

Dois Mais Dois

A lógica que acabou com a própria lógica

Por Luiz Barco

Há 23 séculos, o grego Aristóteles (384-322 a.C.) reduziu os processos do raciocínio dedutivo a catorze regras e alguns cânones dando-lhes o nome de *Organon* - que em grego quer dizer instrumento da razão. Os cânones pretendiam exprimir verdades consideradas de senso comum, enquanto as regras eram resultado do estudo dos silogismos - exercícios em três etapas do raciocínio dedutivo: [Se] Sócrates é homem [e se] todos os homens são mortais [então] Sócrates é mortal

As duas primeiras afirmações são as premissas e a terceira é a conclusão. Pode-se duvidar das premissas, mas se as regras forem respeitadas não pode haver dúvidas sobre a conclusão. Assim, se alguém disser que: [se] Bruno é bom [e] todas as pessoas boas são felizes, podemos discutir a veracidade das premissas mas não podemos duvidar que delas se segue necessariamente a conclusão de que [então] Bruno é feliz, Isto se chama certeza lógica.

Também o grego Euclides (300 a.C.) utilizou-se da lógica aristotélica para provar os teoremas da Geometria e deu ao mundo um modelo de certeza que foi aclamado por dois milênios. No final do século XIX, os matemáticos ainda tentavam comprovar teoremas seguindo de perto o modelo de Euclides. Eles queriam aplicar o modelo do estudo das formas no estudo dos números, mas foram surpreendidos, tropeçando nos paradoxos. Sobre isso a história das ciências registra um caso interessante. Quando, em 1902, o matemático alemão Friedrich Gottlob Frege (1848- 1925), autor do tratado *Leis Fundamentais da Aritmética*, terminava o segundo e último volume, foi avisado pelo filósofo e matemático inglês Bertrand Russell que seu trabalho tinha uma falha lógica.

Aprofundando as noções de classe e de elemento de classe, Russell percebeu que, para fazer parte de uma classe, um objeto deve possuir as mesmas propriedades essenciais dos já existentes, mesmo que não tenha as demais propriedades desses elementos. Ou seja, para integrar um conjunto de canetas, um objeto deve ter algumas propriedades como escrever a tinta, ainda que quanto às propriedades não-essenciais ele possa ser muito diferente de uma caneta convencional. Depois de analisar essa idéia, Russell descobriu que existem classes de objetos que são elementos de si próprias (não-normais) e outras que não são elementos de si próprias e que chamaremos de normais. Por exemplo, um conjunto de canetas não é uma caneta, da mesma forma que um conjunto de automóveis não é um automóvel. Em princípio, tal idéia valeria para todas as classes. Porém, tomando como exemplo o conjunto das não-canetas (para ser elemento dele basta não ser caneta), verificamos que ele não pode ser considerado uma caneta, portanto é elemento de si próprio (ou do próprio conjunto). Russell imaginou então uma coleção de todas as classes -aqui denominada K -que não tinham a si mesmas como elemento - como a das canetas, dos relógios -e perguntou se K era ou não normal. Se K fosse normal não estaria dentro dela mesma, e então o conjunto não seria de todas as classes normais. Mas se K fosse não-normal então estaria dentro dela mesma e aí não seria o conjunto de todas as classes normais. A isso deu-se o nome de paradoxo de Russell, que comprometeu os dez anos de trabalho de Frege. Na verdade, a falha, não era dele, mas da própria, lógica dedutiva.

Fatos como estes dividiram os matemáticos em várias escolas de pensamento, Os logicistas queriam recuperar a lógica aristotélica e evitar paradoxos como o de Russell, mudando as regras de determinação dos membros de uma coleção. “O que quer que determine a totalidade de uma classe não deve ser elemento dessa mesma classe”, decretavam, anulando a possibilidade do paradoxo do círculo vicioso. Por outro lado, os formalistas defendiam que as deficiências eram do conteúdo semântico da linguagem usada para expressar a lógica e não da própria lógica. Essa guerra santa estendeu-se pelas três primeiras décadas do século XX até que Kurt Gödel (1906-1978), matemático austro-húngaro, usando a própria lógica estabeleceu, em 1931, que existem enunciados precisos que não podem ser negados, nem provados. Criou assim o que foi chamado de teoria da indecidibilidade e sepultou definitivamente a busca milenar da certeza lógica.

Luiz Barco é professor da Escola de Comunicações e Artes da Universidade de São Paulo

SUPER AGOSTO 1990