PARTE 2

OPERACIONES FINANCIERAS A INTERÉS COMPUESTO

T E M A S

- **Interés Compuesto: Concepto y factores**
- **Fórmulas Fundamentales**
- **Operación cuando hay Intervalos Irregulares**
- **Tasa Nominal Anual y Tasa Efectiva**

2.1 Interés Compuesto: concepto y factores

Cuando el plazo completo está dividido en más de un intervalo y al final de cada uno de éstos se capitalizan los intereses. En otras palabras, cuando los intereses de un intervalo ganan intereses en los intervalos siguientes.

Otros Factores de las operaciones financieras

Para el desarrollo de las fórmulas matemáticas del interés compuesto, además de los factores mencionados antes debemos agregar los siguientes:

Periodo de capitalización : Se refiere al intervalo de tiempo (mes, trimestre, etc.) que debe transcurrir para que los intereses se conviertan en capital.

Frecuencia de capitalización: Se refiere al número de intervalos de capitalización que entrarían en un año. Si el periodo de capitalización es mensual, entonces la frecuencia de capitalización es de 12.

La operación financiera comienza en el momento 0 y termina en el momento T y dentro de este lapso

```
                      Periodos de capitalización

          1         2          3        n-2       n-1        n
|---------------|---------------|---------------|------. . .-----|---------------|---------------|

0                        plazo completo                          T
```

2.2 Fórmulas fundamentales.

a) Monto o valor futuro de la operación

$$S_n = K_0 \times \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n = K_0 \times \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \times t} \qquad (2.1)$$

n = número total de intervalos de capitalización que existen en el plazo de la operación;
m = frecuencia de capitalización;
t = plazo de la operación en años;
i = tasa de interés anual;
i / m = tasa de interés que corresponde al intervalo de capitalización (por ejemplo, tasa de

.

Ejercicios:

2.1 Una persona tomó un préstamo bancario de $ 20,000 a 9 meses de plazo, una tasa de interés anual del 16%, con cláusula de capitalización trimestral. ¿A cuánto asciende el monto de la

Aplicando (2.1):

$$S_n = 20{,}000 \times \left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^3$$

$$= 20{,}000 \times 1.04^3 = 20000 \times 1.1249 = 22{,}497.28$$

b) Capital o principal de la operación

De (2.1) y (2.1b), se deduce que:

$$K_0 = \frac{S_n}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n} \qquad (2.2)$$

Ejercicios:

2.3 Una empresa tiene una deuda por $ 60,000 a pagar dentro de seis meses. Para asegurarse que tendrá esa cantidad disponible decide hacer un depósito en un banco que ofrece una tasa de interés anual del 19% capitalizable bimestralmente ¿Que cantidad tendría que depositar hoy? Aplicando (2.2):

$$K_0 = \frac{60,000}{\left(1+\frac{0.19}{6}\right)^{n}} = 54,642.18$$

c) Tasa de interés anual de la operación

$$i = \left[\left(\frac{S_n}{K_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right] \times m \qquad (2.3)$$

Ejercicios:

2.5 Una empresa hizo un depósito de $ 10,000 (el valor presente) en una cuenta a plazo de 10 meses, con intereses capitalizables mensualmente. Al finalizar la operación el monto obtenido (el valor futuro) fue de 11,200. ¿Cual fue la tasa de interés anual de la operación?
Aplicando (2.3):

$$i = \left[\left(\frac{11,200}{10,000}\right)^{\frac{1}{10}} - 1\right] \times 12 = 0.1368 = 13.68\%$$

d) Número de periodos de capitalización que abarca la operación:

$$n = \left[\frac{\ln\left(\frac{S_n}{K_0}\right)}{\ln\left(1+\frac{i}{m}\right)}\right] \qquad (2.4)$$

Ejercicios:

2.7 Sabemos que una persona depositó $ 1,000 en una cuenta de plazo fijo a una tasa de interés anual del 12% con intereses capitalizables trimestralmente y que obtuvo al vencimiento $ 1,194.05. ¿Durante cuantos trimestres estuvo depositado el dinero en la cuenta?
Aplicando (2.4):

$$\mathbf{n} = \left[\frac{\ln\left(\frac{1{,}194.05}{1{,}000}\right)}{\ln\left(1+\frac{0.12}{4}\right)} \right] = \frac{\ln(1.19405)}{\ln(1.03)} = 6$$

2.3 Operaciones cuando hay intervalos irregulares.

Hay dos maneras de resolverlo en la práctica:

(1) Resolver el problema para los periodos de capitalización regulares y completar el resultado utilizando interés simple para la fracción del intervalo que resta;

(2) Darle el valor exacto de n (aunque no sea entero) y resolver con la fórmula de capitalización continua.
Ejercicio:

2.9 Se hizo una inversión financiera de $ 2,900 a una plazo de 290 días a la tasa de interés del 16% anual con cláusula de capitalización trimestral (cada 90 días). ¿Cuál es el monto de la

Considerando la primera modalidad de resolución,

Datos: En 290 días hay 3 periodos completos de 90 días y queda un resto de 20 días.

Calculamos el valor futuro para 3 periodos completos de 90 días utilizando (2.1):

$$S_3 = 2{,}900 \times \left(1+\frac{0.16}{4}\right)^3 = 3{,}262.11$$

Ahora tomamos como capital $ 3262.11 y capitalizamos 20 días a interés simple, usando la

$$S = 3{,}262.11 \times \left[1 + 0.16\,(20/360)\right] = 3{,}291.11$$

Y con la segunda modalidad, el resultado es:

Datos: En 290 días tenemos 290 / 90 = 3.2222 periodos de 90 días. Por lo tanto, usando (2.1)

$$S_{3.2222} = 2{,}900 \times \left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^{3.2222} = 3{,}290.66$$

2.4 Tasa nominal anual y tasa efectiva anual de interés.

En una operación financiera a interés compuesto hay que distinguir entre tasa nominal y tasa efectiva.

La tasa nominal es la tasa convenida en el contrato y que se utiliza para hacer los cálculos del

La tasa de interés efectiva (i_e) es la que realmente se obtiene cuando hay más de un intervalo de . Dada una tasa de interés nominal, la tasa efectiva siempre es más alta que la nominal y esta diferencia será mayor cuanto más grande sea el número de intervalos de

Considerando un plazo de un año, la relación entre tasa nominal y tasa efectiva es la siguiente:

$$i_e = \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m} - 1\right] \qquad (2.5)$$

Despejando i de la anterior,

$$i = \left[\left(1 + i_e\right)^{\frac{1}{m}} - 1\right] \times m \qquad (2.6)$$

Ejercicios:

2.10 Si una operación crediticia a un año se contrató una tasa nominal del 24% con capitalización trimestral, ¿cuál es la tasa de interés efectiva de la operación?
Aplicando (2.5):
Datos: i = 0.24 ; m = 4, i_e = ¿?

$$i_e = \left[\left(1 + \frac{0.24}{4}\right)^{4} - 1\right] = 0.2625 = 26.25\,\%$$

Pero si la capitalización hubiese sido mensual (12 periodos de capitalización al año), la tasa e:

$$i_e = \left[\left(1 + \frac{0.24}{12} \right)^{12} - 1 \right] = 0.2682 = 26.82\ \%$$

2.11 Una empresa está haciendo una colocación financiera a un año de plazo y considera que debe obtener una tasa efectiva de interés del 20% anual y desea que la operación tenga una frecuencia de capitalización semestral. ¿Cuál debe ser la tasa de interés anual nominal? Aplicando (2.6):

$$i = \left[(1 + 0.20)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \times 2 = 0.1909 = 19.09\ \%$$