II. Generalidades del oleaje

II.1. Introducción

Se define el oleaje como una sucesión de ondas u olas sobre una superficie de agua que, su origen se debe a la transferencia de energía del viento a la superficie del agua, para luego propagarse hasta alcanzar tierra.

Cuando una persona se encuentra de pie frente al mar, o frente a un cuerpo de agua grande contempla la continua llegada de las olas. En un estanque de agua tranquila, si se lanza una piedra, se producirán entonces pequeñas ondas que disminuirán paulatinamente hasta desaparecer. En el mar las fuerzas generadoras de ondas más importantes son debidas al viento; sin embargo, existen otras ondas de mayor tamaño, tales como las ondas de marea, que se forman por la atracción del sol y la luna. Existen también ondas llamadas *tsunamis* que se generan por movimientos de las placas tectónicas bajo la superficie del mar que provocan un movimiento de las masas de agua.

II.2. Tipos de oleaje

Las ondas del océano son de una amplia gama de periodos, es de interés de la ingeniería de costas estudiar aquellas que son las más energéticas (generadas por viento), ya que en un momento dado, su fuerza podría poner en riesgo la seguridad de las estructuras portuarias.

Cualquier descripción física adecuada del oleaje incluye la forma de su superficie y el movimiento del fluido debajo de la ola. Una ola que puede ser descrita en términos matemáticos simples se denomina *ola simple*. Las *olas sinusoidales o armónicas simples* son un ejemplo de estas, ya que el perfil de su superficie puede ser descrito por una función seno o coseno simple. Las olas compuestas que se componen de varias componente y que son difíciles de describir se denominan *olas complejas* que pueden ser el resultado de la superposición de varias ondas sinusoidales. Una ola es *periódica* es recurrente en intervalos iguales de tiempo. Una órbita de oleaje que se mueve en forma relativa a un punto fijo se denomina *ola progresiva*; la dirección a la que se dirige se denomina *dirección de propagación del oleaje*. Si una órbita sólo mantiene un movimiento ascendente y descendente en una posición fija, se denomina *ola totalmente estacionaria*. Una ola progresiva es llamada *ola de forma permanente* si se propaga sin sufrir cambios en la configuración de su superficie libre.

Una forma de clasificar las olas es por su periodo. En la *Figura II.2-1* [Ref. 42], se observan las diferencias entre las ondas a partir de su frecuencia. La figura muestra la cantidad de energía relativa contenida en el océano con una frecuencia particular. El oleaje que se estudia en esta tesis, se refiere a las ondas generadas por viento y que están representadas en la figura como ondas de gravedad (las más energéticas); son llamadas así debido a que la gravedad es la principal fuerza actuante sobre ellas después de su generación.

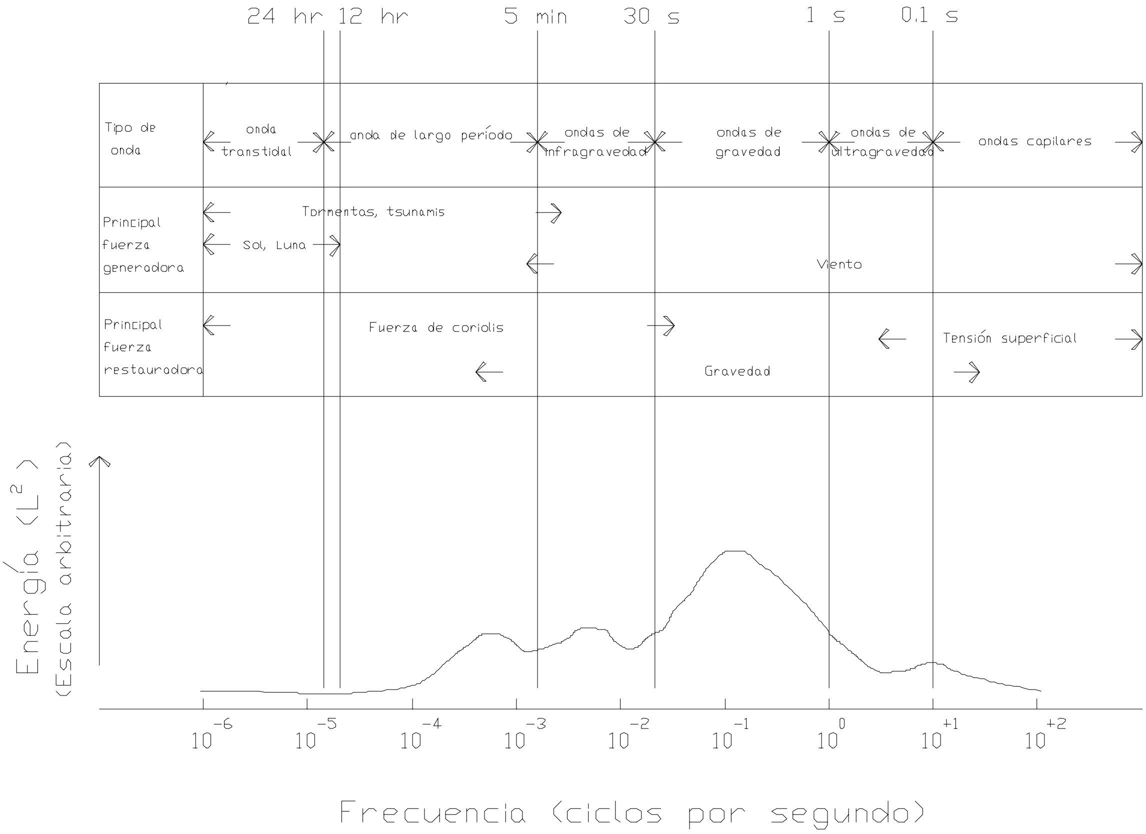

Figura II.2-1 Clasificación de las ondas (Munk - Kinsman)

Dentro de las ondas de gravedad se encuentran dos grandes tipos: el oleaje en la zona de generación donde sopla el viento denominado *SEA* o local, y el oleaje que sólo se mantiene debido a la gravedad, y que ha viajado probablemente cientos de kilómetros desde la zona de generación; a éste se le ha denominado *SWELL* o distante.

El oleaje *SEA* (*Figura II.2-2*) se distingue por ser totalmente caótico, ya que no cuenta con un periodo y altura bien definidos. Las olas se propagan en todas direcciones aunque su orientación principal es la que el viento les imprime. A la longitud de la superficie sobre la que actúa el viento que lo produce, se le denomina *Fetch*. La asimetría y la esbeltez crítica (apuntalamiento, gran peralte) son las características del oleaje ahí generado.

Figura II.2-2 Oleaje SEA (local)

A partir de los datos aportados en relación con este tipo de oleaje se sabe que no es posible distinguir periodos o alturas de ondas [Ref. 48].

Figura II.2-3 Oleaje SWELL (distante)

El oleaje *SWELL* (*Figura II.2-3*) está bien alineado, con las crestas y valles de las ondas formadas y se aprecia una dirección predominante. Las ondas con diferentes celeridades se solidifican al acercarse a la costa, donde se transforman por efecto del fondo. Sus características son las siguientes:

Pérdida de energía; las olas viajan a expensas de su propia fuerza.

Dispersión angular y radial. Esto significa que las ondas, por una parte, se dispersan en todas direcciones, y por otra, que las ondas se sueldan unas con otras simplificando su forma.

Cuando se acerca a las playas, se modifica por la fricción con el fondo marino.

II.3. Parámetros de caracterización

Antes de describir matemáticamente el oleaje aleatorio, hay que recordar la expresión de una onda armónica progresiva simple, tal como se desarrolla en hidrodinámica clásica. Se define el sistema de coordenadas como se muestra en la *Figura II.3-1* en donde una onda progresiva armónica simple se desplaza en dirección x.

Supóngase una profundidad uniforme h.
Supóngase que el agua es un fluido incompresible sin viscosidad.
Supóngase un flujo irrotacional.

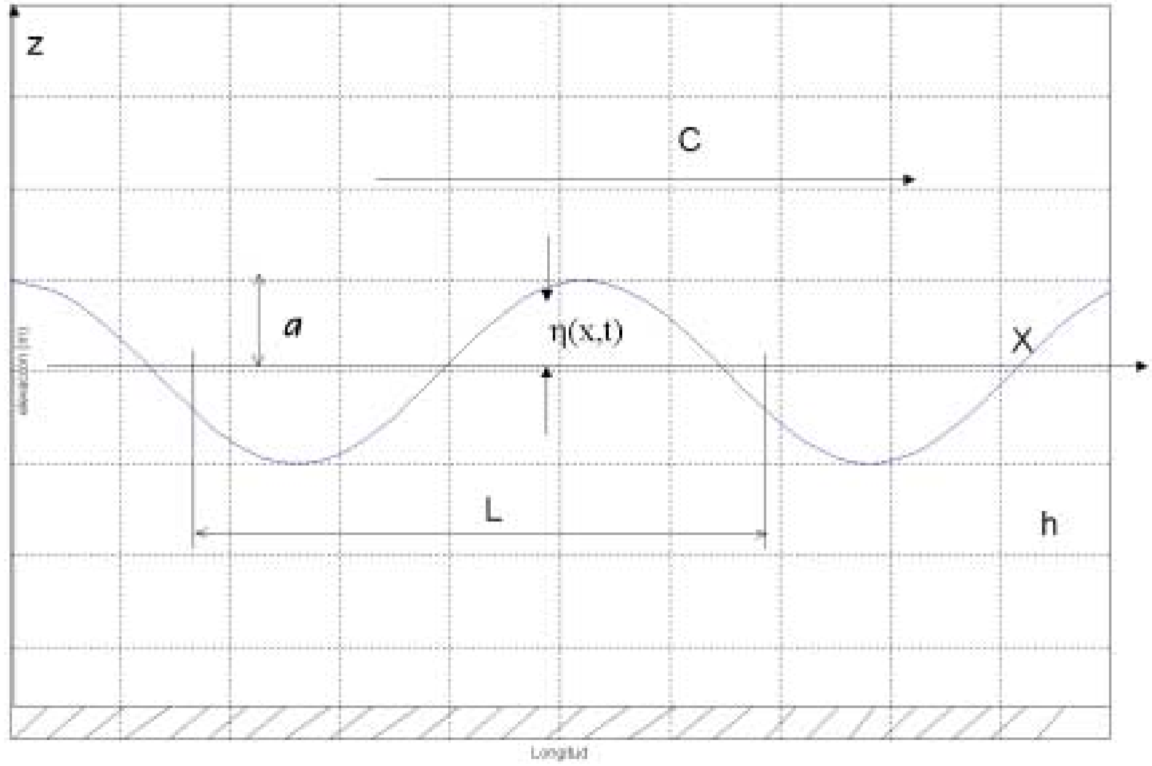

Figura II.3-1 Definición de ondas progresivas moviéndose en la dirección *x*, *c* = celeridad, α es la amplitud de la ola *H*.

La altura *H* se define como la distancia vertical entre la cresta y el valle o seno sucesivos de una ola determinada; por otra parte, la longitud de onda *L* es la distancia horizontal medida entre dos crestas o valles consecutivos. Otra característica importante de la ola está dada por su periodo *T*, el cual se define como el tiempo que tarda en pasar dos crestas o dos valles consecutivamente por un punto fijo, y la celeridad *C* de la onda es la velocidad con la cual se desplaza la ola, e igual a $C=L/T$. [Ref. 42]

Como se mencionó anteriormente, si se supone que el agua es un fluido incompresible y sin viscosidad, y el flujo irrotacional bidimensional[1], entonces, existe un potencial de velocidad $\phi(x,z,t)$ que satisface la ecuación de Laplace.

[1] Ver Anexo 1 Fluido ideal

En las fornteras:

$-h \leq z \leq \eta \qquad\qquad -\infty < x < \infty$

Donde $\eta(x,t)$ es la elevación de la superficie del agua, medida sobre el nivel medio del mar y $-h$ es el fondo marino.

Por tanto, de la ecuación AI.4, del anexo 1, para la condición de frontera del fondo $z = -h$, $w = 0$:

$$\partial\phi / \partial z = 0$$ **Ecuación II.3-1**

Para las condiciones de frontera en la superficie, suponiendo que la onda es de amplitud pequeña y de la ecuación AI.5 del anexo 1 se obtiene:

$$\eta = -\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad \text{en} \quad z = 0$$ **Ecuación II.3-2**

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial z}$$ **Ecuación II.3-3**

como $w = \frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{1}{g}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$ entonces:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0$$ **Ecuación II.3-4**

Si se asume que el potencial de velocidades, ϕ, se expresa de la siguiente forma [Ref. 15]:

$$\phi = f(z)\,sen(kx - \sigma t)$$ **Ecuación II.3-5**

Aun al satisfacer las condiciones de frontera, citadas, se definirá como:

$$\phi = \frac{ag}{\sigma}\frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh kh}\operatorname{sen}(kx-\sigma t)$$ **Ecuación II.3-6**

Donde k es el número de onda igual a $(2\pi)/L$ y σ es la frecuencia angular, igual a $(2\pi)/T$, en radianes por segundo.

De las *ecuaciones II.3-2* y *II.3-6* se obtiene que:

$$\eta(x,t)= a\cos(kx-\sigma t)$$ **Ecuación II.3-7**

Es posible escribir la *ecuación II.3-7* de forma más general usando el arreglo coordenado *(x,y,z)* que aparece en la Figura II.3-2. Considérese a θ como el ángulo entre los ejes x y x_o medido en sentido contrario a las manecillas del reloj respecto al eje x; y supóngase a ε la fase de onda en el punto de origen $x = y = z = 0$. Entonces el perfil de una onda viajando con un ángulo θ a través del eje x_0 se define en general con la siguiente expresión [Ref. 32]:

$$\eta(x,y,t) = a\cos\left[\frac{\sigma^2}{g}(x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta) - \sigma t + \varepsilon\right]$$ **Ecuación II.3-8**

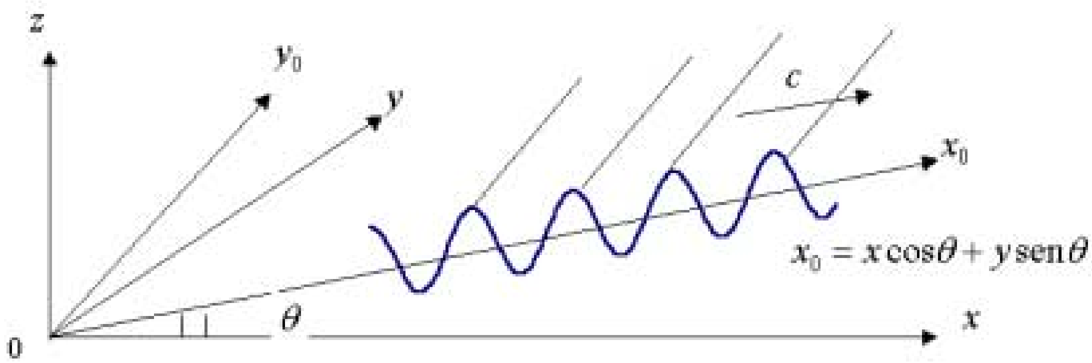

Figura II.3-2 Definición de ondas progresivas moviéndose en distintas direcciones.

Ahora bien, si se considera el oleaje generado por viento como la superposición lineal de ondas armónicas simples provenientes de varias direcciones, el perfil resultante, empleando la *ecuación II.3-8*, se expresa de la forma siguiente:

$$\eta(x,y,t) = \sum_i a_i \cos\left[\frac{\sigma_i^{\,2}}{g}(x\cos\theta_i + y\,\mathrm{sen}\,\theta_i) - \sigma_i t + \varepsilon_i\right]$$ **Ecuación II.3-9**

Es decir, el perfil de oleaje incidente en el tiempo t está dado por un número infinito de componentes de olas acumuladas para todas las direcciones θ_i y para todas las frecuencias σ_i que cubren el rango $0 \leq \theta_i \leq 2\pi$, y $0 \leq \sigma_i < \infty$, respectivamente. La fase ε_i supone ser una variable aleatoria distribuida uniformemente sobre el rango $-\pi \leq \varepsilon_i \leq \pi$, y su magnitud depende de σ_i y θ_i. Este concepto se entiende mejor con la *Figura II.3-3* tomada de Pierson et al (1958) [Ref. 34].

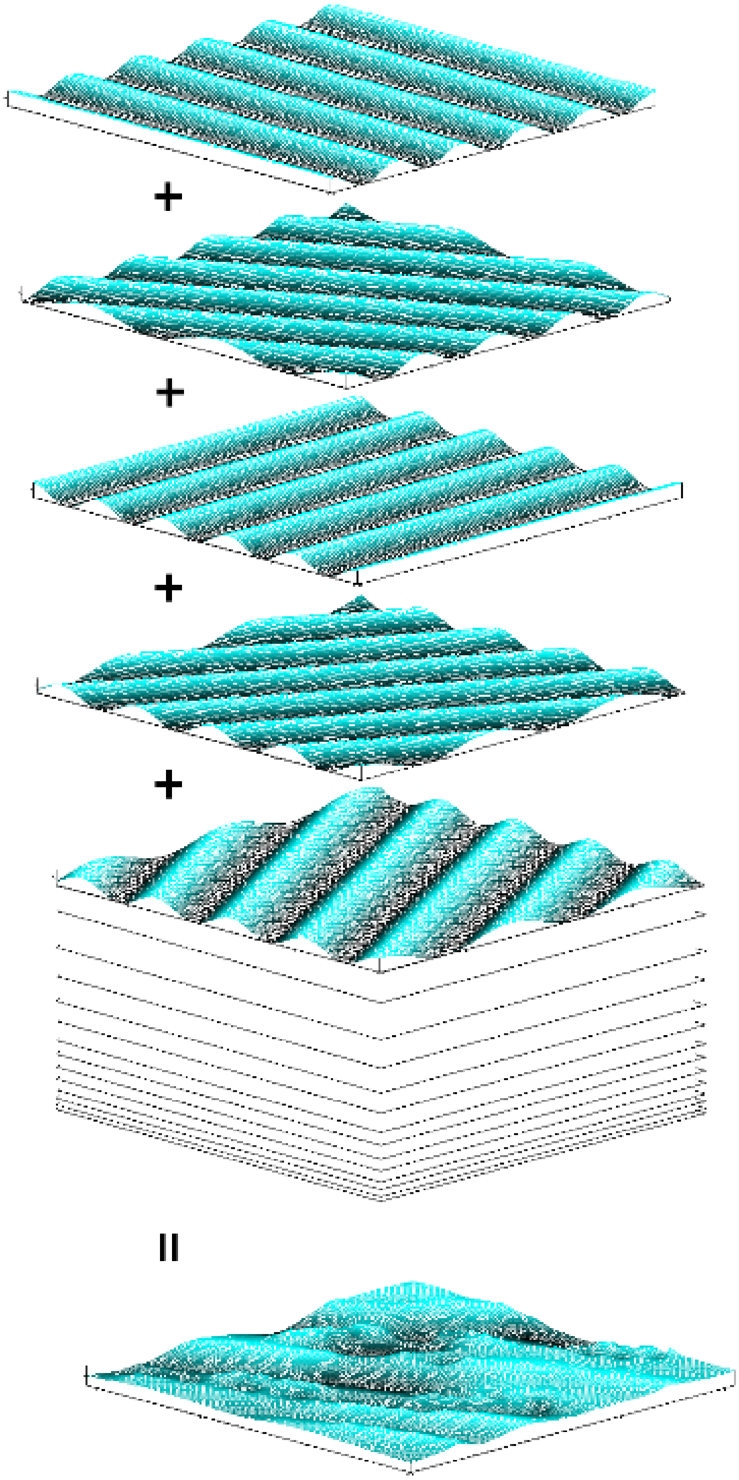

Figura II.3-3 Estructura de oleaje aleatorio (Pierson et al., 1958)

La amplitud a_i es también una variable aleatoria con un rango $0 \leq a_i < \infty$. Y para cualquier frecuencia $\Delta\sigma$ e intervalo de dirección $\Delta\theta$, la energía promedio del oleaje, por unidad de superficie por unidad de ancho, se define como $\frac{1}{2}\rho g a_i^2$. Ignorando el factor ρg, la suma de $\frac{1}{2} a_i^2$ es la función de densidad espectral direccional $S(\sigma,\theta)$:

$$\sum_{\Delta\sigma}\sum_{\Delta\theta}\frac{1}{2}a_i^2 = S(\sigma,\theta)d\sigma d\theta$$

Ecuación II.3-10

Donde la función de densidad espectral $S(\sigma,\theta)$ se define sobre el rango $0 \leq \sigma < \infty$.

Para entender mejor el oleaje, es necesario definirlo como un proceso con propiedades estadísticas las cuales se describen a continuación.

II.4. El oleaje como proceso estocástico

Las secuencias (conjunto de cosas que se suceden unas a otras y guardan relación entre sí) caracterizadas por propiedades estadísticas son llamadas procesos estocásticos, éstos, son la abstracción matemática de un proceso empírico, cuyo desarrollo se encuentra gobernado por leyes de probabilidad. [Ref. 54]

Se considera al oleaje como un proceso estocástico debido a que la elevación del mar en un punto determinado es un evento aleatorio y el resultado no es un número sino una función; es decir, $\eta(t)$. que satisface las condiciones de estacionaridad, ergodicidad y una función gaussiana.

Si se observa, la elevación de la superficie durante un instante determinado, t_i, es claro que $\eta(t_i)$ es una variable aleatoria. Si tomamos n instantes, $t_1,t_2,t_3\ldots t_n$; se puede hablar de la variable aleatoria n – *dimensional* $\eta(t_1,t_2\ldots t_n)=(\eta(t_1),\ \eta(t_2)\ldots\eta(t_n))$. Pues bien, el proceso $\eta(t)$ puede considerarse definido para cualquier n instante $t_1,t_2\ldots t_n$; si se conoce la función de distribución:

$$F_{t_1,\, t_2\ldots\, t_n}(x_1,x_2\ldots x_n)=prob[\eta(t_1)\leq x_1,\ \eta(t_2)\leq x_2\ldots\eta(t_n)\leq x_n]$$ **Ecuación II.4-1**

de la variable aleatoria n – *dimensional* $\eta(t_1,t_2\ldots t_n)=(\eta(t_1),\ \eta(t_2)\ldots\eta(t_n))$.

Estas distribuciones deben satisfacer las siguientes condiciones [Ref. 7]:

CONDICIÓN DE SIMETRÍA

La condición de simetría permite que las características de la distribución de probabilidades sean equivalentes aunque exista un orden aleatorio en la muestra; de forma matemática se expresa como sigue:

$$F_{t_{j1},\, t_{j2}\ldots\, t_{jn}}(x_{j1},x_{j2}\ldots x_{jn})= F_{t_1,\, t_2\ldots\, t_n}(x_1,x_2\ldots x_n)$$ **Ecuación II.4-2**

Donde $j1,j2\ldots jn$ es cualquier permutación de los índices $1,2\ldots n$.

CONDICIÓN DE COMPATIBILIDAD

La condición de compatibilidad permite calcular las variables aleatorias a partir de una muestra finita. Si se supone un universo compatible, entonces todos los valores del universo concurren dentro de la muestra.

$$F_{t_1,\, t_2\ldots\, t_m,t_{m+1},\ldots\, t_n}(x_1,x_2\ldots x_m,\infty,\ldots,\infty)= F_{t_1,\, t_2\ldots\, t_m}(x_1,x_2\ldots x_m)$$ **Ecuación II.4-3**

Para cualquier $t_{m+1},..,t_n$ si $n>m$.

Para tener definido el proceso $\eta(t)$, sería necesario conocer todas las funciones de distribución de la *ecuación II.4-1* para cualquier *n*. Sin embargo, el estudio de estos procesos suele simplificarse mediante la llamada teoría de la correlación, que se define mediante las siguientes expresiones:

a) El valor medio.

$$m(t) = E\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_t(x)$$ **Ecuación II.4-4**

La función de correlación (o autocorrelación)

$$B(t,s) = E\eta(t)\eta(s) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 dF_{t,s}(x_1, x_2)$$ **Ecuación II.4-5**

donde *E* denota el operador esperanza matemática.

Aunque las expresiones del valor medio de correlación no especifican totalmente el proceso $\eta(t)$; ésta, es actualmente la única suficientemente desarrollada para permitir aplicaciones prácticas. Además, se vuelve más precisa si se toma en cuenta el hecho de que los procesos que se encuentran en la práctica son comúnmente normales (*Gaussianos*). En este caso, para variaciones *normales* de la superficie libre del agua, $\eta(t)$, se acepta que el valor medio y la función de correlación definen el proceso completamente.

A pesar de que pueda considerarse y aplicarse la teoría de correlación, el problema es todavía complejo. Con el objeto de simplificar el estudio del proceso estocástico, $\eta(t)$, que constituye el oleaje a un nivel de complejidad abordable técnicamente, es necesario asumir dos importantes hipótesis estadísticas: el oleaje como proceso estacionario y el oleaje como proceso ergódico. Estas hipótesis se describen a continuación.

II.5. El oleaje como proceso estacionario

La condición de estacionaridad se refiere a que las propiedades estadísticas de las series temporales (muestras), obtenidas de registros de oleaje, no cambian durante un periodo determinado; es decir, son invariables en el tiempo y no evolutivas [Ref. 54]. Por ejemplo, un proceso $\eta(t)$ es estacionario si todas las funciones de distribución de dimensión finita (*ecuación II.4-1*), que definen el proceso, permanecen sin cambio alguno al trasladar el grupo completo de puntos $t_1,t_2 \ldots t_n$; a lo largo de un eje de tiempos, con un intervalo cualquiera de tiempo τ.

Es decir:

$$F_{t_1+\tau,\ t_2+\tau \ldots\ t_n+\tau}(x_1,x_2 \ldots x_n) = F_{t_1,\ t_2 \ldots\ t_n}(x_1,x_2 \ldots x_n)$$ **Ecuación II.5-1**

para cualesquiera $n,\tau,t_1,t_2 \ldots t_n$

Un fenómeno físico puede considerarse estacionario si las condiciones externas que influyen en él permanecen constantes durante un cierto tiempo. En el caso del oleaje, a este tiempo se le ha denominado estado de mar. Durante el mismo y debido a la inercia del fenómeno, existe un cierto equilibrio entre las fuerzas que intervienen en el proceso (generadoras y restauradoras) cuya manifestación permanece estacionaria.

Admitida la estacionaridad del proceso $\eta(t)$, se deduce que el valor medio es la constante:

$$m(t)=m$$ **Ecuación II.5-2**

y la función de correlación, $R(\tau)$ depende sólo de la diferencia $\tau=t-s$; esto es:

$B(t,s)=R(\tau)$ **Ecuación II.5-3**

II.6. El oleaje como proceso ergódico

Un proceso ergódico es aquel en que cada muestra (grande), es igualmente representativa de la totalidad del conjunto (considerado como un parámetro estadístico) [Ref. 2].

En general, para estimar la media, *m*, y la función de correlación, $R(\tau)$, de un proceso estocástico estacionario, se deberá tomar un gran número de muestras o realizaciones, $\tau_1(t), \tau_2(t)\ldots \tau_n(t)$ y a partir de ellas estimar *m* y $R(\tau)$.

La hipótesis de ergodicidad, aplicable a la mayor parte de los procesos estacionarios que se encuentran en la práctica permite calcular las variables *m* y $R(\tau)$ a partir de una sola realización. El teorema de ergodicidad puede observarse en la *figura II.6-1*, en donde cada muestra de oleaje es igualmente representativa del conjunto de ellas.

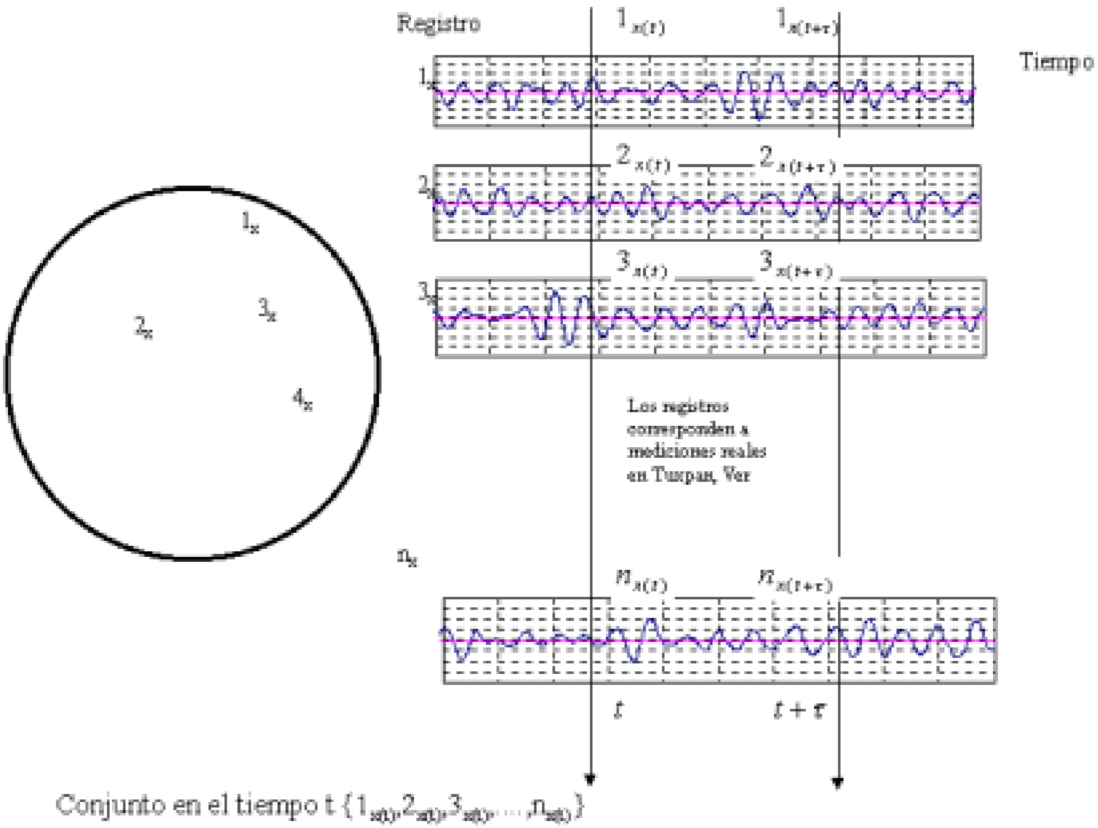

Figura II.6-1 Definición de un conjunto de procesos aleatorios

Si $\eta(t)$ es un proceso estocástico estacionario, entonces, el valor medio *m* es igual a:

$$m = E\eta(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \eta(t)dt$$ **Ecuación II.6-1**

y el de correlación:

$$R(\tau) = R\eta(t)\eta(t+\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \eta(t)\eta(t+\tau)dt$$ **Ecuación II.6-2**

La hipótesis de ergodicidad permite sustituir los promedios espaciales de realizaciones por promedios temporales sobre una sola realización. La descripción de un estado de mar a partir de un sólo registro (realización temporal, $\eta_1(t)$), es posible cuando se acepta que se trata de un proceso estacionario y ergódico.

Es posible demostrar que todo proceso estacionario, $\eta(t)$, puede ser aproximado a una forma arbitrariamente precisa por una combinación lineal de oscilaciones armónicas del tipo: $Ae^{i\sigma t}$, donde A es una variable aleatoria compleja; y σ, una constante real (frecuencia angular $2\pi f$). Este hecho constituye la base de la llamada representación espectral de un proceso estacionario.

Es importante señalar que cuando las señales analógicas son finitas, el tratamiento para su análisis espectral es mediante series de *Fourier*; mientras que para las infinitas, es por *transformada de Fourier*.

Kinchin (1934) demostró que la función de correlación de cualquier proceso estocástico estacionario puede representarse por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)d\phi(\sigma)$$

donde $\phi(\sigma)$, se ha denominado función de distribución espectral del proceso, además de ser una función acotada, real y no decreciente.

Puede demostrarse que si se cumple la condición:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)d\tau < \infty$$

entonces $R(\tau)$, puede representarse por la integral de Fourier:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma)e^{i\sigma\tau}d\sigma \qquad \textbf{Ecuación II.6-3}$$

La *ecuación II.6-3*, *R(τ)* se denomina transformada de Fourier de *ϕ(σ)* [Ref. 22], y es posible establecer las siguientes ecuaciones:

$$\phi(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) d\sigma$$ **Ecuación II.6-4**

$$\phi(\sigma) = \frac{d\phi(\sigma)}{d\sigma}$$ **Ecuación II.6-5**

La función *ϕ(σ)* se llama función de densidad espectral del proceso *η(t)*, y tiene la propiedad de ser no negativa, es decir:

$\phi(\sigma) \geq 0 \quad \forall\sigma$ (para cualquier frecuencia) **Ecuación II.6-6**

También es posible utilizar la fórmula para la inversión de una transformada de Fourier como se muestra a continuación:

$$\phi(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\sigma\tau} d\tau$$ **Ecuación II.6-7**

En caso de que el proceso *ϕ(t)* sea real, como lo es el del oleaje, la función *ϕ(σ)* es una función par, por lo que las *ecuaciones II.6-3* y *II.6-7*, pueden expresarse de la siguiente forma:

$$R(\tau) = \int_{0}^{\infty} S(\sigma) \cos\sigma\tau d\sigma$$ **Ecuación II.6-8**

$$S(\sigma) = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} R(\tau) \cos\sigma\tau d\tau$$ **Ecuación II.6-9**

donde $S(\sigma)$ es la función de densidad espectral que está definida solamente para $\sigma \geq 0$, y está relacionada con $\phi(\sigma)$ por:

$$S(\sigma)=2\phi(\sigma) \qquad \textbf{Ecuación II.6-10}$$

Tomando en cuenta la *ecuación II.6-10*, es posible escribir:

$$R(0)=E\eta^2(t)=\int_0^\infty S(\sigma)d\sigma \qquad \textbf{Ecuación II.6-11}$$

Es decir, que el área bajo la curva $S(\sigma)$, es igual al valor medio de los desplazamientos verticales, y admitiendo que $m=E\eta(t)=0$, resulta que dicha área es igual a la *varianza* de los desplazamientos verticales.

Se define como el momento de orden n del espectro.

$$m_n=\int_0^\infty \sigma^n S(\sigma)d\sigma \qquad \textbf{Ecuación II.6-12}$$

II.7. Modelo estadístico matemático del oleaje

En 1952, Longuet-Higgins por un lado y Pierson y Marks por otro, propusieron que un registro de los desplazamientos de la superficie libre del mar, $\eta(t)$, con respecto a su nivel medio, puede representarse por la suma de un gran número de ondas senoidales de diferentes amplitudes, frecuencias y fases aleatorias. Con lo cual dicha representación es de una forma más aproximada a la realidad.

A partir de lo anterior, se dedujo un método de predicción que se lleva a cabo a través del análisis estocástico en el dominio de la frecuencia, y que se denomina modelo de fases aleatorias. Con este método, Rice de 1944 a 1945 [Ref. 36], definió un modelo que se aplicará al oleaje a través de las siguientes hipótesis:

1. El desplazamiento de la superficie libre del agua es el resultado de la suma de un gran número de ondas senoidales, de forma:

$$\eta(t)=\sum_i \eta_i(t)=\sum_i a_i \cos(\sigma_i t-\beta_i)$$ **Ecuación II.7-1**

2. Las amplitudes de onda se expresan por:

$$a_{2j-1}^2 = 2S(\sigma_{2j-1})[\sigma_{2j-1}-\sigma_{2j}]$$ **Ecuación II.7-2**

Obsérvese que se emplea el subíndice *2j+1* en lugar de *i* para denotar la correspondencia con la condición de simetría establecida anteriormente.

S(σ) es una función definida en el intervalo *(0,∞)* tal que:

a) $S(\sigma)\geq 0 \quad \forall\sigma$

b) $\lim_{\sigma\to\infty} S(\sigma)=0$

c) La integral: $\int_0^\infty S(\sigma)d\sigma$ está acotada.

3. La fase β_i es una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo *(0,2π)*, cuya probabilidad es:

$$Prob[\alpha \leq \beta_{2j-1} < \alpha + d\alpha] = \frac{d\alpha}{2\pi}$$ para $0\leq\alpha\leq\alpha\text{-}d\alpha\leq 2\pi$ y *cero* en el resto.

Bajo estas hipótesis el modelo propuesto representa un proceso, $\eta(t)$, estacionario gaussiano, donde $\eta(t)$ está normalmente distribuida.

$$\eta(t)=\sum a_{2j-1}\cos\left(\sigma_{2j-1}t-\beta_{2j-1}\right)=\sum\sqrt{2S\left(\sigma_{2j-1}\right)\left[\sigma_{2j-2}-\sigma_{2j}\right]}\cos\left(\sigma_{2j-1}t-\beta_{2j-1}\right)$$

Ecuación II.7-3

Este modelo puede representarse en forma continua mediante la pseudointegral:

$$\eta(t)=\int_0^\infty \cos\left(\sigma t-\beta\right)\sqrt{2S(\sigma d\sigma)}$$ **Ecuación II.7-4**

La función de correlación del proceso estocástico definido en la *ecuación II.7-1* admitiendo ergodicidad da como resultado la ecuación siguiente:

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^\infty \eta(t)\eta(t+\tau)dt$$ **Ecuación II.7-5**

De las *ecuaciones II.7-1*, *II.7-2* y *II.7-5*, se obtiene, en forma discontinua:

$$R(t)=\frac{1}{2}\sum_i a_1^2\cos\sigma_1\tau$$ **Ecuación II.7-6**

ó en forma continua:

$$R(\tau)=\int_0^\infty S(\sigma)\cos\sigma\tau d\sigma$$ **Ecuación II.7-7**

Si se compara la *ecuación II.7-7* con la *II.6-10*, se puede deducir la función *S(σ)*, introducida en la segunda hipótesis del modelo matemático-estadístico del oleaje (*ecuación II.7-2*), es la función espectral del proceso.

Como se especificó, el modelo se deriva de un proceso estocástico estacionario, ergódico y gaussiano, de media cero. Un proceso estacionario gaussiano es ergódico si y sólo si la función de densidad espectral, $S(\sigma)$, es finita para cualquier frecuencia (Doob 1953).

Con el propósito de sintetizar el procedimiento para analizar el oleaje, en la *Figura II.7-1* se presenta en forma esquemática el oleaje en el dominio del tiempo, la frecuencia y la probabilidad [Ref. 32]. Este es generalmente la forma como se debe analizar el fenómeno del oleaje a partir de mediciones puntuales como es el caso de las obtenidas en Tuxpan, Ver.

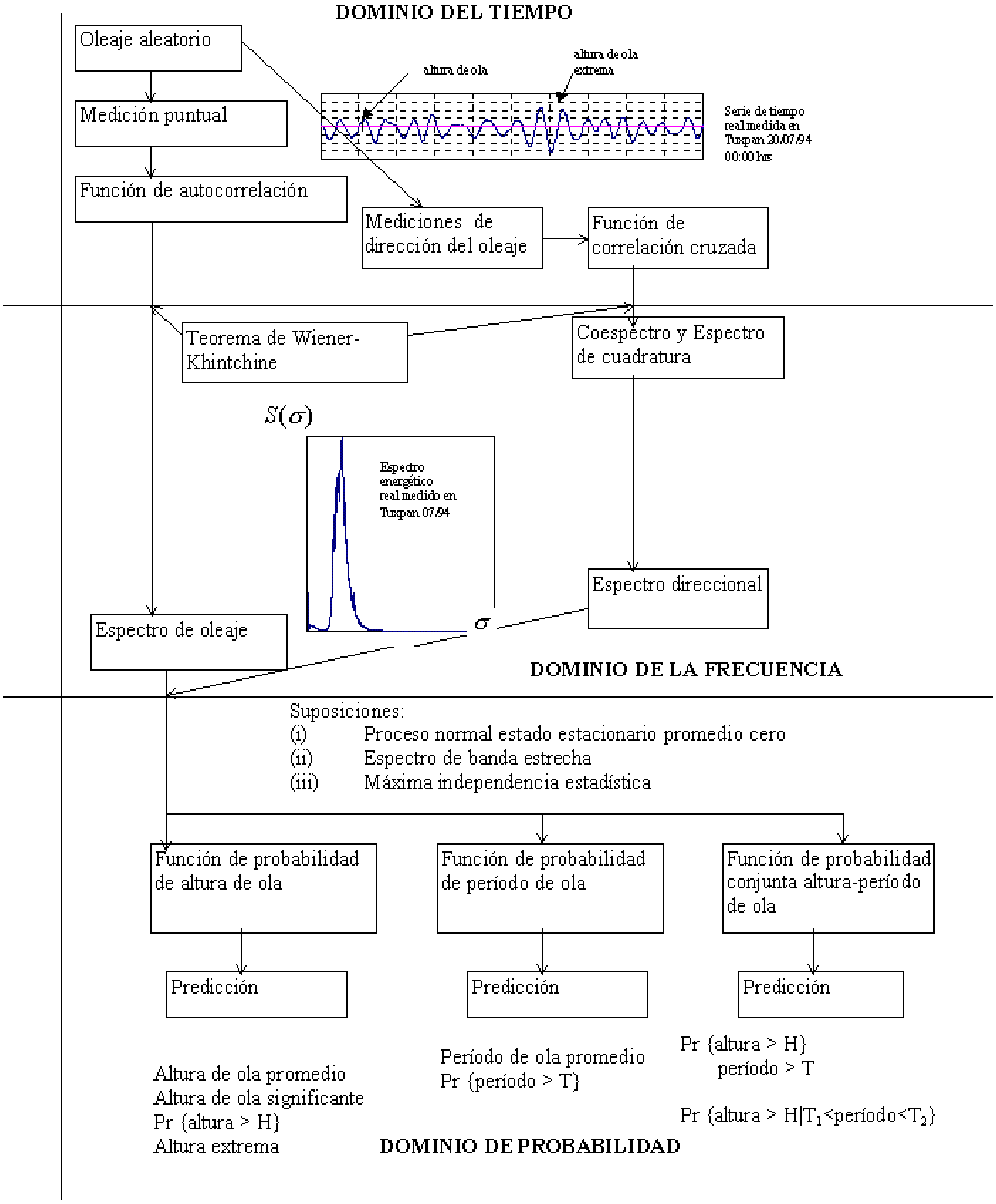

Figura II.7-1 Principios y procedimiento de predicción de oleaje aleatorio (revisado del Seakeeping Symposium, Ochi, 1973)

II.8. Resumen

Se clasificaron las olas basándose en su frecuencia y energía de donde se definió que el generado por viento es el más energético, razón por la cual se considera para análisis en esta tesis. Este oleaje se dividió a su vez en dos tipos (Sea y Swell).

Se describieron los elementos que caracterizan al oleaje.

Se revisaron las ecuaciones mediante las cuales se define la dinámica del oleaje.

Se establecieron las hipótesis (estocástico, ergódico y estacionario) y condiciones (asimetría y compatibilidad) mediante las cuales el estudio del oleaje es técnicamente posible.

Finalmente se propuso utilizar un modelo estadístico matemático del oleaje para su análisis.