

- 14.1. Überprüfen Sie das Resultat aus Übung 12.5. durch entsprechende Versuche, z.B. 50x (oder öfter) Werfen zweier Münzen. Beschreiben Sie die Durchführung und Auswertung des Experimentes.

Mit einem Zufallszahlengenerator wurden folgende Häufigkeiten bestimmt:

Wappen–Wappen	8x
Wappen–Zahl	12x
Zahl–Wappen	15x
Zahl–Zahl	15x

Der Zufallszahlengenerator von C++ (UNIX®-Version) ermittelte mit gleichen Wahrscheinlichkeiten 50x eine der vier Münz-Kombinationen. Die jeweiligen Häufigkeiten wurden dabei pro Ereignis inkrementiert.

Als Parameter kann das Programm im Verbose-Modus (-v) aufgerufen werden, so dass alle Ereignisse detailliert angezeigt werden.

- 14.2. Bestätigen Sie: $\frac{f(x)}{g(x)} \xrightarrow{x \rightarrow x_0} a \in \mathbb{R}$, $f(x) = O(g(x))$, $x \rightarrow x_0$.

– keine Lösung gefunden –

- 14.3. Welche der Aussagen sind wahr (Begründung!) ?

- a) $1 - \cos x = O(\sin x)$, $x \rightarrow 0$ b) $1 - \cos x = o(\sin x)$, $x \rightarrow 0$
 c) $\sin x = O(\cos x)$, $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ d) $\sqrt{3 + (7 - x)^2}$, $x \rightarrow \infty$

Was sagen „O“ und „o“ für $x \rightarrow \infty$ aus?

– keine Lösung gefunden –

- 14.4. Gegeben sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{3 + (7-x)^2}$.
Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Tangenten für $x_0 = 7$ und $x_0 = 11$ sowie die maximalen Abstände zwischen $f(x)$ und den entsprechenden Tangenten in $[6;8]$ bzw. $[10;12]$.

Die Funktion ist für alle reellen Zahlen definiert, da der Term unter der Wurzel stets positiv ist.

$$f(x) = \left(3 + (7-x)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(x^2 - 14x + 52\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x - 14)$$

$$f'(x) = (x-7) \cdot \left(x^2 - 14x + 52\right)^{-\frac{1}{2}} = m_T$$

$$f'(7) = m_1 = 0, \quad f'(11) = m_2 \approx 0,917$$

allgemeine Form: $t = mx + n$

$$t(7) = m_1 \cdot x + n_1 = \sqrt{3} \Rightarrow n_1 = \sqrt{3} \Rightarrow t_1 = \sqrt{3}$$

$$t(11) = m_2 \cdot x + n_1 = \sqrt{19} \Rightarrow n_2 \approx -5,735 \Rightarrow t_2 \approx 0,917x - 5,735$$

- 14.5. Beweisen Sie über den Differenzenquotienten die Produktregel.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f_1(x) \cdot f_2(x) - f_1(x_0) \cdot f_2(x_0)}{x - x_0}$$

$$\frac{\frac{f_1(x) - f_1(x_0)}{x - x_0} \cdot f_2(x) + \frac{f_2(x) - f_2(x_0)}{x - x_0} \cdot f_1(x_0)}{f'_1(x_0) \cdot f_2(x_0) + f'_2(x_0) \cdot f_1(x_0)}$$

- 14.6. Wiederholen Sie ggf. Ü. 13.4. unter Anwendung der Kettenregel.

$$\frac{\left(1+3x\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1+3x_0\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1+3x\right) - \left(1+3x_0\right)} \cdot \frac{\left(1+3x\right) - \left(1+3x_0\right)}{x - x_0}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \left(1+3x_0\right)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{3x - 3x_0}{x - x_0} \rightarrow 3}$$