

Marcus Stein
Christian Franke
Denis Edelhof

zum 29.11.2001

1. Zu Lösen ist $f(x,y) = 2 - x^2 + y^2 = 0$, $g(x,y) = 1 - x^2 + y^2 = 0$
 $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0,75$, 2 Iterationsschritte mit Newton-Verfahren.

Was lässt sich über den Fehler aussagen?

$$f(x, y) = 2 - x^2 - y^2 = 0 \quad g(x, y) = 1 - x^2 + y^2 = 0$$

$$(x_0 = 1,25, \quad y_0 = 0,75)$$

$$J = \begin{pmatrix} -2x & -2y \\ -2x & 2y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 - x_0^2 - y_0^2 \\ 1 - x_0^2 + y_0^2 \end{pmatrix} + J \cdot \begin{pmatrix} x_1 - x_0 \\ y_1 - y_0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} - J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 - x_0^2 - y_0^2 \\ 1 - x_0^2 + y_0^2 \end{pmatrix}$$

Allgemein:

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix} - J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 - x_k^2 - y_k^2 \\ 1 - x_k^2 + y_k^2 \end{pmatrix}$$

$$J^{-1} = \frac{1}{-8x_k y_k} \cdot \begin{pmatrix} -2x_k & -2y_k \\ -2x_k & 2y_k \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 0,75 \end{pmatrix} - J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -0,125 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 0,75 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,025 \\ 0,416 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,225 \\ 0,708 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,225 \\ 0,708 \end{pmatrix} - J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -0,002361 \\ 0,001111 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,225 \\ 0,708 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0,000708 \\ 0,000441 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,224 \\ 0,708 \end{pmatrix}$$

2. Gesucht: Reelle Formulierung für $f(z) = e^z - z = 0$, $z = x + iy$ (x, y reell).

$$e^z - z = 0 \quad z = x + iy \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$e^{x+iy} - (x + iy) = 0$$

$$e^x \cdot e^{iy} - (x + iy) = 0$$

$$e^x \cdot (\cos(y) + i \cdot \sin(y)) - x - iy = 0$$

$$(e^x \cdot \cos(y) - x) + i \cdot (e^x \cdot \sin(y) - y) = 0 + i \cdot 0$$

$\Rightarrow GS:$

$$e^x \cdot \cos(y) - x = 0$$

$$e^x \cdot \sin(y) - y = 0$$