

SERIE EJERCICIOS 1
Series numéricas-complemento
Series de potencias. Radio de convergencia
Series Taylor y Mc Laurin

B) Series Numéricas - COMPLEMENTO

1. Clasificar las siguientes series aplicando el criterio de D'Alambert

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{(n+1)!}$ <i>Conv</i>	b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot n$ <i>Conv</i>	c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ <i>Div</i>
d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$ <i>Div</i>	e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2-1}{2^n}$ <i>Conv</i>	f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{n-1}}{(n-1)!}$ <i>Conv</i>
g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^3+2}$ <i>Div</i>	h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ <i>Conv</i>	i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$ <i>Div</i>
j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n \cdot 3^n}$ <i>Div</i>	k) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$ <i>Conv</i>	l) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)^n}$ <i>Conv</i>
m) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n+1}$ <i>Div</i>	n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 7^n}{n!}$ <i>Conv</i>	o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)!}$ <i>Div</i>

2. Clasificar las siguientes series aplicando el criterio de D'Alambert y si éste no decide aplicar el de Raabe

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)(n+2)}$ <i>Conv</i>	b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(4n-1)}$ <i>Conv</i>	c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(2n)!}$ <i>Div</i>
d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+4}$ <i>Conv</i>	e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n+3}$ <i>Div</i>	f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot 2n}$ <i>Conv</i>

3. Clasificar las siguientes series aplicando el criterio de la raíz o de Cauchy

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{n+1}\right)^n$ <i>Div</i>	b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{3n+2}\right)^{n^2}$ <i>Div</i>	c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ <i>Conv</i>
d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\ln 2}\right)^n$ <i>Div</i>	e) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n^2}$ <i>Div</i>	f) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^3}$ <i>Conv</i>
g) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{\ln n}\right)^n$ <i>Conv</i>	h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n}$ <i>Conv</i>	i) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^2+1}\right)^n$ <i>Conv</i>

C) SERIES DE POTENCIAS – RADIO DE CONVERGENCIA

1. Hallar el radio de convergencia de cada una de las siguientes series de potencias:

$$\begin{array}{lll}
 a) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^n & R=1 & b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^n \quad R=2 \quad c) \quad \sum_{n=0}^{\infty} n! \cdot x^n \quad R=0 \\
 d) \quad \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)^2 x^n & R=1 & e) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} x^n \quad R=1 \quad f) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^{n+1}} x^n \quad R=3 \\
 g) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n!} x^n & R=\infty & h) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cdot e^n}{n+1} x^n \quad R=\frac{1}{e} \quad i) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e}{n+1} x^n \quad R=1 \\
 j) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n 3^{n+1}} x^n & R=6 & k) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(2n)!} \quad R=\infty \quad l) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \quad R=1
 \end{array}$$

2. Serie de Taylor

Desarrollar:

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad f_{(x)} = \ln(x) \quad en \quad a=1 & b) \quad f_{(x)} = \frac{1}{1+x} \quad en \quad a=4 \\
 c) \quad f_{(x)} = \sqrt{x} \quad en \quad a=1 & d) \quad f_{(x)} = e^x \quad en \quad a=1 \\
 e) \quad f_{(x)} = \frac{1}{e^{2x}} \quad en \quad a=\frac{1}{2}
 \end{array}$$

3. Serie de Mac Laurin

Desarrollar:

$$\begin{array}{lll}
 a) \quad f_{(x)} = e^x & b) \quad f_{(x)} = \ln(1+x) & c) \quad f_{(x)} = e^{-x} \\
 d) \quad f_{(x)} = \frac{1}{1-x}
 \end{array}$$