PARTE 3

ECUACIONES DE EQUIVALENCIA FINANCIERA

T E M A S

- **Valor del dinero en el tiempo**
- **Conceptos de capitalización y descuento**
- **Ecuaciones de equivalencia financiera**
- **Ejercicio de reestructuración de deuda**

3.1 Valor del dinero en el tiempo

El valor del dinero depende del tiempo. Mientras exista una tasa de interés positiva, un peso hoy vale más que un peso de mañana y vale menos que un peso de ayer. Por eso no se pueden sumar cantidades de dinero que están colocados en distintos puntos del tiempo.

3.2 Capitalización y descuento

Debido al fenómeno del valor del dinero en el tiempo, son importantes los conceptos de **capitalización y descuento**.

Por capitalización se entiende cuando se lleva cierta suma de dinero "hacia adelante". Es lo que usamos para saber cuanto vale un peso de hoy dentro de un mes, un año, etc.

```
      →   capitalización   →
-------|-----------------------------------|--
      VP                                  VF
   conocido                           incógnita
```

Las fórmulas para capitalizar son las vistas anteriormente:

En operaciones **a interés simple**: $VF = VP \times (1 + i \times t)$

En operaciones **a interés compuesto**: $VF_n = VP \times \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$

Cuando el cálculo se hace con interés compuesto continuo: $VF = VP\, e^{i\,n}$

La operación de **descuento** es la contraria, se “trae el futuro hacia el presente”. Es lo que hacemos cuando encontramos cuánto vale hoy un peso del mes que viene, o de un año, etc.

——— descuento —————
-------|---------------------------------------|
VP **VF**
incógnita **conocida**

Las fórmulas para realizar cálculos de descuento son:

A interés simple: $\boldsymbol{VP = \dfrac{VF}{1 + i \times t}}$

A interés compuesto: $$\boldsymbol{VP = \left(\dfrac{VF}{1 + \dfrac{i}{m}} \right)^{n}}$$

A interés compuesto continuo: $$\boldsymbol{VP = VF \times e^{-i\,n} = \dfrac{VF}{e^{i\,n}}}$$

3. 3 Ecuaciones de equivalencia financiera

Las nociones de capitalización y descuento son cruciales en aquellas transacciones financieras que implican el intercambio de un conjunto de obligaciones por otro que **sea equivalente desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo**. Este tipo de problemas se resuelve mediante el planteo de una ecuación en la que hay una incógnita por determinar.

> **Principio fundamental de estas igualdades:**
> Todas las obligaciones deben valuarse en **una fecha única (el punto focal)**, mediante la capitalización o el descuento según corresponda. Si trabajamos con interés compuesto, **NO IMPORTA CUÁL SEA LA FECHA**, lo importante es que todos los flujos de dinero tienen que evaluarse en una fecha única. Con interés simple pueden surgir pequeñas diferencias dependiendo del punto focal.

3.4 Ejercicio de reestructuración de deudas

Un problema típico de reestructuración de deudas.

Ejercicios:

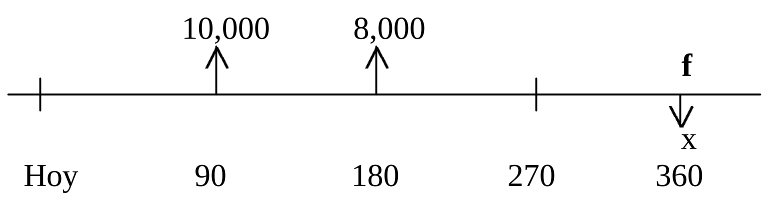
3.1 La empresa X tiene hoy una deuda con uno de sus proveedores consistente en un pagaré por $ 10,000 que vence dentro de 90 días y otro por $ 8,000 que vence en 180 días. El valor de estos pagarés no generan flujos de intereses porque fueron oportunamente considerados y están incorporados en el valor de los documentos. La empresa desea modificar este perfil de vencimientos y le ofrece a su proveedor pagarle esta deuda en un único pago dentro de 360 días. La tasa de interés de referencia para valuar el nuevo documento es del 20% anual, con capitalización cada 90 días. ¿De qué cantidad será el nuevo pagaré si la propuesta es aceptada?

Pasos de resolución

Desplegamos los flujos de ambas deudas en la línea del tiempo. Arriba de la línea colocamos en el punto del tiempo correspondiente los flujos de caja asociados a los valores de la deuda que se quiere reestructurar; debajo de la línea colocamos los valores de la deuda propuesta. Algunos valores de la deuda propuesta son conocidos y otros son los valores que tenemos como incógnitas y que se denotan con la letra x.

Escogemos un punto focal cualquiera para plantear la ecuación, al cual llamamos **f**.

En este ejercicio, por comodidad escogemos el punto de la línea que corresponde a 360 días.



Capitalizamos $10,000 que se deben dentro de 90 días hasta 360 días (llevamos hacia adelante esta cantidad tres periodos de 90 días): $\mathbf{10{,}000\ (1 + 0.20/4)^3 = 11{,}576.25}$

Capitalizamos $ 8,000 dos periodos de 90 días: $\mathbf{8{,}000\ (1 + 0.20/4)^2 = 8{,}820}$

Sumamos el valor de la deuda con vencimientos a 90 y 180 días capitalizada a los 360 días y se tiene el valor que debería tener el pagaré único a 360 días, que sustituye a los dos anteriores. Esto es, el nuevo pagaré a 360 días es de: **$11,576.25 + $8,820 = $20,396.25**

Este resultado lo podríamos haber obtenido planteando la ecuación siguiente la cual consiste en colocar en un lado de la igualdad el valor de los flujos que corresponden a la deuda actual y del otro los flujos que corresponden a la deuda que se propone. Ambos deben estar valuados en el punto focal escogido. Por ejemplo, si escogimos como punto focal la fecha a 360 días, tenemos:

$$\mathbf{x = 10{,}000(1 + 0.20/4)^3 + 8{,}000\ (1 + 0.20/4)^2}$$

$$\mathbf{= 20{,}396.25}$$

3.2 El resultado es el mismo si escogemos cualquier otro punto focal. Supongamos que escogemos para determinar el valor de x el punto donde está 270 días (cambia el punto focal, pero el problema sigue siendo el mismo). Ahora hacemos lo siguiente:

1. Capitalizamos $ 10,000 dos periodos:

$$\mathbf{10,000\ (1 + 0.20/4)^2 = 11,025.00}$$

2. Capitalizamos $ 8,000 un periodo:

$$\mathbf{8,000\ (1 + 0.20/4) = 8,400.00}$$

3. Sumamos los dos anteriores y obtenemos el valor de la deuda actual medida en el punto de 270 días:

$$\mathbf{11,025.00 + 8,400.00 = 19,425.00}$$

3. Descontamos (traemos "hacia atrás") un periodo a x, la incógnita del problema, con lo cual tenemos el valor de x dentro de 270 días e igualamos con el valor de la deuda en ese mismo punto del tiempo:

$$\frac{x}{1+0.05} = 19,425$$

5. Obtenemos el valor de x:

$$\mathbf{x = 19,425.00\ (1.05) = 20,396.25}$$

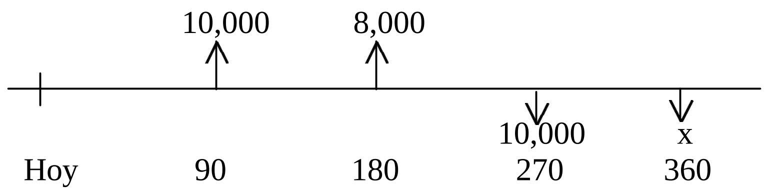
Como podemos ver se llega al mismo resultado, independientemente del punto del tiempo escogido. Más formalmente, este resultado pudo ser obtenido planteando la ecuación de equivalencia financiera en el punto focal ubicado en el día 270 a partir de hoy.

$$\mathbf{10,000\ (1 + 0.05)^2 + 8,000\ (1 + 0.05)} = \frac{x}{1+0.05}$$

y despejando x tenemos que: **x = 20,396.25**

Ejercicios:

3.3 El proveedor de la empresa deudora está de acuerdo en proceder a una reestructuración, pero con un esquema distinto. Su contrapuesta es que se cambie los dos pagarés actuales a 90 y 180 días, por un pagaré de $ 10,000 a 270 días y otro pagaré a 360 días respectivamente. Ahora tenemos que determinar de cuánto es este pagaré a 360 días:
Dibujamos en la línea del tiempo los flujos correspondientes:



Siguiendo el método anterior,

1. escogemos un punto focal cualquiera. Por comodidad escogemos 360 días:

2. Planteamos la ecuación de equivalencia financiera entre los dos conjuntos de deuda evaluados en el punto focal escogido:

$$\mathbf{x + 10{,}000\ (1.05) = 10{,}000(1 + 0.05)^3 + 8{,}000\ (1 + 0.05)^2}$$

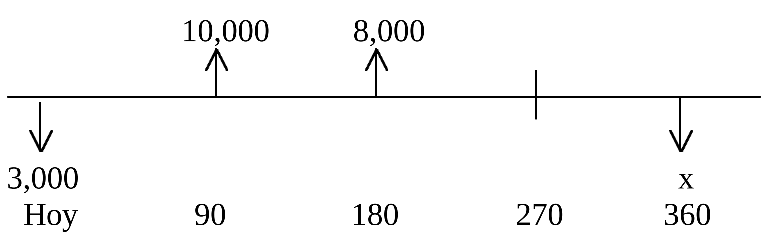
$$\mathbf{x = 10{,}000(1 + 0.05)^3 + 8{,}000\ (1 + 0.05)^2 - 10{,}000\ (1.05)}$$

$$\mathbf{x = 9{,}896.25}$$

3. **Resultado**: Desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo, la deuda existente se puede reestructurar con otra consistente en $ 10,000 a pagar dentro de 270 días y $ 9,896.25 a pagar dentro de 360 días.

5.6 Finalmente, se llegó a un acuerdo entre ambas partes de proceder a la siguiente reestructuración: se paga inmediatamente la cantidad de $ 3,000 y el resto con un pagaré a 360 días. ¿De que valor será este documento?

En la línea del tiempo tenemos ahora:



1. Escogemos como punto focal el punto de 360 días.

2. Planteamos la ecuación de equivalencia entre ambos conjuntos de deudas valuadas en el punto focal.

$$\mathbf{x + 3{,}000\ (1.05)^4 = 10{,}000(1 + 0.05)^3 + 8{,}000\ (1 + 0.05)^2}$$

$$\mathbf{x = 10{,}000(1 + 0.05)^3 + 8{,}000\ (1 + 0.05)^2 - 3{,}000\ (1.05)^4}$$

3. Resultado: la deuda de $ 10,000 a 90 días y $ 8,000 a 180 días se reestructura pagando $ 3,000 inmediatamente y $ 16,749.73 a 360 días.

Si nuestras soluciones de equivalencia son correctas, todas ellas son iguales desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo. La deuda original de $ 10,000 a 90 días y $ 8,000 a 180 días es equivalente a:

$ 20,396.25 a 360 días, o bien a
$ 10,000 a 270 días más $ 9,896.25 a 360 días, o bien a
$ 3,000 inmediatamente más $ 16,749.73

Para comprobar si efectivamente son equivalentes evaluamos la deuda original y las tres propuestas en algún punto cualquiera del tiempo, por ejemplo, hoy.

1. Cuánto vale hoy la deuda existente de $ 10,000 a 90 días y $ 8,000 a 180 días.

Descontamos $ 10,000 un periodo de 90 días y $ 8,000 dos periodos de 90 días a la tasa del 20% anual capitalizable trimestralmente (5 % trimestral).

$$\frac{10{,}000}{(1+0.05)}+\frac{8{,}000}{(1+0.05)^2}=16{,}780.05$$

2. Cuanto vale hoy la primera propuesta de reestructuración : 20,396.25 a 360 días.

Traemos hacia atrás (descontamos) esta cantidad cuatro periodos de 90 días y nos queda:

$$\frac{20{,}396.25}{(1+0.05)^4}=16{,}780.05$$

3. Cuanto vale hoy la segunda propuesta de reestructuración: $ 10,000 a pagar dentro de 270 días, más $ 9,896.25 a pagar dentro de 360 días.

Descontamos $ 9,896.25 cuatro periodos de 90 días a la tasa del 5% trimestral, más $ 10,000 a la tasa del 5 % trimestral durante tres periodos de 90 días.

$$\frac{10,000}{(1+0.05)^3}+\frac{9,896.25}{(1+0.05)^4}=16,780.05$$

Finalmente, el valor (hoy) de la nueva deuda acordada es de $ 3,000, más $16,749.73 descontados cuatro periodos trimestrales a la tasa del 5 % por periodo. Esto es:

$$3,000+\frac{16,749.73}{(1+0.05)^4}=16,780.05$$

Conclusión: Desde el punto de vista del valor del dinero en el tiempo, tanto la deuda existente como las tres propuestas de reestructuración son iguales. Las cuatro tienen un valor hoy de $ 16,780.04.

PREGUNTA:

¿Por qué cambiar una deuda por otras que tienen el mismo valor financiero?

La idea central es: modificar los flujos de pago en el tiempo sin que ello afecte ni al deudor ni al acreedor. Un ejemplo de conveniencia de reestructuración lo tenemos cuando el deudor no puede pagar en los plazos convenidos y el acreedor prefiere una reestructuración que mantenga el valor financiero de la deuda antes que iniciar un juicio.