❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS

Obiectivul principal

Plecînd de la un proces stocastic $\mathcal{P}$ cu structură şi comportament necunoscute, se urmăreşte **construcţia şi determinarea unui model matematic** $\mathcal{M}$, care să fie adecvat procesului într-un sens bine definit.

Categorii de criterii de adecvanţă

Criterii empirice | **Criterii de optimizare** | **Criterii de estimare**

- Se bazează pe unele noţiuni elementare de Statistică şi sunt folosite mai mult **pentru descrierea modelelor neparametrice**.
- **Modele neparametrice** servesc la **descrierea calitativă**, de cele mai multe ori grosieră, imprecisă, a proceselor.
- Vor fi descrise cîteva tehnici de identificare (numite **analize**) folosind modelele neparametrice şi criteriile empirice pe baza cărora se poate evalua precizia acestora .

Caracteristice **modelelor de identificare parametrice**

- Modelul de identificare este descris de un anumit număr de **parametri necunoscuţi**, care **trebuie determinaţi**.
- Nu numai valorile parametrilor nu se cunosc, **ci şi numărul lor**.

$$\theta \in \mathbb{R}^{n\theta}$$

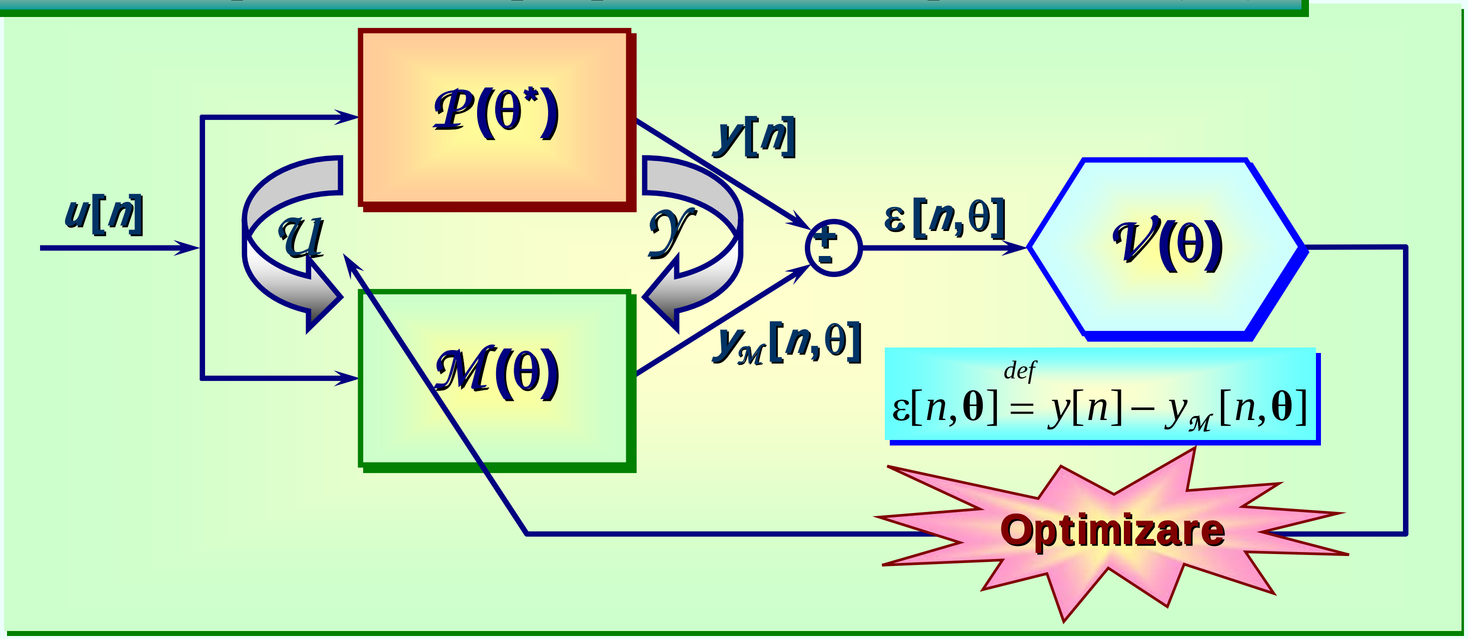
Ipoteza fundamentală

Procesul funcţionează ca un model matematic cu parametri adevăraţi, necunoscuţi, cu valori deterministe (eventual variabile în timp), al căror vector este notat cu θ^* şi are dimensiunea $n\theta^*$.

❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS (continuare)

Formularea problemei din perspectiva Teoriei Optimizărilor (TO)

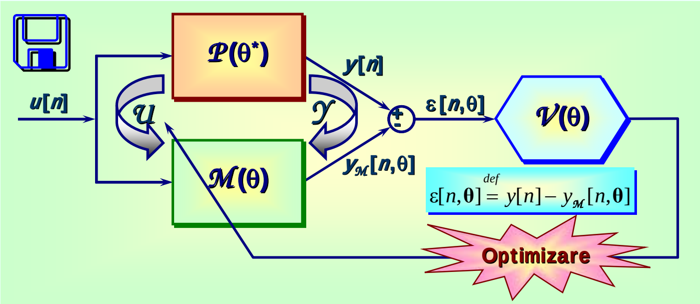


- Atît procesul cît şi modelul sunt stimulate cu aceeaşi intrare, care constituie colecţia de date de intrare măsurate. $\mathcal{U} = \{u[n]\}_{n=\overline{1,N}}$ ← dimensiunea orizontului de măsură
- Procesul oferă datele (de ieşire) măsurate. $\mathcal{Y} = \{y[n]\}_{n=\overline{1,N}}$
- Modelul matematic oferă datele simulate. $\mathcal{Y}_{\mathcal{M}} = \{y_{\mathcal{M}}[n,\boldsymbol{\theta}]\}_{n=\overline{1,N}}$ (depind de vectorul parametrilor determinaţi din datele măsurate)
- Pentru acelaşi set de date măsurate la intrare şi la ieşire, se poate obţine o colecţie de vectori ai parametrilor necunoscuţi (atît ca valori, cît şi ca dimensiuni), deci şi de seturi de date simulate.
- Diferenţa dintre datele măsurate şi cele simulate constituie erorile dintre proces şi model.
- Ansamblul erorilor este folosit pentru a defini criteriul de adecvanţă care trebuie optimizat în vederea determinării parametrilor necunoscuţi.

❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS (continuare)

Formularea problemei din perspectiva Teoriei Optimizărilor (continuare)



- Pentru rezolvarea acestei probleme se adoptă o strategie iterativă.

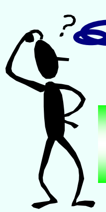
Numărul de parametri ai modelului este mărit treptat, începînd cu valorile minimale, pînă la o valoare maximală prestabilită.

(acest mecanism va fi prezentat ulterior în detaliu)

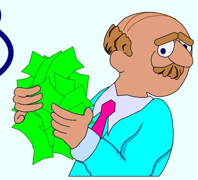
- Eficienţa şi complexitatea operaţiei de optimizare depinde sensibil de maniera în care a fost definit criteriul de adecvanţă.

$$\mathcal{V}(\boldsymbol{\theta})$$

- Valoarea criteriului de adecvanţă evaluată pentru un anumit model de identificare este adesea interpretată ca un indicator al preciziei modelului.



Cum se poate alege criteriul de adecvanţă?



În acest context, criteriul de adecvanţă este un criteriu de optimizare (parametrică).

Exemple Criterii uzuale de optimizare parametrică, bazate pe eroarea totală dintre proces şi model

➔ Criteriul robust: $\mathcal{V}(\boldsymbol{\theta}) \overset{def}{=} \sum_{n=1}^{N} \left|\varepsilon[n,\boldsymbol{\theta}]\right|$

☺ Natural.
☹ Nederivabil peste tot.

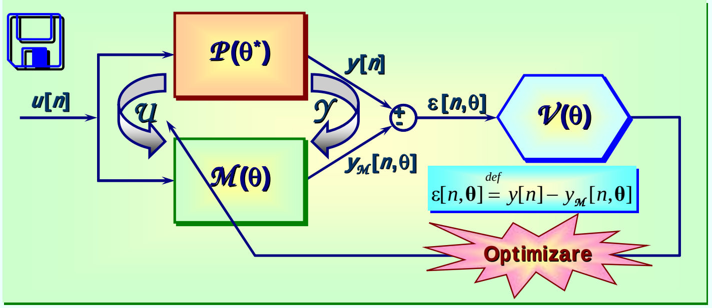
➔ Criteriul pătratic: $\mathcal{V}(\boldsymbol{\theta}) \overset{def}{=} \sum_{n=1}^{N} \varepsilon^2[n,\boldsymbol{\theta}]$

☺ Derivabil, dacă eroarea este derivabilă.
☹ Mai puţin natural.

❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS (continuare)

Formularea problemei din perspectiva Teoriei Optimizărilor (continuare)



Formularea problemei în termeni matematici

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathcal{S}\subseteq\mathbb{R}^{n\theta}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{V}(\boldsymbol{\theta})$$

(Se citeşte: "argumentul care minimizează".)

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ ➔ valoarea optim(al)ă a vectorului parametrilor necunoscuţi

$\mathcal{S}$ ➔ domeniul de stabilitate al modelului

☝ Acest curs este focalizat în jurul problemei de identificare a sistemelor **stabile**.

- Identificarea sistemelor instabile este o problemă deschisă.

☝ Modelul adecvat în raport cu un anumit criteriu poate să nu mai fie adecvat în raport cu alt criteriu.

- De regulă, rezolvarea acestei probleme trebuie să conducă la o eroare globală minimă (între proces şi model).
- Pentru rezolvarea ei, se apelează frecvent la metode de optimizare bazate pe tehnica gradienţilor.
- Tehnica de rezolvare depinde esenţialmente de maniera în care eroarea dintre proces şi model depinde de vectorul parametrilor necunoscuţi.

Tehnici neconvenţionale pot fi de asemenea utilizate.

➔ Tehnici de Inteligenţă Artificială (ascensiune montană, călire simulată, etc.).

➔ Strategii evoluţioniste (algoritmi genetici).

Tehnicile de optimizare sunt de regulă iterative, calitatea lor fiind analizată după 3 caracteristici:

① complexitate;
② convergenţă; ☜ cea mai importantă
③ viteză de convergenţă.

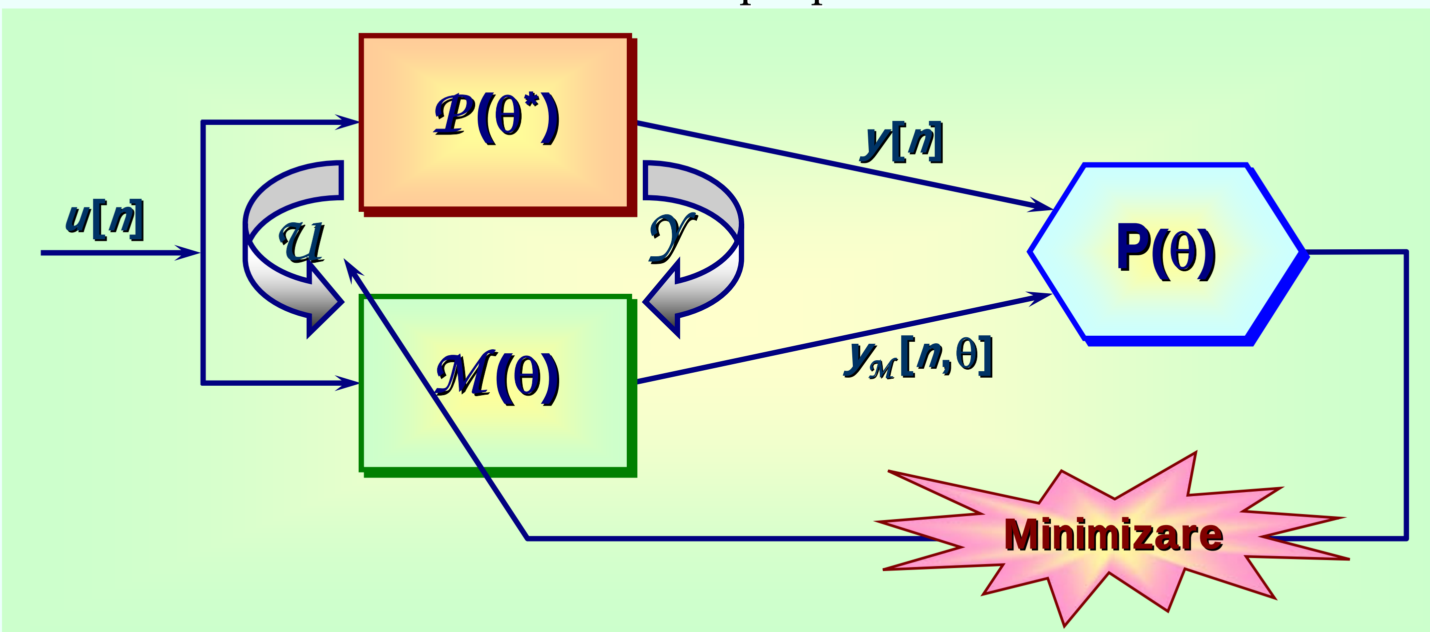
❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS (continuare)

Formularea problemei din perspectiva Teoriei Estimației (TE)

→ ansamblu de tehnici pentru determinarea parametrilor necunoscuți folosind concepte statistice

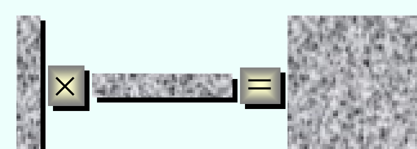
- Deoarece datele furnizate de proces au un caracter **stocastic**, acesta se transferă şi parametrilor determinați, care se mai numesc în acest context şi **parametri estimați**.
- Metoda prin care se produc estimații ale parametrilor necunoscuți se mai numeşte şi **estimator**.
- Problema de identificare este similară celei din perspectiva **TO**:



$\mathbf{P}(\theta)$ ➔ matricea de auto-covarianță a erorii de estimare

operatorul de mediere statistică (speranța matematică)

$$\mathbf{P}(\theta) \overset{def}{=} E\{\underbrace{(\theta-\theta^*)(\theta-\theta^*)^T}_{\text{produsul exterior}}\} \in \mathbb{R}^{n\theta \times n\theta}$$

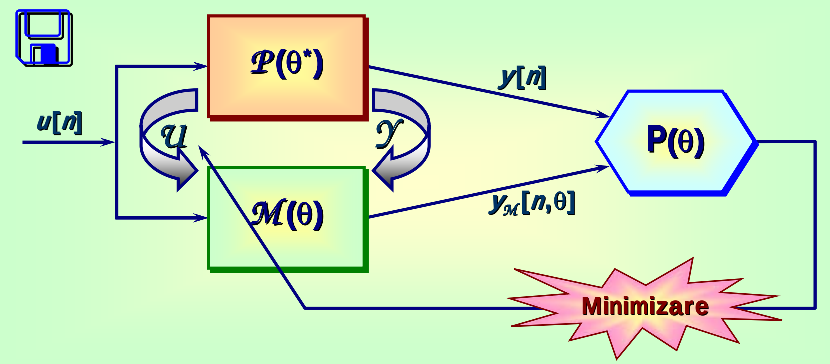


☝ Produsul interior = produsul scalar.

❶ Privire de ansamblu

Problematica generală în IS (continuare)

Formularea problemei din perspectiva Teoriei Estimației (continuare)



Formularea problemei în termeni matematici

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathcal{S}\subseteq\mathbb{R}^{n\theta}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta})$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ ➔ valoarea estimată a vectorului parametrilor necunoscuți

Minimizarea unei matrici?

În sensul proprietății de pozitiv semi-definire.

$\mathbf{P}_1 \le \mathbf{P}_2 \Leftrightarrow \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1 \ge 0$

- Deoarece criteriul matricial abordează direct parametrii adevărați (care sunt necunoscuți), aparent, el este imposibil de evaluat.
- Cu toate acestea, pentru anumiți estimatori, criteriul matricial poate fi determinat, chiar dacă parametrii adevărați nu sunt cunoscuți.
- Rezolvarea unei probleme de optimizare în cadrul TE este mai dificilă decît în cadrul TO.

Calitatea unui estimator poatre fi analizată în raport cu 3 caracteristici:

① complexitate; ☞ cea mai importantă
② consistență (convergență statistică);
③ eficiență (viteză de convergență).

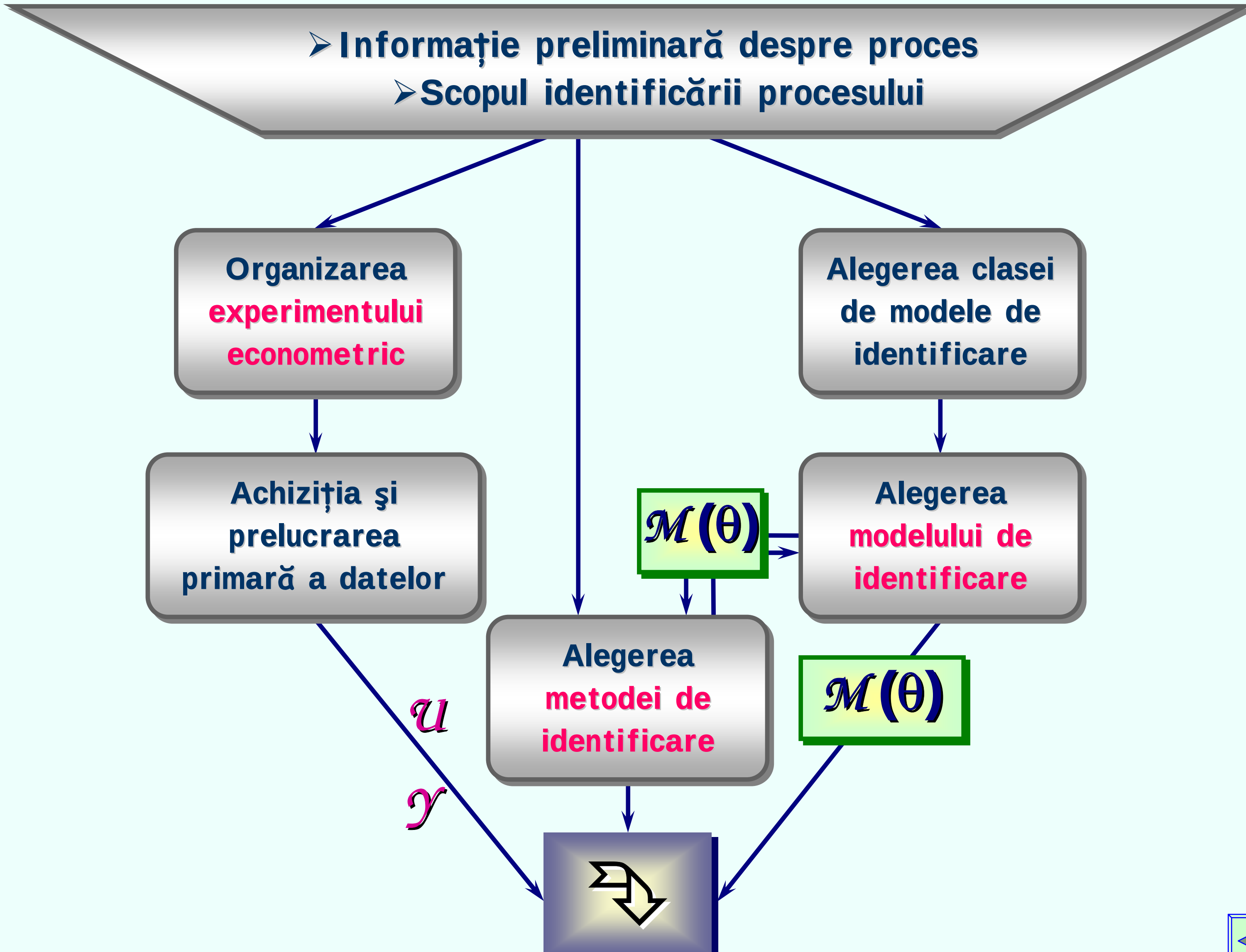
$$\lim_{N\to\infty} \mathbf{P}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\right) = \mathbf{0}$$

Soluția problemei TO	☺ Adesea implementabilă ☹ Fără proprietăți statistice.
Soluția problemei TE	☺ Cu proprietăți statistice. ☹ Adesea neimplementabilă.

❶ Privire de ansamblu

Experiment de identificare

- Problema generală a identificării cutiei negre se rezolvă în cadrul unui **experiment de identificare**.



➊ Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Pentru fiecare structură de model din ce în ce mai bogată ($m \in \{1,2,\ldots,M\}$):

- se determină parametrii modelului ales, θ_m;
- se evaluează precizia modelului ($\mathcal{V}(\theta_m)$ sau $P(\theta_m)$).

Alegerea modelului adecvat datelor achiziționate

$\mathcal{M}(\theta_o)$

Validarea modelului

NU

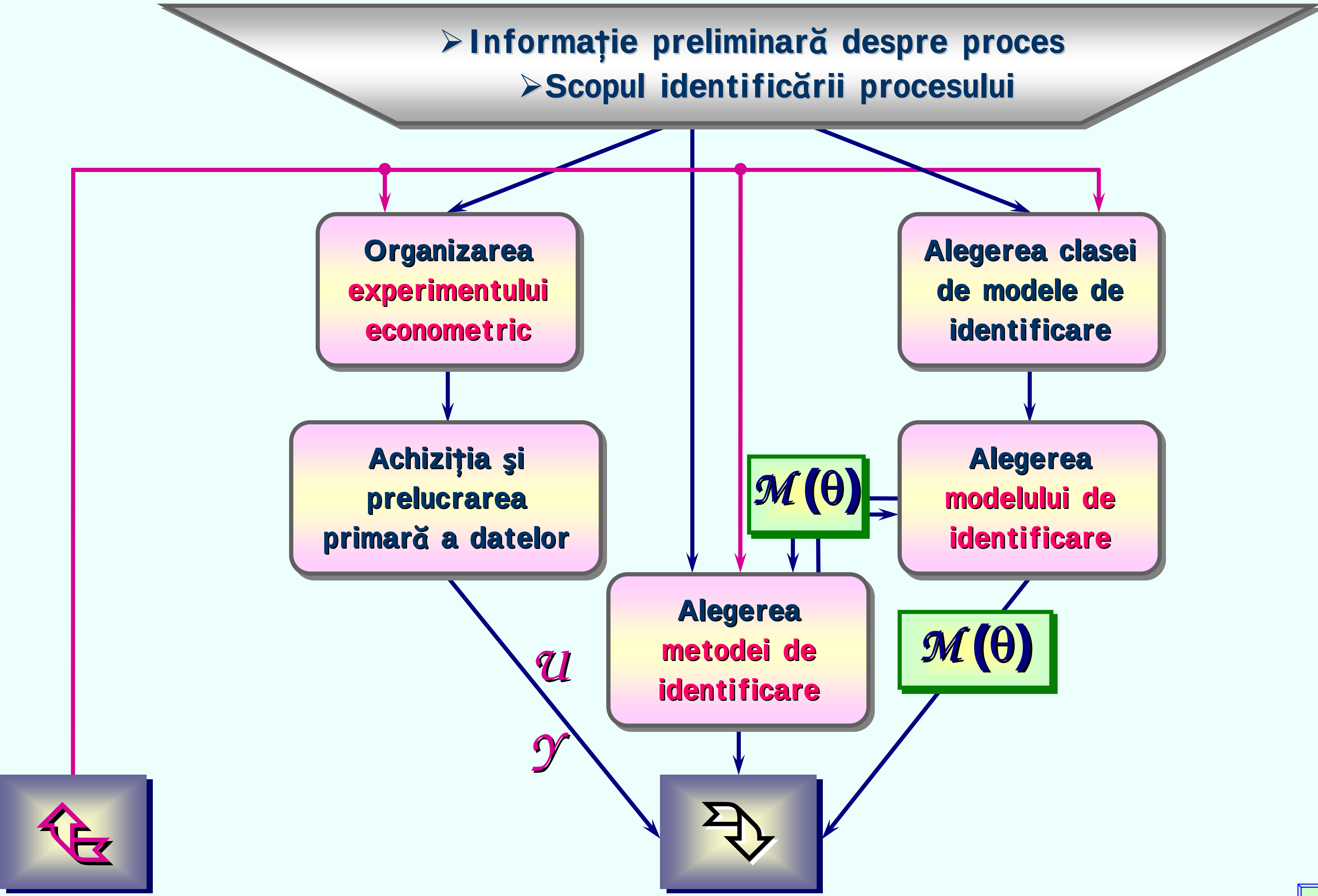
DA

Model valid

$\mathcal{M}(\theta_o)$

❶ Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

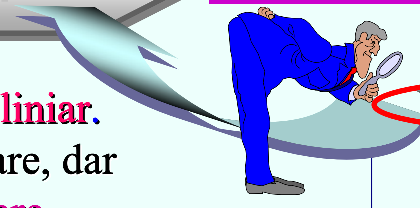


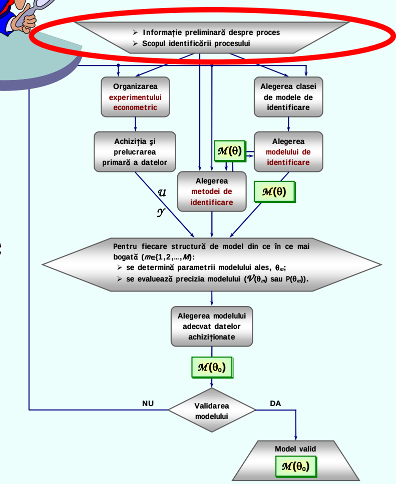
❶ Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

➢ **Informație preliminară despre proces**
➢ **Scopul identificării procesului**

☝ Prima operație: precizarea procesului care trebuie identificat.





➔ Tipul de proces: puternic neliniar, neliniar, aproape liniar, liniar.

- Majoritatea proceselor sunt neliniare şi puternic neliniare, dar liniarizabile în jurul unor puncte nominale de funcționare.
- Dacă se cunosc ecuațiile de funcționare în timp continuu (rezultate prin aplicarea legilor fizico-chimice), acestea pot fi discretizate, pentru a obține informații privind structura modelului de identificare ce ar trebui ales.
- Eventual, vor fi necesare mai multe experimente de identificare succesive pentru construcția unui model adecvat şi valid.

➔ Tipul de variație: lent (> 5s), mediu (1s…5s), rapid (< 1s).

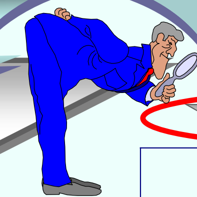
- Informație care se referă la durata de stabilizare a ieşirii atunci cînd procesul este stimulat cu o treaptă de o anumită amplitudine, acceptată de proces (fără a produce instabilitate).
- Utilă în determinarea perioadei de eşantionare ce trebuie aleasă pentru achiziția datelor numerice.

T_s — sampling period

➔ Timpul mort intrinsec al procesului.

- Detectarea valorii acestuia în timp continuu şi conversia sa (chiar imprecisă) în timp discret (exprimată ca un număr întreg de perioade de eşantionare) conduce la simplificarea modelului de identificare ales (prin reducerea numărului de parametri necesari).
- Determinarea timpului mort se poate efectua prin stimularea preliminară a procesului cu o treaptă de o anumită amplitudine, care nu îl conduce către instabilitate.

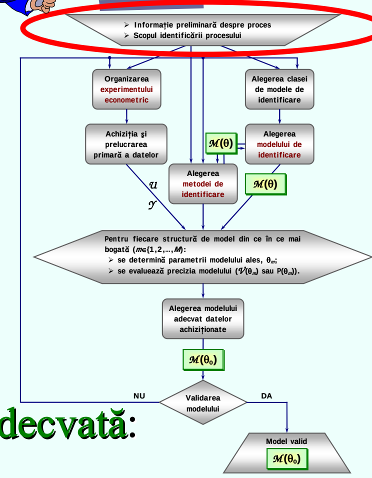
➊ Privire de ansamblu



Experiment de identificare (continuare)

➢ Informație preliminară despre proces

➢ Scopul identificării procesului



➔ **Variabilitatea în timp a procesului.**

- Dacă parametrii sunt **aproximativ constanți**, este doar necesar ca la anumite intervale de timp **modelul matematic asociat să fie reevaluat**.
- Dacă parametrii **variază sesizabil în timp**, atunci **modelul trebuie adaptat mai des** la dinamica procesului .
- Această informație este utilă în **alegerea tipului de metodă de identificare adecvată**: **nerecursivă** (*off-line*) sau **recursivă** (*on-line*) .

➔ **Clasele de semnale de stimul acceptate de către proces .**

- **Semnalele ideale** cu care procesul ar putea fi stimulat **pot produce instabilitate**.
- Modelul de identificare ar putea fi determinat prin stimularea procesului cu **semnalele folosite în exploatarea sa uzuală**.

  ☹ Modelul rezultat are **generalitate redusă**.

- Utilizarea de **semnale cu amplitudini suficient de mici** poate conduce la modele matematice suficient de generale şi precise.

➔ **Clasele de perturbații la care este expus procesul.**

- Informație utilă în selectarea unui **model adecvat al zgomotelor** ce pot afecta măsurătorile la ieşirea procesului .
- În absența ei, experimentul de identificare **se poate repeta de cîteva ori**, pînă la stabilirea unui model adecvat de zgomot.

Simulare, reglare/comandă numerică, predicție, generare de date, etc.

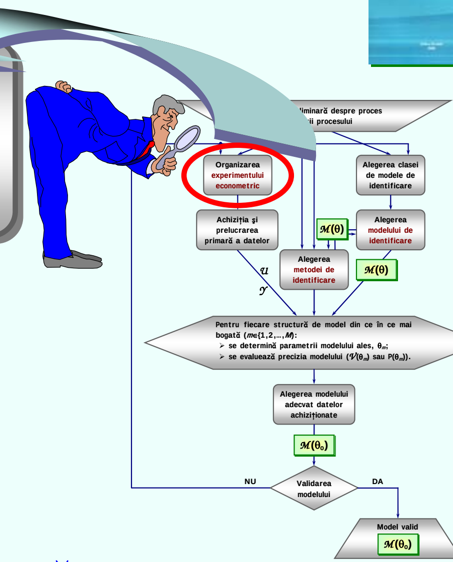
- De exemplu, modelul perturbațiilor va fi mai precis în scopul predicției, decît în scopul reglării numerice.

❶ Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Econometrie ➔ Tehnica măsurării datelor.

Organizarea experimentului econometric



Etapele unui experiment econometric

Obiectiv: Achiziţia datelor şi distorsionarea minimală a acestora.

➔ Alegerea soluţiei de eşantionare.

- Pe de o parte, **tipul de variaţie** al procesului este determinant.

Procese **lente** ➔ T_s MARE

Procese **rapide** ➔ T_s mică

$$F_s = \frac{1}{T_s}$$

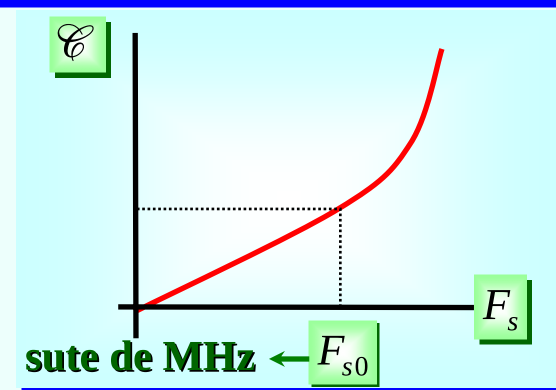
← frecvenţă de eşantionare

- Pe de altă parte, **resursele financiare disponibile** induc restricţii.

Costul soluţiei de eşantionare creşe **exponenţial** de la un anumit nivel.

- În plus, soluţia de eşantionare bazată pe utilizarea cîmpului electric are o limitare naturală, datorată **inerţiei electronilor**.

Există o frecvenţă de eşantionare **maximă** produsă prin utilizarea **energiei electrice**.

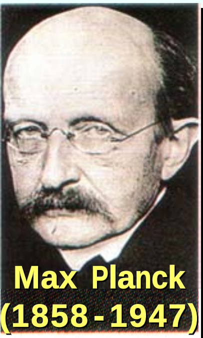


❶ Privire de ansamblu

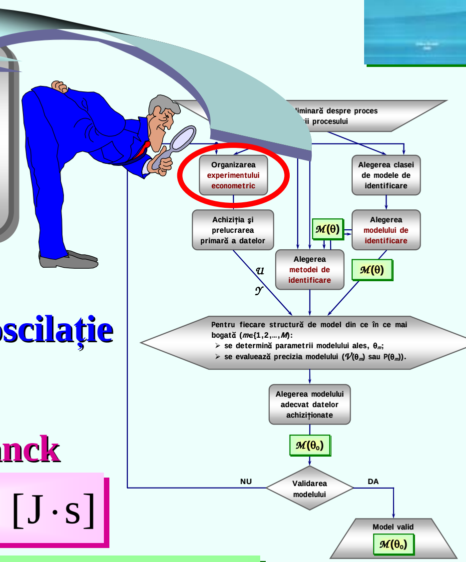
Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

➔ Alegerea soluției de eșantionare.



★ Conform unui raționament bazat pe Fizica Cuantică, pentru viteze mari de comutație, electronii **au inerție**.



Organizarea experimentului econometric

Principiul limitei cuantice (Planck)

$$\mathscr{E} \cdot T_e \geq h$$

- $\mathscr{E}$: energia electronului
- T_e: perioada proprie de oscilație a electronului
- h: constanta lui Planck

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \quad [\mathrm{J \cdot s}]$$

Formula energiei a lui Einstein $\mathscr{E} = m \cdot c^2$

Masa electronului	Viteza luminii în vid
$m = 9.11 \cdot 10^{-31} \quad [\mathrm{kg}]$	$c = 3 \times 10^8 \quad [\mathrm{m/s}]$

$$T_e \geq \frac{h}{\mathscr{E}} = \frac{h}{mc^2} \cong 8.0815 \cdot 10^{-21} \quad [\mathrm{s}]$$

Energie × Frecvență de eșantionare ≥ constantă

Frecvența de eșantionare maximă

$$F_s \leq 10^6 \ [\mathrm{GHz}]$$

☝ Se testează tehnici de comutație cu ajutorul energiei luminoase.

- Nivelul tehologic actual:

$$F_s \in [10 \ , 100] \ [\mathrm{GHz}]$$

Masa fotonului
$m < 10^{-40} \quad [\mathrm{kg}]$

$$F_s \leq 10^{16} \ [\mathrm{GHz}]$$

1905	Teoria relativității restrînse (Einstein)
2005	Anul internațional al Fizicii

Premiul Nobel pentru Teoria cuantică a fotonilor