

10.1. Untersuchen Sie (z.B. mit „Mathematica“) die Reihe  $\sum_{l=0}^{\infty} 7(x-1)^l$  für

a)  $x = \frac{2}{3}$                       b)  $x = -\frac{1}{4}$                       c)  $x = \frac{8}{3}$

auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert!

- a) Die Reihe konvergiert gegen  $2^1/4$ . Der Laufindex im Exponenten sorgt für eine alternierende Reihe, deren Glieder sehr schnell gegen Null gehen.
- b) Diese Reihe ist divergent.. Die Konstante  $-8,75$  wird mit „I“ hochgerechnet. Es ergeben sich schnell größer werdende  $c_k$ .
- c) Mit  $x = 8/3$  ergibt sich ebenfalls eine divergente Reihe. Deren  $c_k$  sind alle positiv und werden mit stetig wachsendem „I“ exponentiell größer.

10.2. In einem Rechnerlabor mit 9 (allgemein m) Plätzen haben 9 (allgemein m) Studierende ihre Stammpplätze. Für eine Klausur werden die Plätze zufällig vergeben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass niemand auf seinem Stammpplatz sitzt?

Zu Beginn, wenn noch alle Plätze frei sind, könnte sich jeder hinsetzen wo er will. Sich dabei auf den Stammpplatz zu setzen wird mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/9$  ( $1/m$ ) auftreten, da alle Stühle gleichermaßen zur Auswahl stehen. Das man einen anderen als den Stammpplatz nimmt, wird daher mit  $p = 8/9$  (bzw.  $m-1/m$ ) auftreten. Das sichere Ereignis ist die garantierte Platzwahl (= 1), das unmögliche Ereignis, das kein Platz mehr zur Verfügung steht, wird lt. Vor. nicht eintreffen.

10.3. Drei Reiseunternehmen vermitteln 20%, 30% und 50% einer bestimmten Reiseart. Von den Reisenden sind jeweils 40%, 20% bzw. 35% völlig zufrieden.

- a) Wie groß ist der totale Zufriedenheitsanteil (d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Reisender dieser Reiseart zufrieden ist) in diesem Fall?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufriedener Reisender beim 2. Unternehmen gebucht hatte?

- a) Der totale Zufriedenheitsanteil  $p_{\text{total}}$  einer Reiseart berechnet sich:

$$p_{\text{total}_1} = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08 \hat{=} 8\%$$

$$p_{\text{total}_2} = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06 \hat{=} 6\%$$

$$p_{\text{total}_3} = 0,35 \cdot 0,5 = 0,175 \hat{=} 17,5\%$$

- b) Ein zufriedener Reisender hat mit folgender Wahrscheinlichkeit beim 2. Unternehmen gebucht:

$$p_2 = 0,2 \cdot (p_{\text{total}_1} + p_{\text{total}_2} + p_{\text{total}_3}) = 0,63 \hat{=} 6,3\%$$

10.4. An einer Haltestelle kommt der Frühbus mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 0,9$  pünktlich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus an 8 Tagen

- a) stets pünktlich      b) 3x pünktlich      c) nie pünktlich ist ?

- a) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus an 8 Tagen pünktlich kommt, lässt sich über die Binomialverteilung berechnen:

$$p = 0,9^8 = 0,43046721$$

- b) Die Wahrscheinlichkeit, drei mal pünktlich zu kommen liegt bei

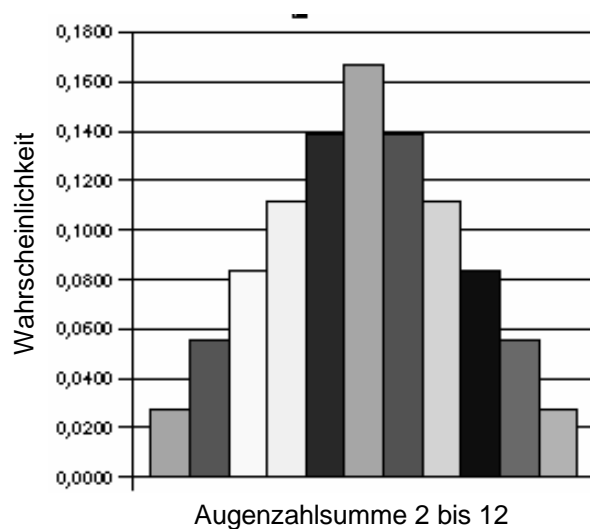
$$p = \frac{8!}{\underbrace{3! \cdot (8-3)!}_{\binom{8}{3}}} \cdot 0,9^3 (1-0,9)^{8-3} = 0,000408$$

- c) Der Bus ist relativ pünktlich. Das er niemals zur rechten Zeit ankommt, tritt mit geringer Wahrscheinlichkeit ein:

$$p = (1-0,9)^8 = 0,1^8 \approx 0,00000001$$

- 10.5. Bestimmen Sie die Werte der Zufallsvariablen beim Würfeln mit zwei Würfeln (Augenzahl), die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten und die Verteilungsfunktion (Skizze).

Augenzahlsumme	Würfel-Paare $A_i$	Wahrscheinlichkeit $p_i$
2	1:1	$\frac{1}{36} = 2,78\%$
3	1:2, 2:1	$\frac{2}{36} = 5,56\%$
4	1:3, 2:2, 3:1	$\frac{3}{36} = 8,33\%$
5	1:4, 2:3, 3:2, 4:1	$\frac{4}{36} = 11,11\%$
6	1:5, 2:4, 3:3, 4:2, 5:1	$\frac{5}{36} = 13,89\%$
7	1:6, 2:5, 3:4, 4:3, 5:2, 6:1	$\frac{6}{36} = 16,67\%$
8	2:6, 3:5, 4:4, 5:3, 6:2	$\frac{5}{36} = 13,89\%$
9	3:6, 4:5, 5:4, 6:3	$\frac{4}{36} = 11,11\%$
10	4:6, 5:5, 6:4	$\frac{3}{36} = 8,33\%$
11	5:6, 6:5	$\frac{2}{36} = 5,56\%$
12	6:6	$\frac{1}{36} = 2,78\%$
$\sum (A_i) = 36$		$\sum (p_i) = 1 \hat{=} 100\%$



Gauß'sche Normalverteilung:

$$f(x) = \sigma \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$