

HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. BRAGA

Seminario Orotava de Historia de la Ciencia

Resumen/4ª comunicación: “Enseñanza y aprendizaje del movimiento de caída de graves”

Pedro J. Hernández.

Resumen

El profesor de física de la escuela secundaria conoce las dificultades que tienen los alumnos a la hora de aprehender los conceptos propios del estudio del movimiento acelerado en general y del movimiento de caída de graves en particular. En este artículo se presenta una manera alternativa de aproximación geométrica al tema, tomando como referencia los estudios galileanos, que contrastan con el punto de vista principalmente algebraico que usamos en la actualidad. El proyecto “Helena” (una experiencia interdisciplinar en historia de la ciencia llevada al aula) nos ha proporcionado unos datos estadísticos que muestran con claridad cómo los alumnos reelaboran conceptos erróneos sobre la naturaleza del movimiento dentro de un marco preconcebido de ideas que, como es bien sabido, está más cerca de la antigua física Aristotélica que de las modernas ideas galileanas.

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL MOVIMIENTO DE CAÍDA DE GRAVES

Pedro J. Hernández, Seminario Orotava de Historia de la Ciencia

Introducción.

Cualquier profesor que haya impartido clases de Física a nivel de Secundaria sabe de la dificultad que encuentran los alumnos cuando se enfrentan al tema del estudio del movimiento, sobre todo si éste posee aceleración. Diversas experiencias han puesto de manifiesto que cada alumno posee un marco preconcebido de ideas y conceptos erróneos que resulta muy difícil de cambiar (ver por ejemplo Viennot 1979, Helm 1980, Sabastiá 1984). Destacamos aquí como conceptos erróneos más habituales entre alumnos de unos 16 años que han superado un curso de introducción a la física y la química¹ los siguientes:

- Proporcionalidad entre el espacio recorrido por un objeto y el tiempo empleado en recorrer dicho espacio, aún en movimientos con aceleración.
- Dependencia entre las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el movimiento de proyectiles
- Dependencia del tiempo de caída de un grave y el peso de éste
- Asociación entre fuerza y movimiento.

Este grupo básico de ideas permanece en el alumno aún cuando éste es capaz de resolver de una forma correcta los ejercicios numéricos que propone el profesor (Hewson 1981). A modo de ejemplo, cualquier alumno es capaz de calcular el tiempo que tarda un objeto en caer desde una determinada altura sabiendo que no necesita para ello el valor de la masa concreta del objeto. Sin embargo, cuando se le pide comparar cualitativamente el tiempo de caída de dos objetos de diferente peso, las respuestas empiezan a depender casi exclusivamente de sus ideas preconcebidas sobre el tema (ver apéndice).

Por supuesto, ningún profesor de física debería estar contento con esta situación. Aprender el movimiento de un objeto físico significa para el alumno cambiar su propio marco de ideas erróneas preconcebidas por el marco de ideas de la física moderna (Hashwed, 1986). Introducir al alumno en el estudio del movimiento a

¹ En este curso introductorio se cubre las definiciones de velocidad media y aceleración media, estudiando sólo a nivel cualitativo el carácter vectorial de estas magnitudes. Se hace un estudio cuantitativo de movimientos rectilíneos en general, tanto con velocidad uniforme como uniformemente acelerados, ejemplificando estos últimos con el movimiento de caída de graves como caso particular. Por último se estudian en profundidad representaciones gráficas de posición, velocidad y aceleración frente al tiempo. Se hace una primera aproximación al tiro de proyectiles horizontales aplicando el principio de descomposición de Galileo y se hace una introducción cualitativa a las tres leyes de la dinámica.

través del álgebra y el cálculo diferencial, tal y como se ha hecho tradicionalmente, no contribuye a que éste logre cambiar su esquema conceptual.

Partimos de la base de aceptar, de acuerdo con la teoría constructivista de Kelly (Osborne y Freyberg, 1985) y las ideas de Piaget (Shayer y Adey, 1981), que el alumno juega el papel de “generador” de su propio conocimiento. Es este el punto de partida del nuevo sistema educativo que se está actualmente implantando en España, que, según nuestro criterio peca de idealista. Nuestra manera de ver la actual situación, más pragmática, queda perfectamente reflejada en las palabras de Richard Feynman (Feynman, 1963) que reproducimos a continuación: *“La verdadera enseñanza sólo puede realizarse cuando hay una relación individual directa entre un estudiante y un buen profesor, situación en la cual el estudiante discute ideas, piensa en las cosas y habla sobre ellas. Es imposible aprender simplemente asistiendo a una clase, o simplemente resolviendo los problemas asignados. Pero en el momento actual tenemos tantos estudiantes a quienes enseñar que tenemos que encontrar un sustituto de lo ideal”*. Ese es el precio que tenemos que pagar por tener una educación apta para todos y ningún sistema educativo es lo suficientemente bueno.

En este artículo se presenta una propuesta concreta para abordar el tema del movimiento usando la estrategia galileana, más próxima a la geometría y a las razones entre magnitudes que a la manipulación algebraica que se hace actualmente. Sin embargo, querríamos dejar bien claro que en ningún momento pretendemos demostrar que esta aproximación al estudio del movimiento sea intrínsecamente mejor. Desafortunadamente la psicología y la pedagogía no son ciencias que destaquen por su poder predictivo, y es imposible a priori conocer el resultado de ninguna propuesta didáctica. De cualquier manera, nos daríamos por satisfechos si este trabajo contribuye a replantear la enseñanza de la física; y se deje de convertir a los alumnos en meros calculadores de tiempos, posiciones y velocidades y se les haga reflexionar además sobre las características cualitativas del movimiento.

Algunos argumentos en favor de la estrategia galileana en el estudio del movimiento de graves.

Cuando Galileo Galilei se enfrentó con el movimiento de caída de un grave se encontró con dos dificultades básicas. La primera es la que nos encontraríamos todos al intentar medir la distancia recorrida por un cuerpo que cae libremente. Los objetos caen demasiado rápido para poder medir estas cosas. La segunda es que él no disponía de ningún reloj lo suficientemente preciso para medir tiempos cortos. De hecho, Galileo sería uno de los sabios que contribuiría a la invención del reloj de péndulo. Hoy en día el alumno se enfrenta, a pesar de contar con un buen reloj, a las mismas dificultades básicas. Había una tercera dificultad, Galileo no usaba las ecuaciones algebraicas, tal y como las entendemos hoy en día y tampoco conocía el cálculo diferencial. En este sentido Galileo puede ser considerado un matemático clásico y por ello tuvo que enfrentarse al estudio del movimiento de caída con unas herramientas matemáticas que exigían una profunda comprensión de las cualidades

de este tipo de movimiento. La estrategia básica que podemos entresacar de los Discorsi² y el Diálogo³ es la siguiente:

1. Ralentizar el movimiento de caída libre utilizando planos inclinados
2. Convertir razones entre tiempos en proporciones entre longitudes
3. Estudiar las propiedades del movimiento uniformemente acelerado usando movimientos uniformes equivalentes.

Dicha estrategia hace frente, con gran originalidad, a las tres dificultades básicas que planteábamos anteriormente.

En la enseñanza secundaria deberíamos plantearnos, como principal objetivo, que el alumno incorpore las ideas que la física moderna tiene sobre el movimiento a sus esquemas de pensamiento, y que sea capaz de aplicar estas ideas en algunas situaciones sencillas. Sin embargo, el uso exclusivo de ecuaciones algebraicas y del cálculo diferencial oscurecen la mayoría de veces las características cualitativas del movimiento. Así por ejemplo, alumnos que son capaces de calcular correctamente la velocidad final de caída de un cuerpo desde cualquier altura, responden erróneamente cuando se les pide comparar cualitativamente las velocidades de dos cuerpos que se dejan caer uno desde el doble de altura que el otro, en un claro ejemplo del típico error de suponer proporcionalidad entre velocidad y distancia recorrida (ver apéndice).

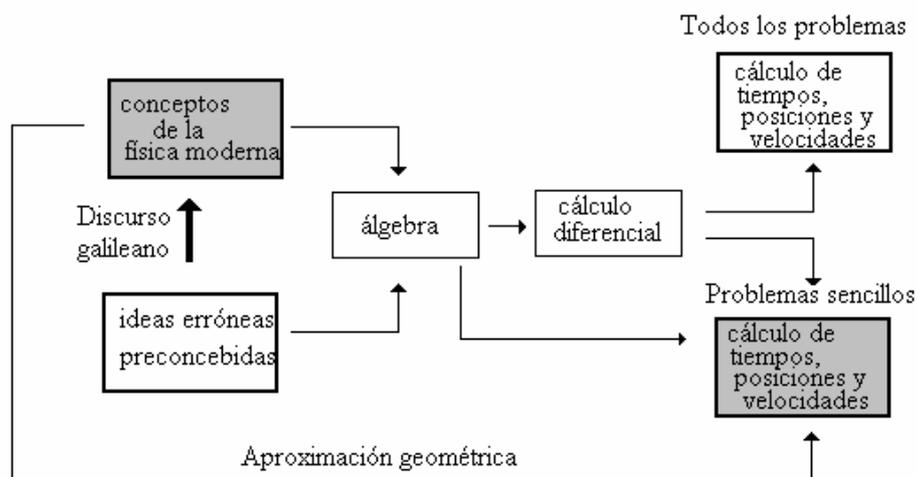


Figura 1. El discurso galileano y la aproximación geométrica que ésta hace al movimiento, pueden respectivamente corregir el marco de ideas erróneas que tiene el alumno y permitirle algunos cálculos de posiciones, tiempos y velocidades en muchos problemas. Esto permite, en un primer estudio del movimiento, obviar el cálculo diferencial y el uso de ecuaciones algebraicas como $s = v_0 t + 1/2 g t^2$ que sólo contribuyen a oscurecer el proceso físico que se quiere estudiar.

² Consideraciones y demostraciones sobre dos nuevas ciencias

³ Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano

Nuestra propuesta de seguir los pasos del método galileano elimina al menos las dificultades introducidas por las herramientas matemáticas modernas, dejando al desnudo las ideas básicas que aplicamos al estudiar el movimiento. Esto no significa que esta aproximación sea más sencilla, pero sí mucho más esclarecedora. En la figura 1 se intenta esquematizar la idea anterior.

La línea de pensamiento expuesta coincide con el denominado método genético (Ahlforsh et al., 1962), que clama el enseñar las ideas tal y como se desarrollaron históricamente. En el caso del movimiento, la eficiencia del método podría estar en que, básicamente, las ideas preconcebidas que el alumno tiene sobre el movimiento de los objetos físicos guardan ciertas semejanzas con las ideas de “sentido común” de la física aristotélica (Whitaker 1983) y de las teorías medievales del ímpetus (Piaget y García 1982, Lythott 1983). También deberíamos tener en cuenta que el cálculo diferencial e integral es históricamente posterior a Galileo y que podríamos decir (no sin ser algo osados) que el estudio del movimiento contribuyó más al nacimiento del cálculo que no el uso de éste último a la comprensión del primero. Y podemos citar, en apoyo a esta última afirmación, la demostración que hace Galileo (segunda jornada del Diálogo) de la equivalencia entre un movimiento acelerado de un cuerpo que parte del reposo y el correspondiente movimiento uniforme con velocidad igual a la mitad de la velocidad final del movimiento. Para ello utiliza la técnica de sumar una infinidad de líneas correspondientes a los diferentes grados de velocidad del cuerpo en movimiento uniformemente acelerado, algo que no resulta nada extraño a los modernos usuarios del cálculo integral. Como es sabido la prueba de este “teorema de la velocidad media” fue ya realizada por Nicolás Oresme en el siglo XIV y sugiere el teorema fundamental del cálculo de Newton y Leibniz (Holton §6.6).

Unas cuantas claves para la enseñanza del movimiento con aceleración uniforme

El aprendizaje de las cualidades del movimiento de objetos físicos debe empezar con el estudio de la caída de graves, pues es éste un movimiento que se manifiesta continuamente a nuestro alrededor. Se proponen así las siguientes observaciones:

1. El movimiento de caída no depende de la masa del objeto
2. Las características del movimiento de caída por un plano dependen exclusivamente de la inclinación del plano (relación con las causas del movimiento)
3. Dependencia lineal de la velocidad con el tiempo
4. Dependencia entre el espacio recorrido y el cuadrado del tiempo
5. La velocidad final alcanzada por un objeto que cae por cualquier plano inclinado sólo depende de la altura desde la que cayó.

Fíjese el lector que los hechos 1 y 2 hacen referencia a la dinámica del movimiento. Consideramos aquí que, en una primera aproximación al estudio del movimiento, no debería distinguirse entre cinemática y dinámica, puesto que es ésta una división

artificial que parte de una formalización de la física a posteriori. A continuación se analiza la manera de presentar cada uno de estos hechos ante los alumnos.

1. Es curioso constatar (ver apéndice) que los alumnos, aún después de oír una infinidad de veces a su profesor de física decir que objetos de diferente peso caen a la vez, siguen manteniendo en su esquema conceptual la idea de que los cuerpos más pesados caen antes. Nada mejor para deshacer este equívoco que la combinación de una experiencia sencilla (que aunque muy conocida suele omitirse en la exposición del tema) y el diálogo socrático (Arons 1981) que ayude a que el esquema conceptual del alumnos entre en conflicto con la experiencia que se le presenta (según Hashwed,1986). Siguiendo a Hernández (1996):

Provistos de una moneda y de un trozo de papel podemos establecer el siguiente diálogo con los alumnos:

Salviati: Si dejamos caer simultáneamente ambos objetos, ¿cuál de ellos alcanza antes el suelo?

Simplicio: la moneda obviamente

Sagredo: Yo he realizado la experiencia y, efectivamente, se comprueba la veracidad de la afirmación del Sr. Simplicio. Empero, ¿por qué esto es así?

Simplicio: porque la moneda es más pesada, aunque la resistencia del aire supongo que contribuye de alguna manera.

Salviati: Una nueva experiencia nos ayudará a precisar las ideas. Cortamos en dos mitades una hoja de papel y, arrugando una de ellas se dejan caer ambos objetos.

La argumentación de los alumnos entra ahora en conflicto con la experiencia. Es éste el momento apropiado para leer los argumentos del propio Galileo

“...si nosotros tuviéramos dos móviles, cuyas velocidades naturales fueran distintas, es evidente que si uniésemos ambos, el más rápido perdería velocidad por obra del más lento, mientras que éste aceleraría debido al más rápido (...) Pero si esto es así, y si es verdad, por otro lado, que una piedra grande se mueve, por ejemplo, con una velocidad de ocho grados y una piedra pequeña, con una velocidad de cuatro, si la unimos, el resultado de ambas, según lo dicho, será inferior a ocho grados de velocidad. Ahora bien, las dos piedras juntas dan como resultado una más grande que la primera que se movía a ocho grados de velocidad, de lo que se sigue que tal compuesto se moverá a más velocidad que la primera de las piedras sola, lo cual contradice vuestra hipótesis. Veis pues, como suponiendo que el móvil más pesado se mueve a más velocidad que el que pesa menos, concluyo que el más pesado se mueve a menos velocidad”

Esta argumentación puede reforzarse proponiendo una experiencia en la que se hace uso de una moneda y un trozo de papel redondeado y ligeramente menor que ésta.

a) Se dejan caer por separado

b) Se coloca la moneda encima del papel y se pregunta por el resultado esperable. Los alumnos esperan que ambos objetos lleguen simultáneamente, como demuestra la experiencia.

c) Una nueva pregunta nos permite aclarar conceptos e introducir nuevos temas: ¿qué sucederá si ahora colocamos la moneda debajo del papel y observamos la caída?

El tema del vacío, del aire que aparta al caer la moneda, etc., surgen de modo natural en la discusión. Por ejemplo, cuando se les presenta a los alumnos las conocidas imágenes del astronauta que deja caer la pluma y el martillo en la superficie lunar, les asaltan extrañas ideas tales como que en la Luna no hay gravedad. Hay que hacerles una descripción previa de cuales son las condiciones lunares de inexistencia de atmósfera, etc. Sin embargo, no somos partidarios de enseñar estas imágenes sin acompañarlas de experimentos similares hechos en la Tierra en condiciones de vacío, para que el alumno compare situaciones análogas.

2. Desde el proyecto Helena (ver apéndice) ha surgido un curioso experimento. Preguntamos a varias decenas de alumnos de edades comprendidas entre los 14 y 18 años y a algunas decenas de profesores de enseñanza secundaria y tras enseñar el dibujo de la figura 2, qué bola llegaría antes al final del plano inclinado. Las

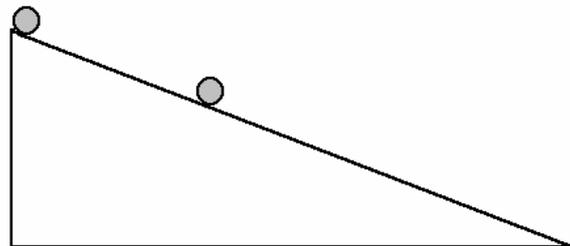


Figura 2.

respuestas erraban en un 50% aproximadamente. Este dato no es riguroso, puesto que fue realizado de una manera espontánea y sin análisis previos, pero sugiere una precaria concepción de la máxima “causas iguales producen efectos iguales” aplicada al movimiento.

Esto nos lleva a concluir que es importante trabajar situaciones en que los alumnos comparen el movimiento de una bola que rueda por diferentes tramos de un plano inclinado y hagan comparaciones de tiempos de caída en planos de diferente inclinación.

3/4. Trabajar el concepto de aceleración uniforme y la dependencia lineal de la velocidad con el tiempo es una cuestión nada trivial. Galileo llegó a la conclusión de que esto era así para la caída de graves utilizando grandes dosis de intuición y

simplicidad matemática (Cohen, 1960 § 5). Pero no hizo uso de los experimentos para la deducción de esta ley, puesto que es suficientemente conocida la dificultad intrínseca de la experiencia de la bola que rueda por un plano inclinado tal y como se describe en la tercera jornada de los discorsi, sino que el experimento fue una comprobación a posteriori de la hipótesis de trabajo. Quizás en este punto sería necesario hacer trabajar al alumno con hipótesis sobre la dependencia entre espacio recorrido, velocidad y tiempo en el siguiente orden:

- a) el espacio recorrido es proporcional al tiempo
- b) la velocidad es proporcional al espacio recorrido
- c) la velocidad es proporcional al tiempo

y usar los experimentos para comprobarlas a posteriori. Obviamente tenemos que conseguir que el alumno vea de alguna manera que todas son hipótesis elegidas por simplicidad, pero que sólo la propuesta c) no lleva a contradicciones con los experimentos. Pero veamos lo que tiene que decir Galileo al respecto:

Salviati. (...) Pues cuando yo observo una piedra que cae desde una cierta altura y adquiere continuamente incrementos de velocidad, ¿por qué no he de creer que tales aumentos se efectúan según el modo más simple y más obvio para todos?. Porque, si observamos con atención, no encontraremos ninguna adición, ningún incremento más sencillo que el que siempre se repite del mismo modo (...).

Sagredo. Por lo que hasta ahora viene a mi mente, me parece que tal vez con mayor claridad se habría podido decir, sin variar el sentido: un movimiento uniformemente acelerado es aquel en el que la velocidad crece según crece el espacio recorrido, de modo que, por ejemplo, el grado de velocidad adquirida por el móvil en el descenso por cuatro codos es doble que el que tenía tras descender por dos y éste doble del alcanzado en el espacio del primer codo (...).

Salviati. Mucho me consuela haber tenido un compañero en el error como vos y os diré, además, que vuestro razonamiento tiene tanto de verosímil y probable que nuestro mismo autor no me negó, cuando se lo propuse, que había permanecido también durante algún tiempo en la misma falacia.

(...) Sin embargo, [es tan falso e imposible] como que el movimiento se efectúa instantáneamente, y he aquí la clarísima demostración. Cuando las velocidades están en la misma proporción que los espacios recorridos o a recorrerse, tales espacios son recorridos en tiempos iguales; por lo tanto, si las velocidades con las que el cuerpo en descenso recorrió los dos primeros codos (así como el espacio es doble del otro espacio), entonces los tiempos de tales recorridos son iguales. Pero el que un mismo móvil recorra los cuatro codos y los dos codos en el mismo tiempo no puede tener lugar fuera del movimiento instantáneo. Sin embargo, nosotros vemos que el grave en descenso efectúa su movimiento en el tiempo y que recorre los dos codos en menos tiempo que los cuatro; por consiguiente es falso que su velocidad crezca como el espacio (...).

No cabe duda de que el argumento final de Salviati es bastante oscuro, y en él se puede intuir una confusión entre variables promediadas e instantáneas motivada por la falta de herramientas matemáticas de Galileo. Es fundamental la lectura de Cohen (1960 §5) y Holton (§7) para que el profesor tenga consciencia de la dificultad intrínseca del tema.

5. Antes de empezar a formalizar la ciencia del movimiento naturalmente acelerado en teoremas, proposiciones y corolarios, Galileo nos pide “*que se suponga verdadero un solo principio, a saber: acepto que los grados de velocidad de un mismo móvil adquiridos sobre planos de diferentes inclinaciones son iguales cuando las alturas de esos mismos planos son iguales*” Sin embargo Galileo tendría que dar alguna razón para hacer una afirmación que no es evidente a primera vista.

Galileo cita el siguiente experimento: se hace oscilar un péndulo, de tal forma que al llegar sobre la vertical, se recorta la longitud de la cuerda mediante un obstáculo como un clavo, cuya posición se convierte ahora en el eje de oscilación del péndulo, tal y como se ve en la figura 3. Puede observarse que el péndulo alcanza la misma altura que hubiera alcanzado si no existiera este obstáculo. Puesto que en ambos casos la velocidad debe ser la misma al paso por la vertical, concluimos que ésta sólo depende de la altura desde la que se deja caer el péndulo. Este mismo experimento podría ser repetido con los alumnos usando planos inclinados de diferente inclinación que partan de una misma altura y observar el comportamiento de la bolita al llegar a la base es similar en todos los casos (por ejemplo que es capaz de ascender siempre hasta la misma altura de otro plano de inclinación fija, que recorre espacios iguales en tiempos iguales si continúa por un plano horizontal, etc.

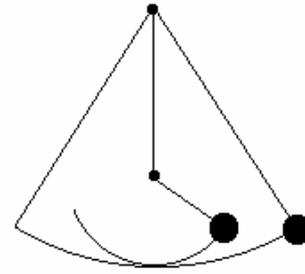


Figura 3. Péndulos oscilando alrededor de diferentes ejes de giro

Una vez establecido los hechos anteriores es el momento de trabajar sobre los tres primeros teoremas:

Teorema I. Proposición I.

El tiempo en que un móvil recorre un espacio con movimiento uniformemente acelerado desde el reposo es igual al tiempo en que el mismo móvil recorrería el mismo espacio con movimiento ecuable [o uniforme], cuyo grado de velocidad fuera la mitad del mayor y último grado de velocidad alcanzado en el movimiento uniformemente acelerado.

Éste teorema es fundamental en la estrategia galileana mencionada anteriormente de convertir movimientos acelerados en sus equivalentes uniformes.

Teorema II. Proposición II

Si un móvil desciende desde el reposo con movimiento uniformemente acelerado, los espacios recorridos por él en tiempos cualesquiera son entre sí como la razón al cuadrado de los mismos tiempos, es decir, como los cuadrados de esos tiempos.

Formalizamos así aquello que tratábamos de obtener a partir de lo que observábamos en los experimentos con planos inclinados

Teorema III. Proposición III

Si sobre un plano inclinado y otro vertical, que tengan la misma altura, marcha un mismo móvil, a partir del reposo, los tiempos de los movimientos serán entre sí como las longitudes respectivas del plano inclinado y de la vertical.

Este teorema es fundamental para establecer una relación entre la aceleración por un plano inclinado, y la aceleración de la gravedad.

Antes de terminar señalaremos que el estudio paralelo de las fuerzas que intervienen en el movimiento de caída es de vital importancia. Sin embargo no nos detendremos en cómo se debería atacar esta cuestión pues está ampliamente estudiada en la bibliografía (ver por ejemplo Viennot 1979, Witaker 1983, Osborne 1984). Solamente nos gustaría mostrar un ejemplo de cómo el uso del diálogo socrático es fundamental para producir el conflicto en el marco conceptual de los alumnos. Siguiendo de nuevo a Hernández (1996):

Pedimos a un alumno que nos diga que fuerzas actúan sobre un cuerpo que asciende tras ser lanzado, la respuesta más probable es que represente una fuerza F dirigida hacia arriba, además del peso P (ver apéndice).

Salviati: ¿cómo es la fuerza F en relación a P en el movimiento de ascensión?

Simplicio: F debe ser mayor que P .

Salviati: Y, ¿sucede esto así a lo largo de todo el movimiento?

Simplicio: No, F va disminuyendo hasta que sea igual a P en el punto más alto.

Salviati: ¿qué sucede a partir del momento en que el cuerpo comienza a descender?,

Esta última cuestión genera un cierto conflicto entre lo que parece deducirse del hilo de la argumentación seguida por el alumno hasta ese momento y lo que muchos de ellos han dibujado para las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en caída libre (sólo el peso). Si se les presiona un poco (arguyendo que la fuerza F en el punto más alto podría ser muy grande en el caso de que P lo fuera), la mayor parte de ellos admite que

sería necesario añadir una fuerza F que fuera menor que P y cuyo valor seguiría disminuyendo a medida que el objeto cae.

Durante el proceso de discusión normalmente ha salido como argumento que apoya el conjunto de ideas anteriores el que si sobre un cuerpo, apoyado en el suelo, se aplica una fuerza constante, el cuerpo se mueve con velocidad constante y su consecuencia lógica (?): si disminuye F la velocidad del cuerpo también lo hace.

La caída cada vez más veloz del objeto que desciende aparece así, a sus ojos, perfectamente explicada: la disminución de F hace que la diferencia $P - F$ sea cada vez mayor.

Conclusiones

El profesorado de enseñanza secundaria debería ser consciente de que el estudio del movimiento es un tema que implica ideas intrínsecamente difíciles para los alumnos. La historia de la ciencia nos enseña cómo Galileo se enfrentó a las mismas dificultades que se encuentran los alumnos hoy en día. Una de ellas es una limitación propia del estudio que hacemos: la caída de un cuerpo es demasiado rápida para medir tiempos y distancias. Otra sí la hemos superado; disponemos hoy en día de relojes precisos. Pero nos queda la tremenda dificultad que suponen las herramientas matemáticas. Los alumnos disponen hoy en día del uso de ecuaciones algebraicas, del cálculo vectorial y del cálculo diferencial. Sin embargo, los estudios de Piaget nos sugieren que la mayoría de ellos son incapaces de manejar tal nivel de abstracción. Deberíamos aprender del propio Galileo, pues él se tuvo que enfrentar con todas estas dificultades, y fue capaz de idear una estrategia muy concreta para resolver el problema. Aquí sólo hemos pretendido transmitir que existe una forma alternativa y concreta para atacar el estudio de la caída de graves. Nuestra experiencia con el proyecto Helena nos ha mostrado que ésta puede ser una forma de enfrentarse al tema del movimiento mucho más atractiva para los alumnos. La nuestra pretende ser una idea concreta a un problema concreto que ha surgido en la enseñanza de la física, puesto que sabemos que tenemos que encontrar un sustituto de lo ideal y esa es la única línea de trabajo que puede ayudar a mejorar la calidad de la enseñanza.

Quisiera dar la gracias a todos mis colaboradores del proyecto Helena. A José Montesinos por su apoyo incondicional en todo momento y por haber sido mi “guía espiritual” en esto de la historia de la ciencia. A Agustín Isidro De Lis y Carlos Mederos por las interesantes discusiones que han constituido la principal fuente de inspiración de este trabajo. A María Jesús Pérez por haber sido de gran ayuda con la elaboración y coordinación de los test y el trabajo estadístico.

Quisiera agradecer a Miguel Hernández, sin cuya colaboración este artículo no hubiera sido escrito, la magistral conferencia que impartió a los alumnos, los tests por él concebidos y el pre-print de uno de sus artículos, que han sido tres pilares básicos de este trabajo.

APÉNDICE

Algunos resultados obtenidos del proyecto Helena

El proyecto Helena consistió en una experiencia con 80 alumnos de secundaria de unos 16 años de edad, a los que se introdujo en el siglo XVII con la intención de que, a través de la Historia de la Ciencia, adquirieran una nueva perspectiva del sentido que tiene el estudio de la matemática en particular, y de la ciencia en general. Estos

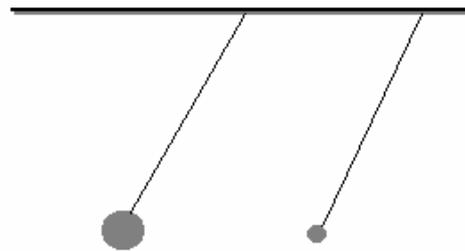
alumnos fueron introducidos en la cultura, en la sociedad, en la filosofía, en la matemática y en la física del siglo XVII mediante tres conferencias, una de las cuales se centró en la antigua física de Aristóteles y en la nueva concepción de Galileo.

Previa y posteriormente a la conferencia, los alumnos realizaron un test que consistió en las siguientes cuestiones:

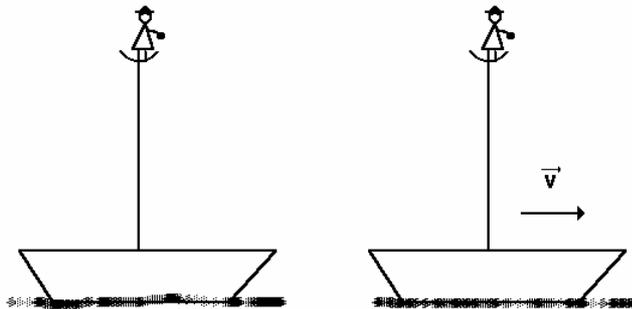
1. Se sueltan desde un mismo punto dos objetos de diferente peso, de forma que $P_1 > P_2$. ¿Cuál de los objetos caerá antes?



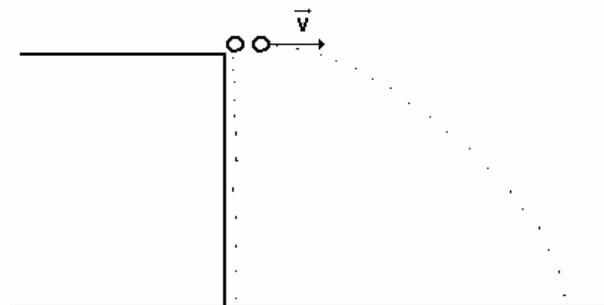
2. Dados dos péndulos 1 y 2 de igual longitud pero de los que penden pesos P_1 y P_2 tales que $P_1 > P_2$. ¿Cuál de ellos oscilará con mayor rapidez?



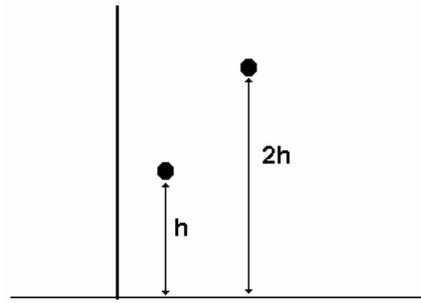
3. Se deja caer libremente un objeto pesado desde lo alto de un mástil de un barco que permanece en reposo, ¿dónde caerá el objeto?. Si el barco se moviera con velocidad v constante, ¿dónde caería el objeto ahora?



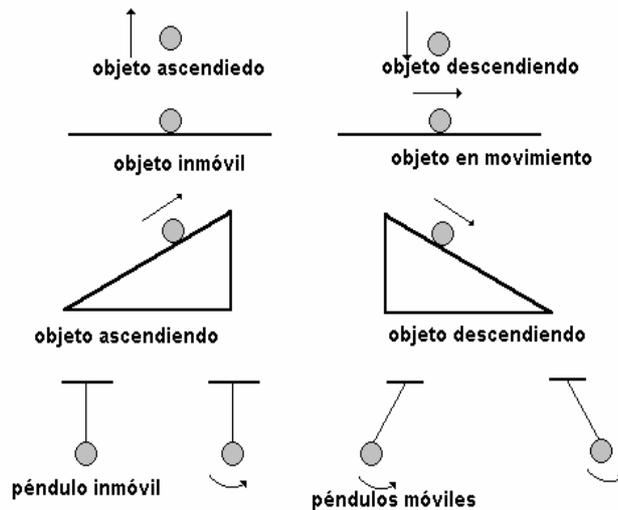
4. Si se lanzan simultáneamente dos objetos de igual peso desde una misma altura h de tal modo que el primero cae libremente en tanto que el segundo tiene una velocidad inicial paralela al suelo horizontal v . ¿Cuál llegará antes al suelo?



5. Si un cuerpo cae desde una altura h y llega al suelo con una velocidad v . ¿Qué velocidad poseerá si la caída se produce desde la altura $2h$?

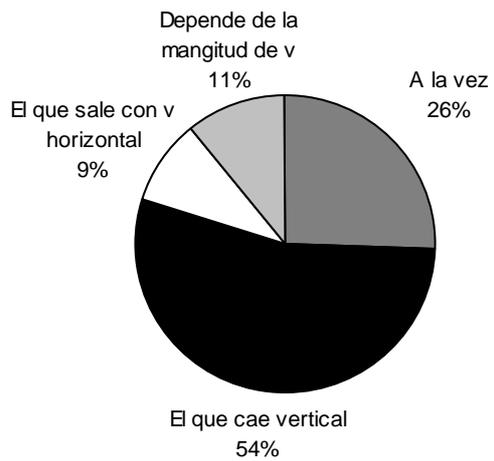
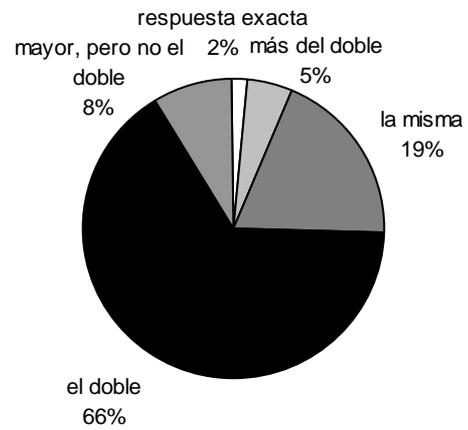
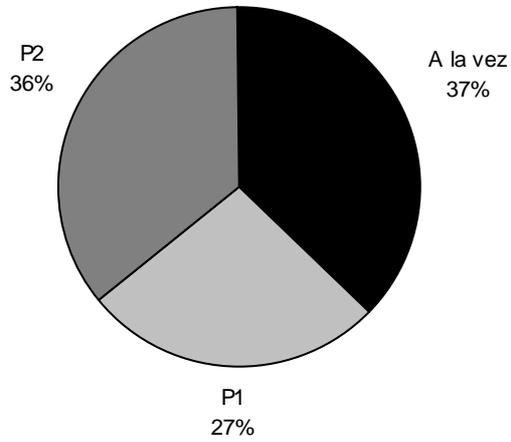
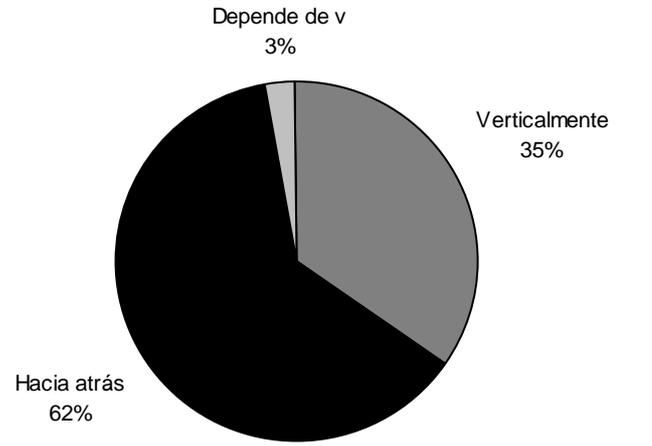
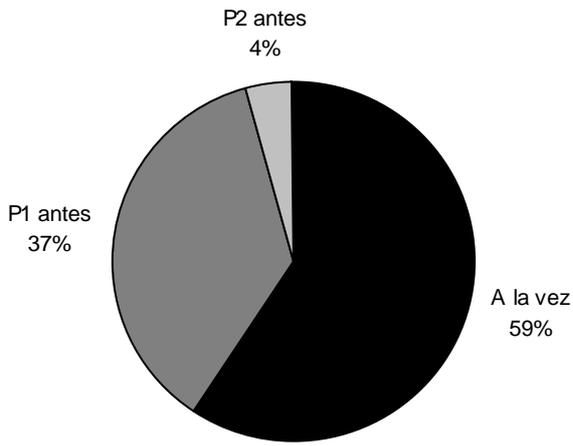


6. Dibujar las fuerzas que actúan sobre un objeto de masa M en las distintas situaciones que se indican a continuación.



En las respuestas de la cuestión 6 se presentan una cantidad muy variada de diferentes situaciones, sin embargo podemos aportar como resumen que un alto porcentaje de alumnos incluyen fuerzas en la dirección del movimiento.

El análisis del test posterior a la conferencia no muestra cambios significativos en las respuestas de los alumnos, aunque sí se intuye la influencia del conflicto de ideas generado en que algunos de ellos empiezan a dar algunos razonamientos del tipo: “dos objetos de diferente peso caen a la vez en el vacío, cuando no existe gravedad” ó “en el vacío caen a la vez, pero en el aire cae primero el de mayor peso” ó “caen a la vez porque la gravedad los atrae con la misma fuerza”.



Porcentajes correspondientes a las respuestas de los alumnos de las 5 primeras cuestiones del test previo a la conferencia.