n] \phi^T[n] \right)^{-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi[n] y[n] \right)$$

$\mathbf{R}_N^{-1}$ $\mathbf{r}_N$

$$\hat{\lambda}_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(y[n] - \phi^T[n] \hat{\theta}_N \right)^2$$

$$\hat{\theta}_N \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{z}[n] \phi^T[n] \right)^{-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{z}[n] y[n] \right)$$

$\mathbf{R}_N^{-1}$ $\mathbf{r}_N$

$$\hat{\lambda}_N^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(y[n] - \phi^T[n] \hat{\theta}_N \right)^2$$



$$\hat{\theta}_N = \underset{\theta \in \mathcal{S}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{V}_N(\theta) = \underset{\theta \in \mathcal{S}}{\operatorname{argmin}} \sum_{n=1}^N \left(y[n] - \phi[n] \theta \right)^2$$

vectorul instrumentelor
☛ Sunt doar definiții.

Condiții de consistență

$$E\{\mathbf{z}[n] \phi^T[n]\} \text{ inversabilă}$$

$$E\{\mathbf{z}[n] e[n]\} = 0$$

(necorelarea instrumentelor
cu zgomotul)

• Filtru liniar: $u_f[n] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})} u[n]$

Tipuri uzuale de vectori ai instrumentelor

$$\mathbf{z}[n] \stackrel{\text{def}}{=} [u[n-1] \ u[n-2] \ \cdots \ u[n-na-nb]]^T \quad (\text{ne-filtrat})$$

$$\mathbf{z}[n] \stackrel{\text{def}}{=} [u_f[n-1] \ u_f[n-2] \ \cdots \ u_f[n-na] \mid u[n-1] \ u[n-2] \ \cdots \ u[n-nb]]^T ;$$

(parțial filtrat)

$$\mathbf{z}[n] \stackrel{\text{def}}{=} [u[n-1] \ u[n-2] \ \cdots \ u[n-na] \mid u_f[n-1] \ u_f[n-2] \ \cdots \ u_f[n-nb]]^T ;$$

$$\mathbf{z}[n] \stackrel{\text{def}}{=} [u_f[n-1] \ u_f[n-2] \ \cdots \ u_f[n-na-nb]]^T \quad (\text{filtrat})$$

• Exemple:

$$\begin{matrix} C(q^{-1}) = 1 \\ D(q^{-1}) = q^{-nd} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} C(q^{-1}) = \hat{A}(q^{-1}) \\ D(q^{-1}) = \hat{B}(q^{-1}) \end{matrix}$$

MCMMP

4.2

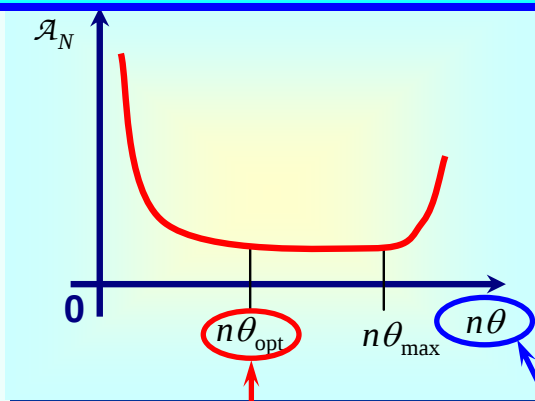
④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Contextul de lucru

Criterii de alegere a structurii unui model de identificare

Criteriul aplatizării

$$\mathcal{A}_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{V}_N(\hat{\theta}_N) = N \hat{\lambda}_N^2[n\theta]$$

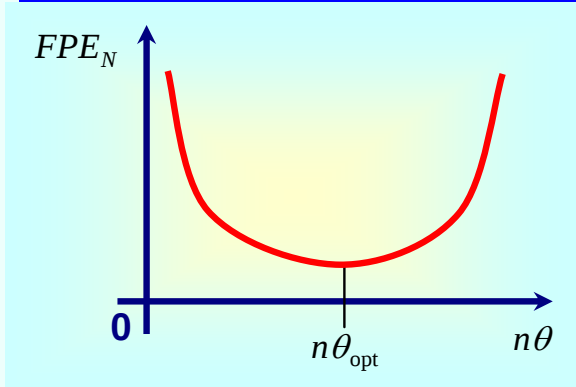


👉 Intrarea în palier.

indice structural

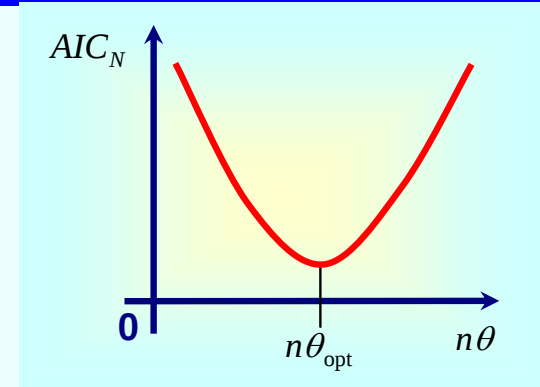
Criteriul de penalizare FPE

$$FPE_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\lambda}_N^2[n\theta] \frac{N + n\theta}{N - n\theta}$$



Criteriile Akaike-Rissanen

$$AIC_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} \ln(\hat{\lambda}_N^2[n\theta]) + \frac{2n\theta}{N}$$



- AIC se poate exprima cu ajutorul lui FPE.
- Aceste criterii tind să supra-parametrizeze modelele.

Generalizare

$$GAIC_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} \ln(\hat{\lambda}_N^2[n\theta]) + \frac{2n\theta}{N} \alpha_N$$

- $\alpha_N \in [2, 4]$ Akaike, ne-adaptiv
- $\alpha_N \in \{\ln(N), \ln(\ln(N))\}$ Akaike, adaptiv
- $\alpha_N = \ln(\sqrt{N})$ Rissanen, adaptiv

4 Identificare parametrică prin MVI

Contextul de lucru

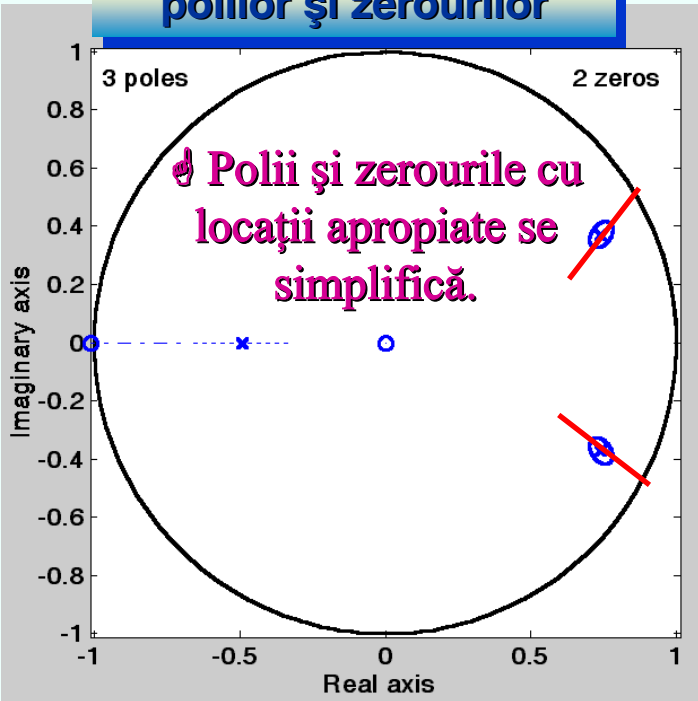
Criterii de alegere a structurii unui model de identificare

Criteriul/Testul F

$$\mathcal{F}_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[n\theta] - \hat{\lambda}_N^2[n\theta + 1]}{\hat{\lambda}_N^2[n\theta + 1]}$$

$$\mathcal{F}_N[n\theta] \leq 4/N$$

Criteriul reprezentării polilor și zerourilor



Criteriul de potrivire

$$\mathcal{E}_N[n\theta] \stackrel{\text{def}}{=} 100 \left(1 - \frac{\sum_{n=1}^N |\epsilon[n, \hat{\theta}_N]|^2}{\sum_{n=1}^N \left| y[n] - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y[n] \right|^2} \right) [\%]$$

eroare de predicție cu un pas

$$\epsilon[n, \hat{\theta}_N] \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{y[n]}_{\text{date reale}} - \underbrace{\phi^T[n] \hat{\theta}_N}_{\text{date simulate}}$$

Arată ce procent din proces a fost **explicat** de către model (depinde de SNR).

- Aceste criterii tind să **sub-parametrizeze** modelele.

④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MCMMP

Testul ideal de albire

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \varepsilon[n, \hat{\theta}_N] \varepsilon[n-k, \hat{\theta}_N] \right\} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}^*$$

eroarea de predicție cu un pas

☞ Imposibil de verificat practic!

☞ Nu face referire la proprietățile statistice ale modelului!

Teste practice de albire

Eroarea de predicție trebuie să aibă caracteristicile unui zgomot alb **normal distribuit** cu deviație standard adaptivă:

$$\sigma_N = \sigma_0 / \sqrt{N}$$

Algoritm

- ① Se calculează secvența de autocovarianță a erorii de predicție:

$$r_\varepsilon[k] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N-k} \sum_{n=k+1}^N \varepsilon[n, \hat{\theta}_N] \varepsilon[n-k, \hat{\theta}_N]$$

- ② Se calculează secvența de autocorelație a erorii de predicție:

$$\rho_\varepsilon[k] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{r_\varepsilon[k]}{r_\varepsilon[0]} \quad \forall k \in 0, \left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil$$

- ③ Se evaluează numărul de valori ale lui ρ_ε în fiecare din **intervalele de încredere** de mai jos:

Intervale și nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho, +\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}}, +\frac{2.17}{\sqrt{N}} \right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}}, +\frac{1.96}{\sqrt{N}} \right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}}, +\frac{1.808}{\sqrt{N}} \right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%



④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MCMMP

Teste practice de albire (continuare)

- ④ Se compară histograma valorilor lui ρ_ε în fiecare din intervalele de încredere cu **nivelele prescrise de încredere.**

$$\mathcal{N}(\rho_\varepsilon) \geq \mathcal{N}(\rho)$$

Intervale și nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho, +\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}}, +\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}}, +\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}}, +\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

Nivel 0: nici unul din cele 3 Teste de albire nu este pozitiv (model și/sau metodă de identificare invalide).

Nivel 1: doar unul din cele 3 Teste de albire este pozitiv (model și/sau metodă de identificare la limita de validitate).

Nivel 2: două din cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model și/sau metodă de identificare valide, dar cu validitate limitată; pentru anumite tipuri de intrări, modelul s-ar putea să nu funcționeze corect).

Nivel 3: toate cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model și/sau metodă de identificare valide, cu validitate extinsă la majoritatea covârșitoare a tipurilor de intrări).



④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MVI

Testul ideal de albire

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \varepsilon[n, \hat{\theta}_N] y_N[n-k] \right\} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}^*$$

eroarea de predicție cu un pas ieșirea simulată centrată

☞ Imposibil de verificat practic!

☞ Nu face referire la proprietățile statistice ale modelului!

$$y_N[n] \stackrel{\text{def}}{=} \varphi^T[n] \hat{\theta}_N - E \left\{ \varphi^T[n] \hat{\theta}_N \right\}$$

Teste practice de albire

Corelația încrucișată trebuie să aibă caracteristicile unui zgomot alb **normal distribuit** cu deviație standard adaptivă:

$$\sigma_N = \sigma_0 / \sqrt{N}$$

① Se calculează secvența de covarianță încrucișată:

$$r_{\varepsilon, y_N}[k] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N-k} \sum_{n=k+1}^N \varepsilon[n, \hat{\theta}_N] y_N[n-k]$$

② Se calculează secvența de corelație încrucișată:

$$\rho_{\varepsilon, y_N}[k] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{r_{\varepsilon, y_N}[k]}{\sqrt{r_{\varepsilon}[0]} \sqrt{r_{y_N}[0]}} \quad \forall k \in 0, \left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil$$

③ Se evaluează numărul de valori ale lui ρ_{ε, y_N} în fiecare din **intervalele de încredere** de mai jos:

Intervale și nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho, +\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}}, +\frac{2.17}{\sqrt{N}} \right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}}, +\frac{1.96}{\sqrt{N}} \right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}}, +\frac{1.808}{\sqrt{N}} \right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MVI

Teste practice de albire (continuare)

- ④ Se compară histograma valorilor lui ρ_{ε, y_N} în fiecare din intervalele de încredere cu **nivelele prescrise de încredere.**

$$\mathcal{N}(\rho_{\varepsilon, y_N}) \geq \mathcal{N}(\rho)$$

Intervale și nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho, +\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}}, +\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}}, +\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}}, +\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

Nivel 0: nici unul din cele 3 Teste de albire nu este pozitiv (model și/sau metodă de identificare invalide).

Nivel 1: doar unul din cele 3 Teste de albire este pozitiv (model și/sau metodă de identificare la limita de validitate).

Nivel 2: două din cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model și/sau metodă de identificare valide, dar cu validitate limitată; pentru anumite tipuri de intrări, modelul s-ar putea să nu funcționeze corect).

Nivel 3: toate cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model și/sau metodă de identificare valide, cu validitate extinsă la majoritatea covârșitoare a tipurilor de intrări).

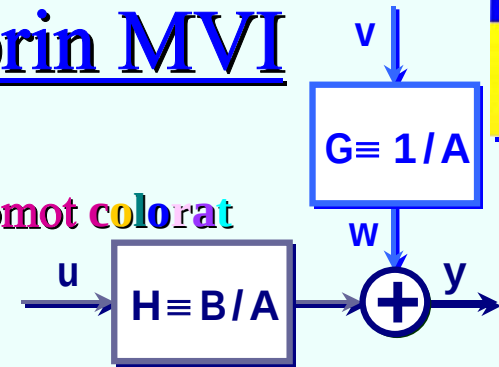
4 Identificare parametrică prin MVI

Contextul de lucru

Auto-Regresiv cu Control eXogen

$$\text{ARX}[na, nb]: A(q^{-1})y[n] = B(q^{-1})u[n] + v[n]$$

👉 Zgomot colorat



Medie-Alunecătoare

$$E\{e[n]\} = 0$$

$$\text{MA}[nc]: v[n] = C(q^{-1})e[n]$$

$$E\{e[n]e[n \pm k]\} = \lambda^2 \delta_0[k], \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

(zgomot alb)

Caz particular

Ordin II

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.5q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0.2q^{-2}$$

Date generate

$$\mathcal{D} = \{u[n]\}_{n=1, \overline{N}} \cup \{y[n]\}_{n=1, \overline{N}}$$

$$N = 250$$

Indici structurali maximali

$$Na = Nb = 8$$

Teste structurale principale

$$GAIC_N[na, nb] \stackrel{\text{def}}{=} \ln(\hat{\lambda}_N^2[na, nb]) + \frac{\sqrt{N}}{N}(na + nb) \quad (\text{Akaike-Rissanen, adaptiv})$$

$$\mathcal{F}_N^{AR}[na, nb] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[na, nb] - \hat{\lambda}_N^2[na + 1, nb]}{\hat{\lambda}_N^2[na + 1, nb]}$$

$$\mathcal{F}_N^X[na, nb] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[na, nb] - \hat{\lambda}_N^2[na, nb + 1]}{\hat{\lambda}_N^2[na, nb + 1]}$$

(Test F bi-dimensional)

Obiectiv

- Compararea performanțelor MCMMP & MVI în cazul modelelor ARX afectate de zgomote colorate.



④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

8p

Contextul de lucru

Rutine preliminare

[D, V, P] = gendata(A, B, C, nk, N, sigma, lambda) ; (generează date)

- A** este vectorul coeficienților polinomului A (implicit: **A=[1 -1.5 0.7]**);
- B** este vectorul coeficienților polinomului B (implicit: **B=[1 0.5]**);
- C** este vectorul coeficienților filtrului C (implicit: **C=[1 -1 0.2]**);
- nk** este întârzierea intrinsecă a sistemului (implicit: **nk=1**);
- N** este dimensiunea orizontului de măsură (implicit: **N=250**);
- sigma** este deviația standard a intrării SPAB (implicit: **sigma=1**);
- lambda** este deviația standard a zgomotului alb Gaussian (implicit: **lambda=1**);
- D** este obiectul de tip **IDDATA** corespunzător datelor generate (intrarea se regăsește în **D.u**, iar ieșirea în **D.y**);
- V** este obiectul de tip **IDDATA** corespunzător zgomotelor generate (zgomotul alb se găsește în câmpul **V.u**, iar zgomotul colorat – adică MA-filtrat – în **V.y**);
- P** este obiectul de tip **IDMODEL** corespunzător modelului de proces furnizor de date.

👉 Se vor genera 2 seturi de date: unul pentru identificare și altul pentru validare.

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (**gendata**)

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

IDPOLY

- Apel: **Mid = idpoly(A,B,C,D,F,lambda2,Ts) ;**
- Generează un obiect de tip model de identificare (**IDPOLY** sau **IDMODEL**) notat cu **Mid**. Modelul corespunde ecuației generale:

$$A(q^{-1})y[n] = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u[n] + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e[n], \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

unde $A, \dots, F$ sunt polinoame corespunzătoare. În consecință, argumentele de intrare ale funcției sunt:

A ... F polinoamele modelului (exprimate sub formă de vectori cu coeficienții ordonați după puterile crescătoare ale lui q^{-1}); de notat că, în funcție de tipul de model adoptat, unele dintre aceste polinoame pot lipsi, lor fiindu-le atribuite valori implicite; implicit, polinomul B este nul, în timp ce restul polinomelor sunt unitare; cu toate acestea, dacă, de exemplu, se dorește generarea unui model de tip OE, apelul tipic al funcției este:

Mid = idpoly(1,B,1,1,F,lambda2,Ts) ;

(adică toate polinoamele trebuie specificate explicit);

lambda2 varianța zgomotului alb, adică λ^2 (implicit: **lambda2=1**);

Ts perioada de eșantionare (implicit: **Ts=1**).

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (**gendata**)

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

SIM

- Apel: **[y,ystd] = sim(Mid,ue)** ;
- Rutină care simulează comportamentul unui model de identificare **Mid** pentru intrări și zgomote specificate în **ue**. Argumentul **Mid** este un obiect de tip model de identificare (**IDPOLY** sau **IDMODEL**), returnat, de exemplu, de rutina **idpoly**. Argumentul **ue** este fie un obiect de tip date de identificare (**IDDATA**), fie o matrice formată din blocurile **[u e]**, unde **u** este matricea/vectorul intrărilor iar **e** este matricea/vectorul zgomotelor. În cazul modelelor MIMO, fiecare coloană a matricilor **u** sau **e** reprezintă un canal de intrare sau ieșire, după caz. Pentru sistemele SISO, **u** și **e** sunt vectori. Rezultatul simulării este returnat în **y** (ieșirea sistemului), care are aceeași natură ca și **ue** (obiect **IDDATA** sau matrice/vector). Utilizatorul are posibilitatea de a cere calcularea deviației standard a ieșirilor, care va fi returnată în **ystd**.

Observație

- Rutina MATLAB **sim** are 2 exprimări (permise de filozofia programării orientate obiect). În nucleul de funcții generale, ea are rolul de a lansa în execuție, prin program, simulatorul SIMULINK. Aceasta este definiția de bază. În biblioteca de funcții de IS, ea are rolul de a simula funcționarea unui model de identificare. Aceasta este forma supra-definită. Pentru a obține o informație ajutătoare mai completă referitoare la **sim** ca funcție de bibliotecă IS, se poate executa comanda: **help idmodel/sim**.



④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine preliminare

[na, nb] = F_test2(Lambda, N) (Testul F bi-dimensional)

Lambda matricea de auto-covarianță estimată a zgomotului;
N dimensiunea orizontului de măsură;
na ordinul optim al indicelui structural de linie
(de exemplu, al componentei AR);
nb ordinul optim al indicelui structural de coloană
(de exemplu, al componentei X).

[na, nb, GAICR] = GAIC_R2(Lambda, N) (Testul Akaike-Rissanen GAIC)

Lambda matricea de auto-covarianță estimată a zgomotului;
N dimensiunea orizontului de măsură;
na ordinul optim al indicelui structural de linie
(de exemplu, al componentei AR);
nb ordinul optim al indicelui structural de coloană
(de exemplu, al componentei X);
GAICR valorile criteriului Akaike-Rissanen GAIC.

👉 Criteriul FPE se poate evalua
direct dintr-un obiect
IDMODEL, de exemplu, **Mid**,
cu funcția de bibliotecă **fpe**:
FPE = fpe(Mid) ;

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (pentru evaluarea funcției de potrivire)

Rutine de bibliotecă MATLAB-IS

RESID

- Apel: **E = resid(Mid,D) ;**
- Rutină care evaluează *reziduurile* (adică erorile de predicție ale) modelului **Mid** (obiect **IDMODEL**) plecând de la datele **D** (obiect **IDDATA**). Rezultatul, **E**, este tot un obiect **IDDATA**. Erorile de predicție se regăsesc în **E.y**, în timp ce **E.u** este identic cu **D.u**. Dacă rutina este apelată fără argument de ieșire, graficele autocovarianței erorii de predicție și al covarianței încrucișate dintre erorile de predicție și intrări sunt trasate (adică este efectuată o analiză bazată pe corelație).

COMPARE

- Apel: **[ym,EN] = compare(Mid,D) ;**
- Rutină care efectuează o comparație între datele de ieșire obținute prin simularea modelului **Mid** (obiect de tip **IDMODEL**) și datele de ieșire măsurate salvate în obiectul **D** (de tip **IDDATA**), adică **D.y**. Pentru comparație, modelul este stimulat cu aceeași intrare **D.u** cu care au fost generate datele **D**. Funcția returnează valorile ieșirii simulate **ym** și, dacă se dorește, valoarea de potrivire dintre model și proces **EN** (adică $\mathcal{E}_N$). Între ieșirea simulată a unui model evaluată cu ajutorul acestei funcții și cea evaluată cu ajutorul funcției **sim** există o ușoară deosebire: în contextul funcției **sim**, condițiile inițiale ale ecuației cu diferențe asociate modelului sunt nule; în contextul funcției **compare**, valoarea inițială (în origine) a ieșirii este unitară. Astfel, de exemplu, ieșirea simulată a unui model AR fără zgomot este nulă pentru **sim** și egală cu răspunsul cauzal la impuls pentru **compare**.

Dacă rutina este apelată fără argumente de ieșire, graficele ieșirii măsurate și ieșirii simulate sunt trasate, iar gradul de potrivire dintre ele este afișat.

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

PZMAP

- Apel: **pzmap(Mid, 'SD', alpha) ;**
- Rutină de reprezentare poli-zerouri pentru modelul **Mid** (obiect de tip **IDMODEL**). Dacă argumentele de intrare **'SD'** și **alpha** sunt precizate, discurile de încredere asociate polilor și zerourilor sunt de asemenea trasate. Razele lor sunt egale cu deviațiile standard multiplicare de valoarea lui **alpha** (care trebuie să fie un număr nenegativ). Dacă **alpha=0** (care este și valoarea implicită), trasarea discurilor de încredere este inhibată. De regulă, pentru date cu distribuție Gaussiană, **alpha=3**.



Observație

- În biblioteca de IS din Matlab, este propusă și o altă abordare de selectare a indicilor structurali optimi, care are avantajul că poate fi generalizată la orice model din clasa generală de identificare, dar dezavantajul că doar criteriile lui Akaike-Rissanen sunt evaluate. Testul F implică o manieră de implementare relativ complicată în acest caz. Dacă este interesat, utilizatorul poate studia grupul de funcții: **arxstruc**, **ivstruc**, **selstruc** și **struc**.

④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (pentru identificare)

Rutine de bibliotecă MATLAB-IS

ARX

MCMP

- Apel: **theta = arx(D, si)** ;
- Estimează parametrii unui model ARX folosind MCMMP. Parametrii sunt returnați într-un obiect **theta** de tip **IDPOLY** (*polinom de identificare* – în cazul modelelor SISO) sau **IDMODEL** (*model general de identificare* în cazul modelelor MIMO). Estimarea se efectuează pe baza datelor **D** (obiect **IDDATA**) și a informației de structură **si = [na nb nk]**, unde **na** și **nb** sunt indicii structurali ai modelului, iar **nk** este întârzierea instrinsecă.

IV4

MVI

- Apel: **Mid = iv4(D, si)** ;
- Estimează parametrii unui model ARX folosind MVI. Modelul identificat rezultat, **Mid**, este returnat ca obiect **IDMODEL**. Estimarea se efectuează pe baza datelor **D** (obiect **IDDATA**) și a informației de structură **si = [na nb nk]**, unde **na** și **nb** sunt indicii structurali ai modelului, iar **nk** este întârzierea instrinsecă.

Numele rutinei provine de la faptul că estimația este evaluată în 4 etape de calcul:

1. Se identifică modelul în mod grosier, cu ajutorul MCMMP (rutina **arx**).
2. Modelul anterior este folosit pentru a genera vectorul instrumentelor plecând de la intrarea specificată în cadrul datelor măsurate, prin filtrare. Cu acest vector, se estimează un nou model ARX, folosind MVI.
3. Reziduurile modelului obținut (adică erorile de predicție) sunt asociate unui model AR de ordin foarte mare, care este identificat folosind din nou MCMMP.
4. Datele de intrare-ieșire originale sunt filtrate folosind modelul AR anterior. Parametrii modelului sunt estimați în final folosind datele rezultate (filtrate) și același tip de vector al instrumentelor ca la pasul 2.

④ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine preliminare

vi = valid_LS(Model, Data) ; (validarea modelelor determinate cu **MCMMMP**)

Model obiect **IDMODEL** care reprezintă modelul testat pentru validare;
Data obiect **IDDATA** care reprezintă setul de date de validare;
vi indexul de validare:
 0 = model invalid;
 1 = model cu validitate slabă;
 2 = model cu validitate normală;
 3 = model cu validitate extinsă.

☛ Se va proiecta o rutină similară pentru validarea modelelor determinate cu ajutorul MVI (numită **valid_IV**).

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare



Problema 4.1 (MCMMP pentru modelul ARX afectat de un zgomot colorat) 0.5p

Să se proiecteze mini-simulatorul **ISLAB_4A** care evaluează estimația (parsimonioasă a) modelului ARX asociat procesului furnizor de date, folosind MCMMP. Pentru aceasta, se vor parcurge următorii pași:

- Se generează 2 seturi de date: unul pentru identificare și altul pentru validare, folosind rutina **gendata**.
- Pentru fiecare model identificat cu ajutorul MCMMP (funcția **arx**), model obținut variind indicii na și nb , se vor afișa 2 ferestre grafice: una pentru analiza modelului folosind datele de identificare și de validare, alta pentru reprezentarea poli-zeroruri cu discuri de încredere corespunzătoare unei raze de 3 ori mai mari decât deviațiile standard aferente. După fiecare fereastră se inserează o pauză de așteptare pentru a permite utilizatorului să analizeze informațiile afișate. Fiecare sub-fereastră a primei ferestre include 3 grafice aranjate pe verticală:
 - ieșirile măsurate și simulate cu ajutorul modelului, grafic pe care se indică și valoarea funcției de potrivire, $\mathcal{E}_N$;
 - eroarea de predicție (reziduurile modelului), grafic pe care se indică și dispersia estimată a zgomotului, λ_N^2 ;
 - secvența de auto-covarianță a erorii de predicție, grafic pe care se indică și indexul de validare.

Modelele obținute vor fi memorate în vederea selectării unuia dintre ele, în urma aplicării testelor de determinare a indicilor structurali optimi și de validare.

4 Identificare parametrică prin MVI

Problema 4.1 (continuare)

c. Se reprezintă grafic (în ferestre consecutive):

- suprafața dispersiei zgomotului în decibeli ($10\lg(\lambda_N^2)$) și optimul selectat folosind Testul F;
- suprafața funcției de potrivire ($\mathcal{E}_N$) pentru datele de identificare și optimul selectat folosind tot Testul F, dar adaptat corespunzător;
- suprafața funcției de potrivire ($\mathcal{E}_N$) pentru datele de validare și optimul selectat folosind Testul F adaptat;
- suprafața criteriului GAIC în versiunea Rissanen și optimul indicat de aceasta.

d. Se solicită utilizatorului să aleagă indicii structurali pe care îi consideră optimi.

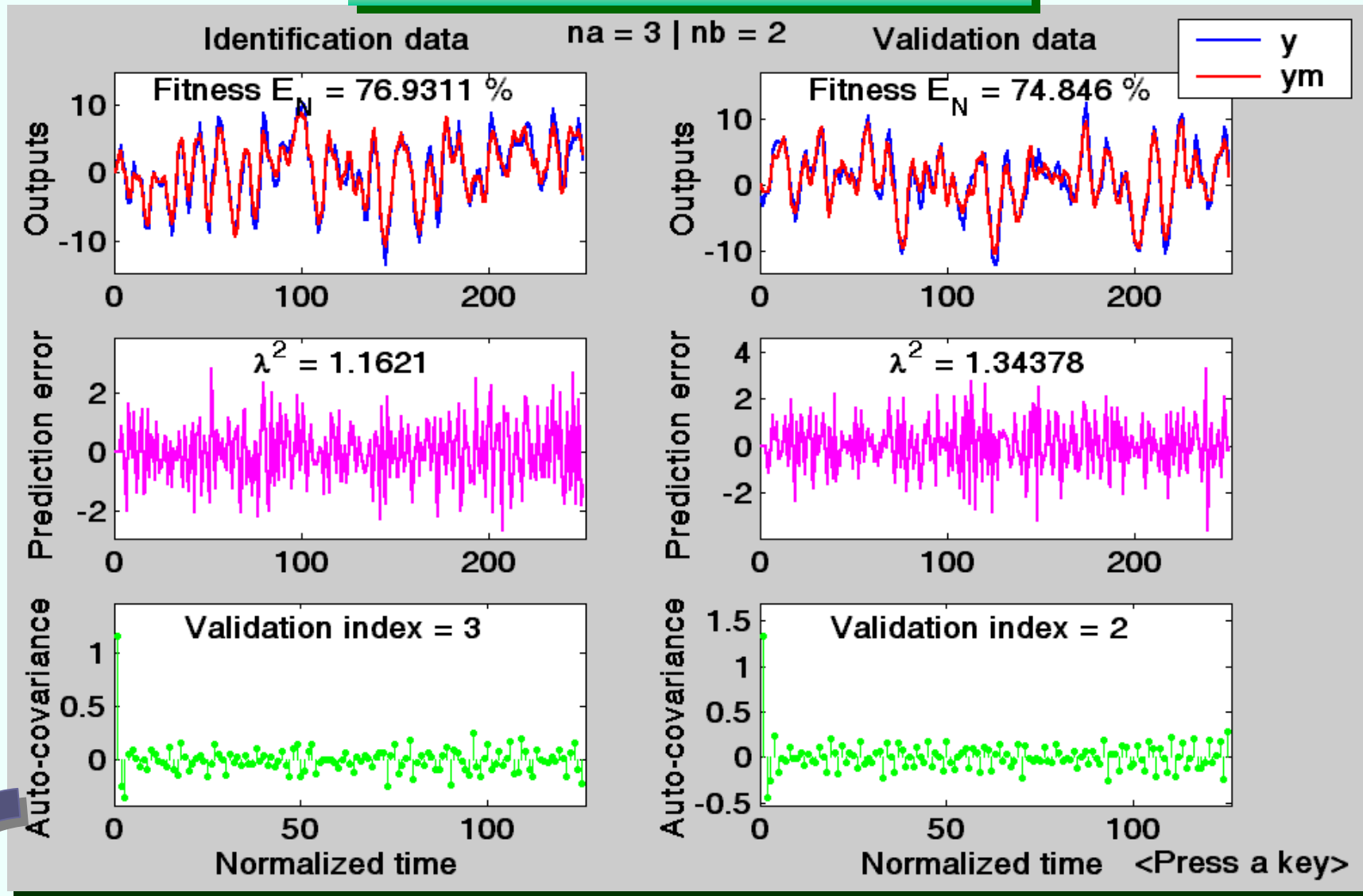
e. Pentru modelul ales, se afișează cele 2 ferestre grafice de la b. Modelul este returnat de către mini-simulator, în vederea unei utilizări ulterioare. Se recomandă returnarea și a seturilor de date de identificare și validare.

După proiectarea mini-simulatorului **ISLAB_4A**, se vor iniția câteva rulări.

Rezultă mereu aceiași indici structurali optimi sau ei diferă de la o rulare la alta? Justificați răspunsul. Observați simplificarea polilor și zerourilor apropiate din diagrama poli-zerouri, pentru indici structurali mari. Care dintre criteriile de determinare a structurii optime are tendința de a sub-parametriza modelul și care – de a supra-parametriza modelul?

④ Identificare parametrică prin MVI

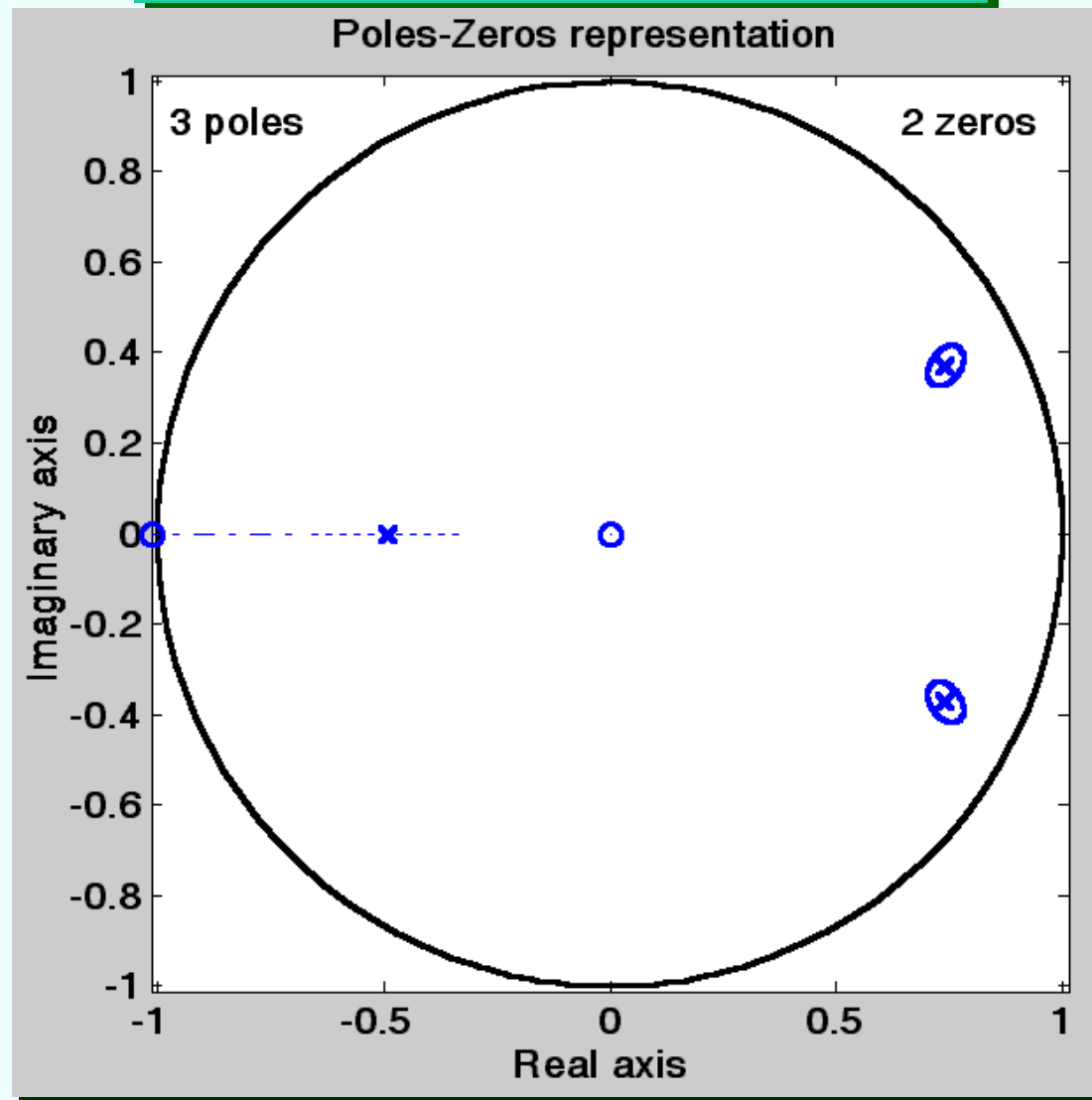
Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**



Performanțele modelului ARX identificat cu MCMMP

④ Identificare parametrică prin MVI

Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**

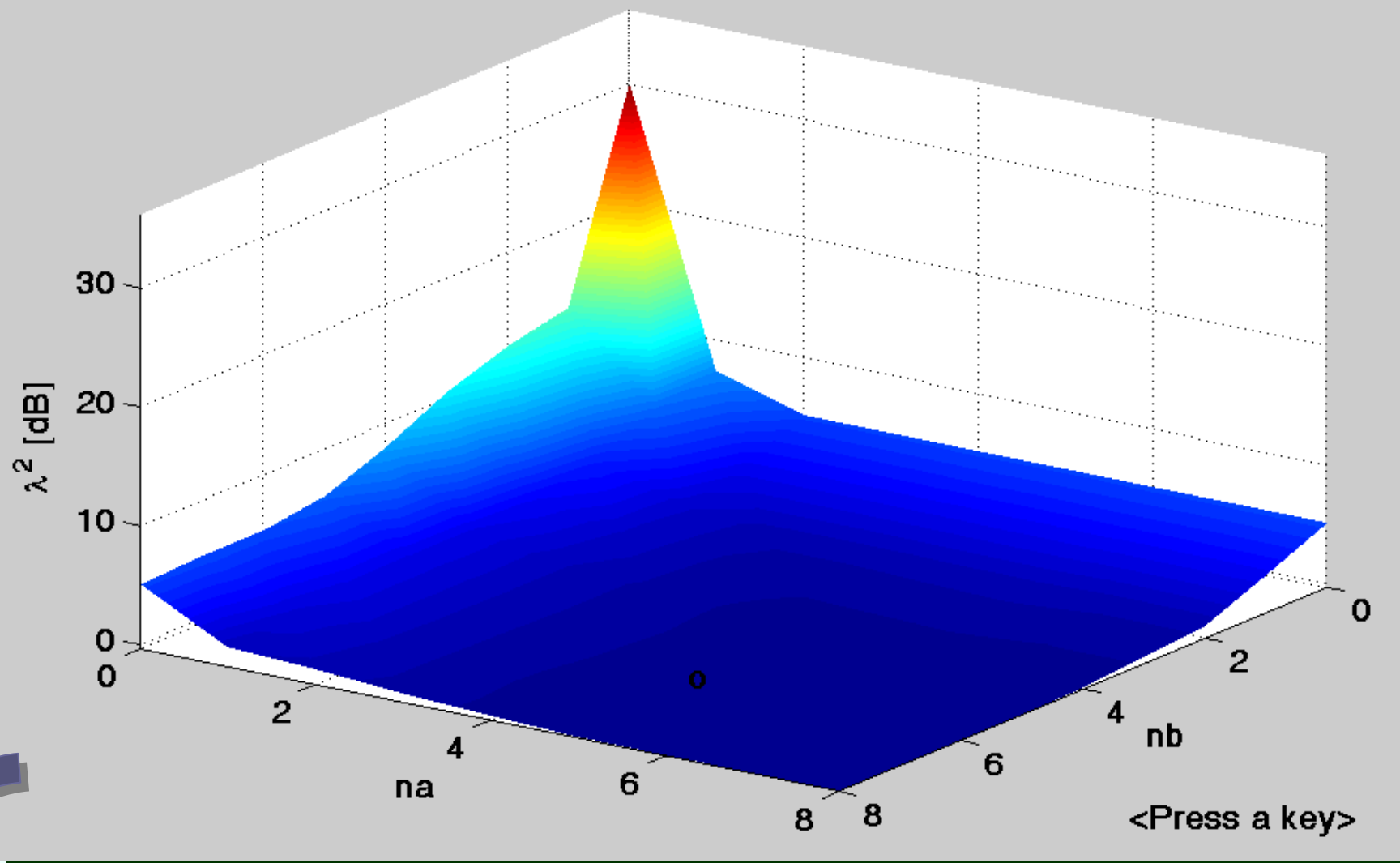


Reprezentarea poli-zerouri a modelului ARX identificat cu MCMMP

④ Identificare parametrică prin MVI

Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**

Estimated noise variance surface. F-test optimum: na = 5, nb = 6.

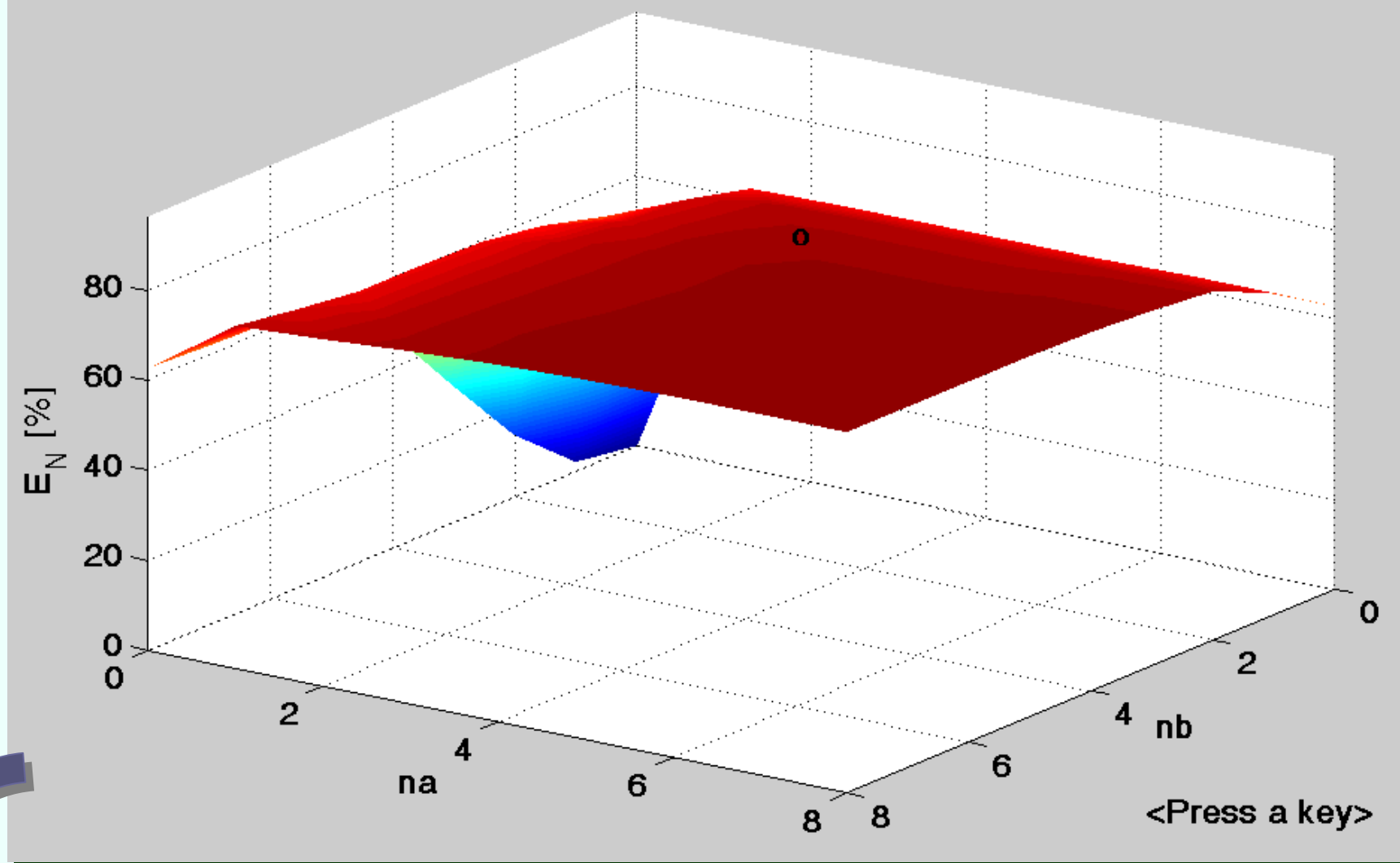


Criteriul aplatizării și Testul F

④ Identificare parametrică prin MVI

Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**

Fitness values: identification data. F-test optimum: $na = 4$, $nb = 3$.

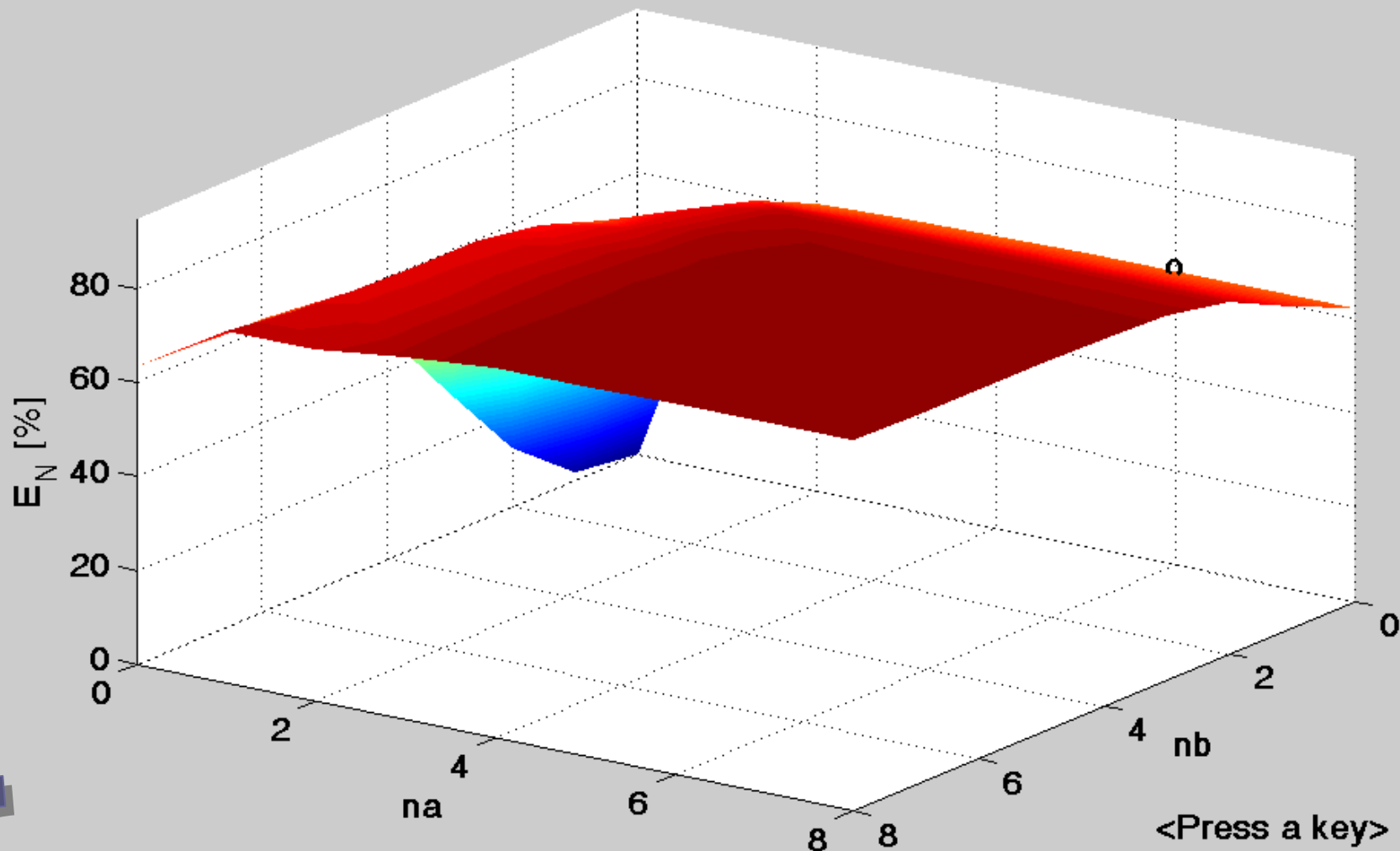


Potrivirea cu datele de identificare și Testul F

④ Identificare parametrică prin MVI

Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**

Fitness values: validation data. F-test optimum: $na = 6$, $nb = 0$.

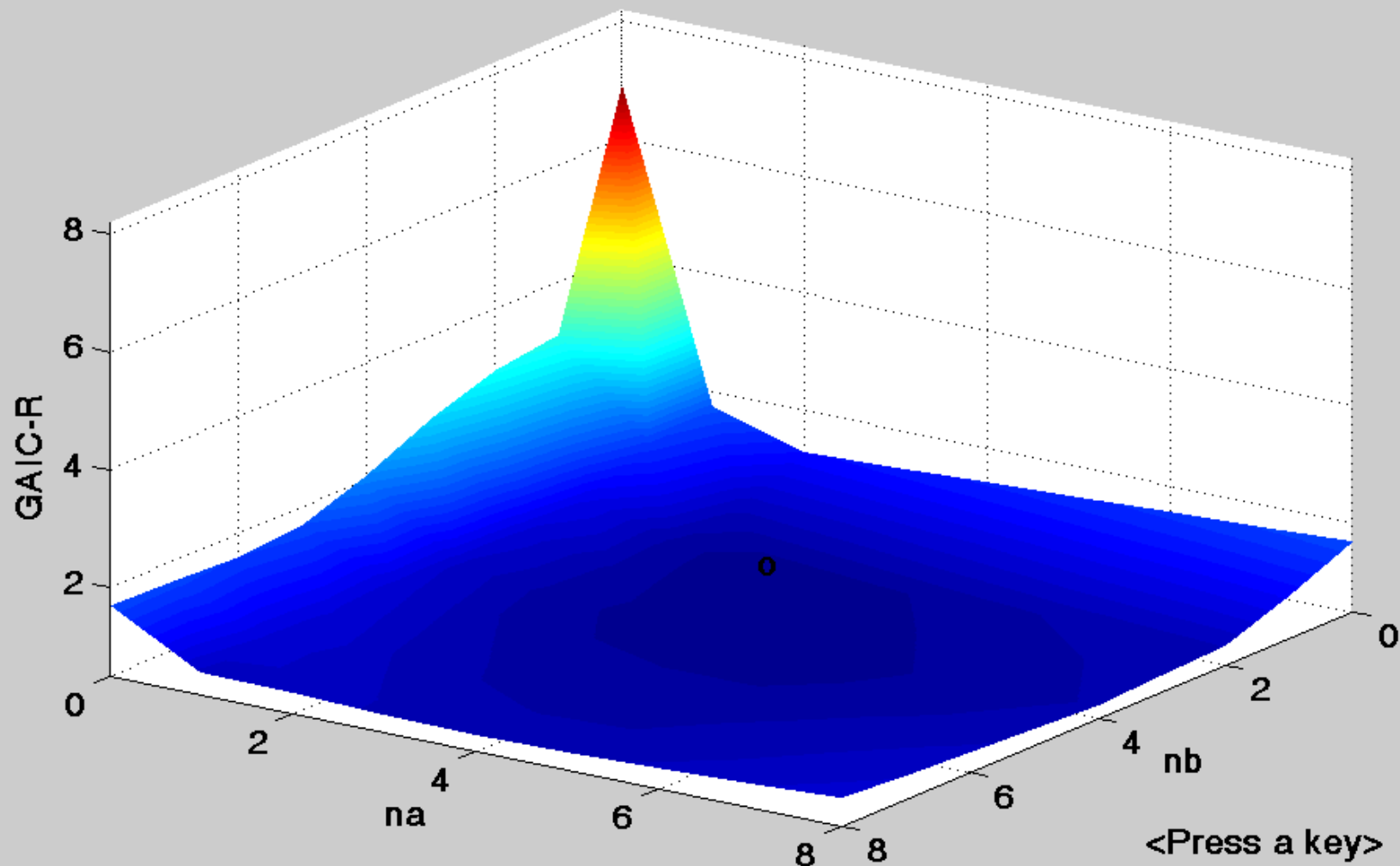


Potrivirea cu datele de validare și Testul F

④ Identificare parametrică prin MVI

Ce afișează mini-simulatorul **ISLAB_4A**

Akaike-Rissanen criterion. Optimum: $na = 3$, $nb = 2$.



Criteriul Akaike-Rissanen GAIC

④ Identificare parametrică prin MVI

👉 Probleme de simulare

Problema 4.2 (MVI pentru modelele ARX afectat de un zgomot colorat)

4p

Problema anterioară, 4.1, se va relua pentru cazul MVI cu instrumentele nefiltrate. Mini-simulatorul rezultat va fi denumit **ISLAB_4B**. În acest scop, se pot utiliza majoritatea funcțiilor mini-simulatorului **ISLAB_4A**. Excepție face, de exemplu, testul de validare, care trebuie schimbat (se va proiecta rutina **valid_IV**). Comparați rezultatele de estimare obținute cu performanțele estimației evaluate folosind MCMMP.

Program ce trebuie proiectat

ISLAB_4B

Rutină ce trebuie proiectată

VALID_IV

Problema 4.3 (generalizare)

3.5p

Generalizați mini-simulatoarele anterioare astfel încât utilizatorului să i se permită să își aleagă metoda de identificare (MCMMP sau MVI) și instrumentele în cazul MVI. Tipul de model identificat rămîne același: ARX. Denumiți noul mini-simulator prin **ISLAB_4C**. Testați mini-simulatorul cu datele de intrare ale mini-simulatoarelor precedente. Rulați apoi mini-simulatorul cu opțiunile: MVI și instrumentele parțial filtrate & MVI și instrumentele total filtrate, unde, în prealabil, trebuie produs un model estimat folosind MCMMP. Comparați performanțele estimațiilor obținute cu MVI pentru cele 2 tipuri de instrumente. Arătați avantajele și dezavantajele fiecărei strategii de estimare.

Program ce trebuie proiectat

ISLAB_4C