

## CAPITULO 6. Vigas

Corresponde a: Capítulo F "VIGAS Y OTROS MIEMBROS FLEXADOS".  
Proyecto de Reglamento de Estructuras de Acero. CIRSOC.  
Bibliografía: Especificación LRFD – AISC, "Steel Structures" Salmon-Johnson.

### Introducción

El objetivo de este capítulo es el de establecer los estados límites últimos de una viga o elemento flexado. En el Artículo 2.1 del Capítulo 2, se estudia la capacidad resistente de una viga determinada por la plastificación total de la sección. Este constituye por lo tanto, dentro de ciertas condiciones, un estado límite último para el cálculo y verificación de un elemento flexado. Es sencillo comprender, por lo que se estudia en el análisis plástico de estructuras, que el desarrollo de rótulas plásticas (secciones con plastificación total) - en determinadas condiciones - conduce a que las estructuras se transformen en mecanismos. Cuando ello ocurre, se dice que la estructura ha agotado su capacidad resistente o que ha colapsado.

Otros modos de falla o estados límites últimos están determinados, como se estudió en el Capítulo 3, por la posibilidad de pandeo local del ala o del alma de un perfil flexado. Las leyes que rigen este fenómeno de pandeo local pertenecen, como se ha visto, a los casos de inestabilidad de placas. En el estudio de la resistencia de las vigas, las alas y el alma se idealizan como placas que tienen diversas condiciones de vínculo. De manera que algunas de estas fallas locales, el pandeo local prematuro del alma o del ala comprimida, constituyen estados límites últimos porque impiden que la sección más solicitada desarrolle el momento de plastificación total.

Por lo tanto, cuando una viga tiene asegurada su estabilidad lateral – fenómeno que estudiaremos más adelante – por las proporciones de la sección transversal o mediante elementos de arriostramiento del cordón comprimido, la capacidad portante de la misma estará determinada por la esbeltez de los elementos componentes: alas, almas, platabandas, etc. Las características de estos elementos determinan a su vez, el rango del comportamiento de la viga - plástico, anelástico o elástico – y por lo tanto el método aplicable de verificación de la misma como un todo.

Finalmente, cabe mencionar que uno de los fenómenos que más afectan la capacidad portante de una viga es el que se refiere a su *inestabilidad lateral*. Como veremos más adelante, una viga cargada en su plano, simplemente apoyada y con sus secciones extremas impedidas de girar alrededor de su eje longitudinal, puede sufrir, como manifestación de esa inestabilidad, un vuelco lateral (ver Figura 6.1).

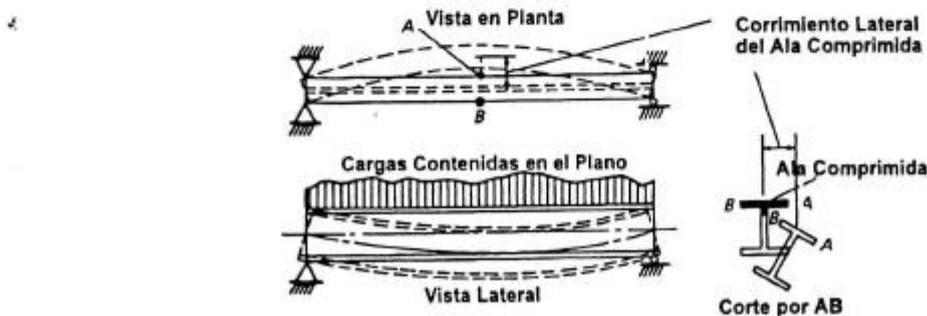


Figura 6.1  
Pandeo Lateral o Vuelco de una viga con carga distribuida contenida  
en el plano de simetría de la sección

Este vuelco, cuyas componentes de desplazamiento están constituidas por desplazamientos verticales, horizontales y giros de las secciones del tramo no arriostrado, debidos a flexión y torsión, constituye también un estado límite último que debe ser verificado. Este tema será desarrollado en este mismo Capítulo en el Artículo correspondiente a Vigas Lateralmente no Arriostradas.

### Vigas Arriostradas Lateralmente

En la Figura 6.2 se muestran los diagramas de tensiones normales correspondientes a una sección de una viga típica de ala ancha, sujeta a momentos flectores crecientes.

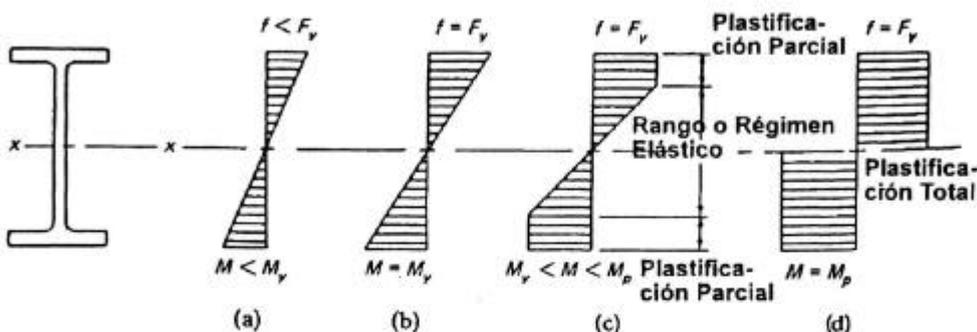


Figura 6.2

La posibilidad, como se ha dicho, de que en la viga se alcance alguno de esos diagramas de tensiones dependerá de la esbeltez de los elementos componentes de la sección.

La capacidad portante de la viga quedará definida dentro de un régimen elástico, identificado por los diagramas a) y b), si los valores de  $f$  indicados constituyen, por ejemplo, las tensiones críticas de abollamiento de las alas. En cambio, la capacidad portante estará definida dentro de un régimen anelástico, diagrama c) si a las esbelteces del ala o del alma le corresponden indistintamente, tensiones críticas próximas o coincidentes con la iniciación de la fluencia. Se podrá alcanzar la plastificación total de la sección, diagrama d), si la tensión de fluencia no constituye una tensión crítica de abollamiento para ningún componente.

No obstante, en este último caso y como se ha mencionado en el Capítulo 3, se requieren esbelteces que permitan una plastificación continua hasta permitir (y asegurar), para satisfacer las hipótesis de un análisis estructural plástico, la formación de rótulas plásticas.

Para tener en cuenta estas consideraciones, la Especificación LRFD propone los siguientes criterios de verificación de vigas exentas de inestabilidad lateral.

Según el Capítulo F – Art. F1.1 de la LRFD, la resistencia  $M_u$  requerida por una viga debe satisfacer, en forma general y como se ha visto en el Capítulo 1, la inequación:

$$\phi_b \cdot M_n \geq M_u \quad (6.1)$$

en donde:

- $\phi_b$  es el factor de resistencia para la flexión  $\phi_b$
- $M_n$  es la resistencia nominal
- $M_u$  es el momento producido por las cargas factoreadas o resistencia requerida.

Para la determinación de la resistencia nominal  $M_n$  de vigas arriostradas lateralmente o lateralmente estables, la Especificación LRFD considera la siguiente clasificación:

### a) Secciones Compactas

Las *secciones compactas* en vigas, según la LRFD, son aquellas secciones que no sólo alcanzan la plastificación total de todas sus fibras sino que también pueden sufrir deformaciones específicas ( $\epsilon > \epsilon_y$ ) relativamente importantes – desarrolladas en un alargado plafón de fluencia - sin estar afectadas por problemas de pandeo o abollamiento local del ala comprimida o del alma.

Para que la plastificación total se produzca, las alas y el alma, como dijimos, deben satisfacer ciertas relaciones ancho/espesor, es decir:

$$\lambda = (b/t) \leq \lambda_p$$

en la que  $\lambda_p$  es el límite superior de la esbeltez de los componentes de la sección para que la misma sea considerada compacta (ver Capítulo 3, Art. 3.2.1).

En la tabla B 5.1 de la Especificación LRFD se dan los valores que corresponden a este límite  $\lambda_p$  (La tabla B5.1 se reproduce al final del Capítulo 3) y que es el siguiente (en el sistema de unidades SI):

$$\text{para las alas es:} \quad \lambda = \frac{b_f}{2t_f} \quad \text{y} \quad \lambda_p = 0.38 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (6.2)$$

$$\text{para el alma es:} \quad \lambda = \frac{h_w}{t_w} \quad \text{y} \quad \lambda_p = 3.76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (6.3)$$

En el caso de las secciones compactas la resistencia nominal estará dada, como hemos visto en el Capítulo 2, por:

$$M_n = M_p$$

en la que:

$$M_p = Z \cdot F_y \quad \text{el momento plástico} \quad (6.4)$$

$Z$  el módulo plástico de la sección.

$F_y$  la tensión de fluencia especificada.

Según la especificación, el momento nominal  $M_n$  debe también satisfacer la condición:

$$M_p \leq 1.5 \cdot S \cdot F_y$$

en la que  $S$ : es el módulo resistente de la sección.

Esta relación tiene por finalidad limitar las deformaciones plásticas de aquellas secciones cuyo factor de forma  $k$  (ver Capítulo 2) es mayor que 1.5.

### b) Secciones no compactas

La resistencia nominal

$$M = M_r = (F_y - F_r) \cdot S \quad (6.5)$$

es el momento disponible cuando se alcanza en la fibra extrema la tensión  $F_y$ , pero teniendo presente la existencia previa de tensiones residuales  $F_r$ .

Para alcanzar esta resistencia las esbelteces  $\lambda$  de las alas y almas deben ser  $\lambda_r$ , de tabla B 5.1.

Estas esbelteces se obtienen a partir de la tensión crítica ideal.

$$F_{cr} = k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot (b/t)^2} \quad (6.6)$$

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2) \cdot F_y}} = \sqrt{\frac{k \cdot \pi^2 \cdot 29000}{12 \cdot (1 - 0,3^2) \cdot F_y}} =$$

$$\frac{b}{t} = 161,9 \sqrt{\frac{k}{F_y}} \quad (6.7)$$

para almas  $k$  es como mínimo 23,9, debido a la restricción provista por la alas, Basler y Thürlimann recomiendan  $k=35,9$

$$\frac{b}{t} = \sqrt{\frac{970}{F_y}} = \lambda_r$$

para alas

$$\frac{b}{t} = 161,9 \sqrt{\frac{0,425}{F_y}} = \frac{106}{\sqrt{F_y}} \quad (6.8)$$

considerando  $k=0,425$  para

la norma adopta:

$$\lambda_r = \frac{106}{\sqrt{F_y - 16,5}} \quad \text{para vigas soldadas,} \quad (6.9)$$

$$\lambda_r = \frac{141}{\sqrt{F_y - 10}} \quad \text{para secciones laminadas.} \quad (6.10)$$

En ambos casos se restan de  $F_y$ , las tensiones residuales correspondientes.

### c) Secciones parcialmente compactas

Vigas lateralmente estables de secciones parcialmente compactas, son las que tienen elementos con esbelteces  $\lambda = b/t$  comprendidas entre  $\lambda_r$  y  $\lambda_p$ . Su resistencia nominal está en el Apéndice F, Art. F1.(b) de la LRFD y resulta de una interpolación lineal entre  $M_p$  y  $M_r$ .

$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \cdot \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \leq M_p \quad (6.11)$$

La esbeltez  $\lambda$  es la que corresponde al ala o al alma de la sección y está dada por:

$$\lambda = \frac{b_f}{2 \cdot t_f} \quad \text{para las alas}$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} \quad \text{para el alma}$$

Los valores restantes incluyendo  $\lambda_r$  y  $\lambda_p$  ya han sido definidos.

#### d) Secciones esbeltas

Cuando las relaciones  $\lambda = b/t$  ó  $h/t$  exceden los valores  $\lambda_r$ , se consideran secciones esbeltas. Si para el ala  $\lambda > \lambda_r$  se calculará según el apéndice B 5.3 y si las almas tienen  $\lambda > \lambda_r$  según el apéndice G. Estos casos se considerarán en el capítulo de vigas armadas (plate girders).

#### Resistencia de secciones I sometidas a momento uniforme

La máxima resistencia de una sección está dado por el  $M_p$ . Esta resistencia puede ser limitada por el pandeo local de los elementos de ala o alma como se discutió anteriormente. También el pandeo lateral-torsional es un estado límite que puede controlar la resistencia de la viga.

Se alcance o no el momento plástico  $M_p$ , la falla puede producirse de las siguientes formas:

- 1) Pandeo local del ala comprimida
- 2) Pandeo local del alma
- 3) Pandeo lateral torsional

En la Figura 6.2.1 se muestra el comportamiento de viga (según Yura, Galambos y Ravindra) que se divide en tres categorías.

- 1) Se alcanza el momento plástico  $M_p$  y la sección debe tener gran capacidad de rotación o de deformación específica como se muestra en la figura 6.2.2
- 2) Comportamiento inelástico (entre curvas 2 y 3 de la Figura 6.2.1) donde la resistencia está afectada por las tensiones residuales y puede no alcanzarse  $M_p$  a causa de una rigidez inadecuada del alma o ala para permitir el desarrollo de las deformaciones específicas de compresión sin que ocurra el pandeo local, o un arriostamiento lateral inadecuado para alcanzar  $M_p$ . En esta categoría toda o parte de la sección es inelástica, pero con capacidad de deformación inadecuada.

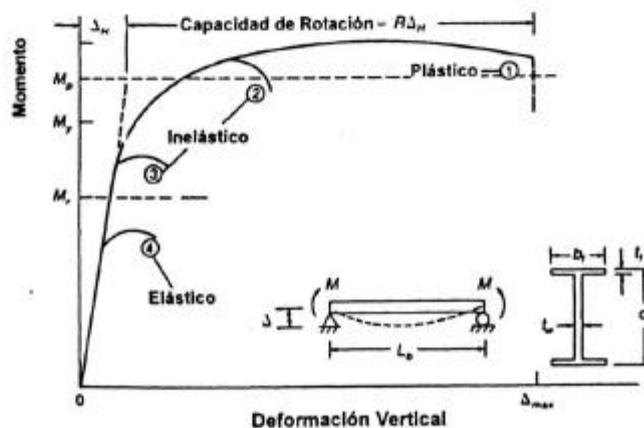


Figura 6.2.1 - Comportamiento de una Viga (de Yura, Galambos y Ravindra)

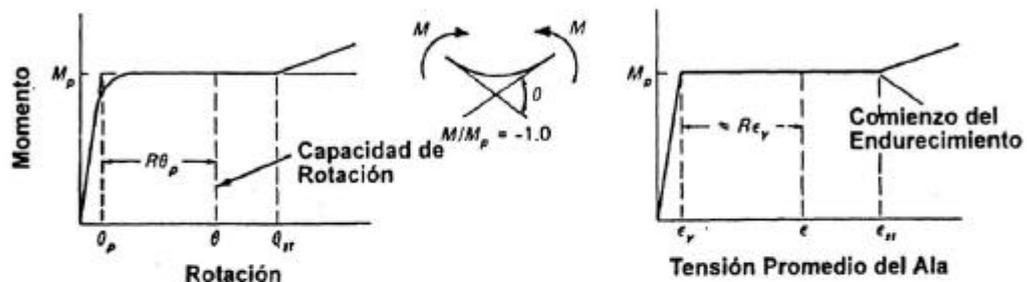
- 3) Comportamiento elástico, donde la resistencia a la flexión es controlada por el pandeo elástico lateral o local del ala o alma.

La mayoría de las secciones  $W$  tienen  $b_f / 2.t_f$  y  $h_c / t_w$  suficientemente bajas, tal que se categorizan como compactas. Para tales casos, el que puedan alcanzar  $M_p$  depende de la longitud no arriostrada  $L_b$ .

## Vigas Lateralmente no Arriostradas

### Inestabilidad lateral de vigas en período elástico

Si bien el tema está extensamente tratado en la bibliografía, será útil que se haga aquí el planteo del problema de la estabilidad elástica de una viga cargada con pares extremos. El objetivo de este



**Figura 6.2.2 - Requerimientos de deformación para el desarrollo de la resistencia plástica**

planteo, como en todos los problemas de inestabilidad, es la determinación, para un particular estado de cargas, de la carga crítica de pandeo correspondiente, que por definición, es la que retiene a la barra en una posición deformada impuesta, de equilibrio indiferente. Con este objeto, se estudiará una viga en equilibrio sujeta a un par de pares extremos, a la cual se le impone una deformación (perturbación) adicional a la que le corresponde por flexión debida a los pares y compatible con sus condiciones de vínculo. Esa perturbación consistirá en una flexión lateral acompañada por una rotación alrededor del eje longitudinal de la barra. Para el análisis del equilibrio en su posición deformada, estableceremos las siguientes hipótesis de estudio:

- 1) La viga de sección doble T, está simplemente apoyada con horquillas colocadas en sus extremos, de modo que éstas impidan el giro de las secciones extremas alrededor del eje longitudinal de la barra. No obstante, esas secciones podrán girar alrededor de sus ejes principales (alabeo libre).
- 2) Los vectores que representan los pares extremos que constituyen el estado de cargas, son perpendiculares al plano de simetría de la barra y no modifican su dirección (coincidente en este caso, con el eje x-x) durante la deformación impuesta.
- 3) El material tiene un módulo elástico lineal e indefinido y es isótropo y homogéneo. Validez de las hipótesis de Navier – Bernoulli.
- 4) Las deformaciones son muy pequeñas:  $\frac{du}{dz}, \frac{dv}{dz} \ll 1$
- 5) El plano de simetría de la sección es matemáticamente plano, la barra no tiene tensiones residuales, ni deformaciones iniciales de ninguna naturaleza.

De acuerdo al esquema estático alcanzado, el esfuerzo característico en una sección genérica ubicada a la distancia  $z$ , es el momento flexor  $M_o$  con su vector orientado en la dirección  $x$ . En el baricentro de dicha sección supondremos aplicada una terna acompañante  $x'$ ,  $y'$  y  $z'$ . Bajo ese estado de cargas la barra habrá alcanzado una posición de equilibrio cuya elástica vertical es  $v(z)$ . Si a partir de ese instante se le impone a la viga una perturbación materializada por  $u(z)$  y  $\phi(z)$ , el vector  $M_o$  aplicado en el baricentro de la sección desplazada, admitirá tres componentes orientados según los ejes de la terna local  $x'$ ,  $y'$  y  $z'$ .

Estas tres componentes constituyen esfuerzos característicos de segundo orden que pueden ser calculados mediante los cosenos directos del recuadro de la Figura 6.3.

$$\begin{aligned} M_x &= M_o \\ M_{y'} &= -M_o \cdot \phi \\ M_{z'} &= -\frac{du}{dz} \cdot M_o \end{aligned}$$

De acuerdo a la dirección que presentan los tres vectores determinados, dos de ellos -  $M_x$  y  $M_{y'}$  - representan momentos flexores según los ejes  $x'$  e  $y'$ , y  $M_{z'}$  representa el momento torsor correspondiente a la sección en análisis.

En estas condiciones podemos escribir, para los tres esfuerzos característicos de segundo orden, las ecuaciones de equivalencia o equilibrio interno de la sección genérica estudiada. No obstante, por simplicidad y en virtud de la hipótesis de las pequeñas deformaciones, consideraremos que los radios de curvatura contenidos en los planos de la terna global son coincidentes con los de la terna local, de esta manera:

$$\frac{d^2 u'}{dz'^2} \approx \frac{d^2 u}{dz^2} \quad \text{y} \quad \frac{d^2 v'}{dz'^2} \approx \frac{d^2 v}{dz^2}$$

las ecuaciones de equivalencia pueden ser escritas como:

$$E \cdot I_{x'} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} = M_x \quad (6.12)$$

$$E \cdot I_{y'} \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} = -M_{y'} \quad (6.13)$$

Para el tercer esfuerzo  $M_{z'}$  corresponde el esfuerzo interno debido a la torsión forzada (ver Capítulo 5; Art. 3, *Torsión Forzada*...):

$$G \cdot J \cdot \phi' - E \cdot I_{\omega} \cdot \phi''' = \frac{dM}{dz} \quad (6.14)$$

Remplazando los valores de los momentos en segundo orden, podemos escribir:

$$\left\{ \begin{aligned} E \cdot I_{x'} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} &= M_o \end{aligned} \right. \quad (6.15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} E \cdot I_{y'} \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} &= -M_o \cdot \phi \end{aligned} \right. \quad (6.16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} G \cdot J \cdot \phi' - E \cdot I_{\omega} \cdot \phi''' &= -\frac{du}{dz} \cdot M_o \end{aligned} \right. \quad (6.17)$$

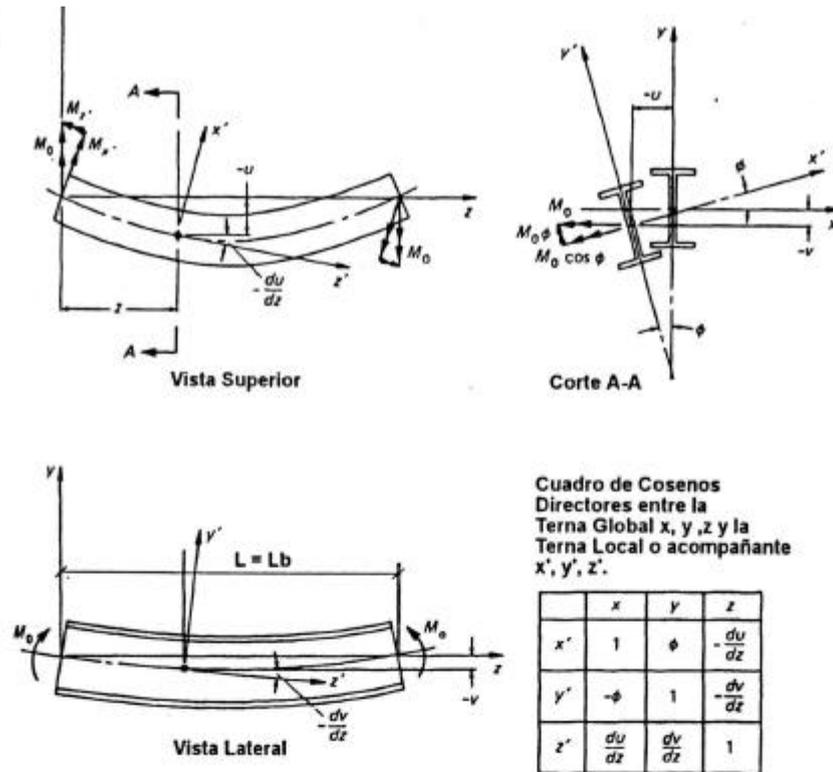


Figura 6.3  
Viga con sección doble T, referida a la terna global  $x, y$  y  $z$ , deformada y en equilibrio bajo la acción de los pares extremos  $M_o$ .

Se obtiene así un sistema de tres ecuaciones diferenciales con tres incógnitas:  $u$ ,  $v$  y  $\phi$ . La primera ecuación es una ecuación independiente en  $v$  y constituye la ecuación diferencial de la elástica vertical de la viga. En cambio, las dos ecuaciones siguientes constituyen un sistema de dos ecuaciones dependientes en  $u$  y  $\phi$  cuya solución nos conduce (ver Timoshenko-Gere, OC) a:

$$M_o = M_{cr} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\left(\pi \frac{E}{L_b}\right)^2 C_w I_y + E I_y G J} \quad (6.18)$$

Teniendo en cuenta las hipótesis iniciales, esta ecuación debe considerarse:

- 1) Válida sólo para pares extremos y cuando dichos extremos tienen impedido el giro alrededor del eje de la barra.
- 2) Que el momento crítico obtenido constituye un valor ideal y es válido sólo hasta la tensión de proporcionalidad (Hipótesis de módulo elástico lineal indefinido) fijada en  $F_L = F_y - F_r$ .
- 3) Que se deberá tener en cuenta, no en este caso particular, la posición relativa de la carga - ubicada sobre el eje de simetría - respecto del baricentro.
- 4) Que en el caso analizado, la longitud  $L$  de la viga coincide con la distancia entre arriostramientos  $L_b$ . Naturalmente, será esta longitud  $L_b$  la que deberá tenerse en cuenta para determinar las condiciones críticas de una viga.

A pesar de estas limitaciones, la expresión de  $M_{cr}$  obtenida constituye un elemento fundamental dentro de la Especificación LRFD para determinar los momentos nominales  $M_n$  de los elementos

flexados no arriostrados. Por otra parte, el estado de carga debido a pares extremos constituye, desde el punto de vista de la inestabilidad lateral de las vigas, la peor sollicitación.

No obstante, para tener en cuenta estados de cargas distintos al constituido por el par de pares o diagrama de momentos uniforme, se recurre a un concepto de *carga equivalente*. Con ese objeto el momento nominal que corresponde al par de pares, se lo multiplica por un coeficiente  $C_b \geq 1$  que depende del estado de cargas actuante en la longitud no arriostrada de la viga: *el momento nominal de un estado de cargas arbitrario, será  $C_b$  veces el que le corresponde a una viga con momento uniforme*. La expresión para el cálculo del coeficiente  $C_b$  fue actualizado en la última versión de la Especificación LRFD, a partir de investigaciones realizadas por Nethercot (*Nottingham University*) y se le asigna el valor de:

$$C_b = \frac{12.5 \cdot M_{m\acute{a}x}}{2.5 \cdot M_{m\acute{a}x} + 3 \cdot M_A + 4 \cdot M_B + 3 \cdot M_C} \quad (6.20)$$

en la cual:

$M_{m\acute{a}x}$ : es el máximo momento flexor en valor absoluto del tramo no arriostrado (puede estar ubicado en cualquier sección del tramo).

$M_A$ : es el valor absoluto del momento flexor en el cuarto de longitud del tramo no arriostrado.

$M_B$ : es el valor absoluto del momento flexor en la mitad de la longitud del tramo no arriostrado.

$M_C$ : es el valor absoluto del momento flexor en los tres cuartos de longitud del tramo no arriostrado.

En el caso en que una viga, por ejemplo, estuviera arriostrada en los tercios de su longitud, habrá que analizar cada uno de los tres tramos en que está subdividida aplicando el criterio expuesto. Para aclarar ideas, se considera que una sección está arriostrada si el desplazamiento del cordón comprimido está impedido o bien si está impedido el giro de la misma. La distancia  $L_b$  es la distancia entre dos secciones arriostradas contiguas.

En la Figura 6.4 se indica, a manera de ejemplo, la variación del momento nominal  $M_n$  en función de longitud no arriostrada de un perfil W. Se ilustra el caso de la viga, sometida a momento uniforme  $C_b=1$  y también cómo se modifica su capacidad portante cuanto la variación del momento flexor es lineal, con  $C_b=1.25$ . Para otros estados de carga, diferentes al que corresponde un momento uniforme, el momento crítico nominal elástico estará dado por:

$$M_n = M_{cr} = C_b \cdot \frac{\pi}{L_b} \sqrt{\left(\pi \frac{E}{L_b}\right)^2 C_w I_y + E I_y G J} \quad (6.21)$$

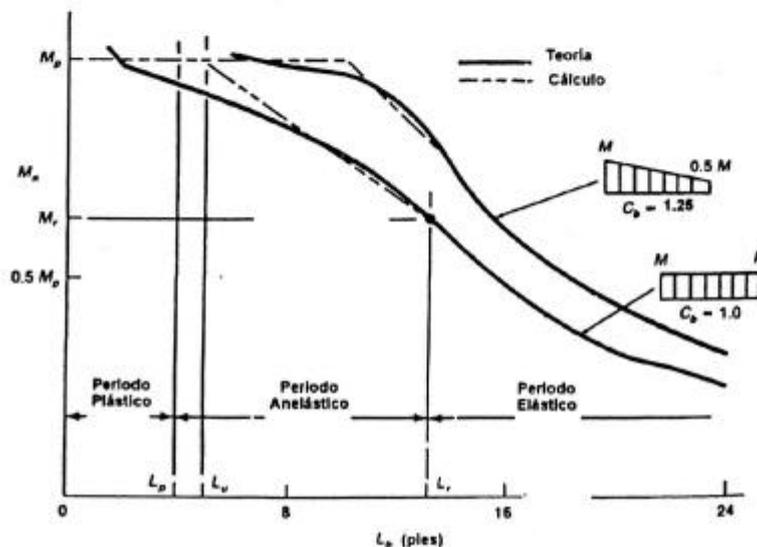
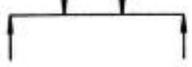
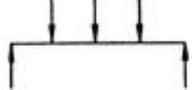
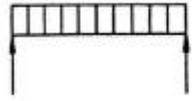


Figura 6.4

En la Tabla 4-1 que se reproduce en esta página, la Especificación LRFD da valores de  $C_b$  obtenidos con la expresión (6.20) para distintos estados de cargas y condiciones de arriostramiento, en vigas simplemente apoyadas.

Tabla 4-1 Valores de $C_b$ para Vigas Simplemente Apoyadas		
Cargas	Arriostramiento Lateral a lo largo del Tramo	$C_b$
	No Arriostrada	1.32
	En las Secciones de Cargas Aplicadas	1.67
	No Arriostrada	1.14
	En las Secciones de Cargas Aplicadas	1.67
	No Arriostrada	1.14
	En las Secciones de Cargas Aplicadas	1.67
	No Arriostrada	1.14
	En la Sección media	1.30

Utilizando la ecuación (6.21) podemos determinar la longitud no arriostrada  $L_b=L_r$  correspondiente al límite elástico  $F_L$  del acero seleccionado.

$$M_n = M_{cr} = S_x \cdot F_L = C_b \cdot \frac{\pi}{L_r} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot E}{L_r}\right)^2 \cdot C_w \cdot I_y + E \cdot I_y \cdot G \cdot J} \quad (6.21)$$

haciendo conservadoramente,  $C_b=1$  despejamos de aquí  $L_r$ :

$$L_r = \frac{r_y \cdot \pi}{S_x (F_y - F_r)} \sqrt{\frac{E \cdot G \cdot J \cdot A}{2} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G \cdot J}\right)^2 (F_y - F_r)^2}}} \quad (6.22)$$

escribiendo en forma compacta:

$$X_1 = \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E \cdot G \cdot J \cdot A}{2}} \quad (6.23)$$

$$X_2 = 4 \cdot \frac{C_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G \cdot J}\right)^2 \quad (6.24)$$

se obtiene la ecuación F1-6 del LRFD:

$$L_r = \frac{r_y X_1}{(F_y - F_r)} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 \cdot (F_y - F_r)^2}} \quad (6.25)$$