

# ESTUDIO DE CINEMÁTICA Y DINÁMICA DE PARTÍCULAS CON SIMULACIONES COMPUTACIONALES

Autor: Hugo A. Kofman

## CONTEXTO GENERAL

Algunos especialistas sostienen que la aplicación de la computadora a la enseñanza no ha producido el impacto esperado desde hace más de una década. Esta percepción condujo a un análisis acerca de cómo se estaba utilizando este recurso tecnológico, cuales eran las dificultades que se presentaban, y qué cambios había que introducir para que algunos interesantes resultados parciales pudieran potenciarse y proyectarse a un ámbito masivo.

Para el caso de la enseñanza de las ciencias, en las cuales resulta relevante el cambio conceptual, se tendió a dejar de lado los programas tutoriales, en los cuales el control del proceso lo tenía la máquina, operando bajo una metodología conductista. En cambio, se privilegiaron los programas exploratorios, en los que los alumnos retienen el control de su aprendizaje y toman las decisiones para dar respuestas a determinadas situaciones problemáticas. Esta modalidad está basada en el constructivismo y está demostrando adecuarse más a la enseñanza de disciplinas como la física, la química o la matemática.

En ese sentido, se debe hoy hablar de desarrollo de “ambientes de aprendizaje apoyados por el computador”, en los cuales se tenga en cuenta que el aprendizaje debe ser concebido como acumulativo, autorregulado por el alumno, dirigido a alcanzar metas en aprendizajes significativos, colaborativo, y asumiendo que debe tener procesos y logros individualmente diferentes (Erik De Corte, 1996).

La motivación intrínseca, definida como “*la voluntad a involucrarse en la actividad por si misma*” (Larkin y Chabay, 1996) y no por influencia de factores externos, cumple en este contexto una importante función. Las tres condiciones que la determinan, según Larkin y Chabay: Desafío, Curiosidad y Control, pueden lograrse mediante el planteamiento de la situaciones problemáticas que se deben resolver, la inclusión de situaciones paradójicas y la modalidad exploratoria adoptada. La funcionalidad, el manejo intuitivo de las pantallas interactivas y las prestaciones gráficas del software deben colaborar en ese mismo sentido.

Todo esto resulta efectivo en la medida que sea tomado por el docente, de quien depende en definitiva el éxito de cualquier metodología innovadora. Para eso, es necesario partir del problema pedagógico y aportar una propuesta que apunte a resolverlo, lo cual implica una integración del software como parte de la currícula.

## EL PROBLEMA DEL MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS LIBRES

El presente estudio está limitado a movimientos de cuerpos no vinculados en cercanías de la superficie terrestre, con el objetivo de centrar la atención en situaciones sumamente comunes en la vida cotidiana, y otras con algunas implicancias tecnológicas. Pueden incluirse en este contexto a la caída de un vaso, de una pluma, de una gota de lluvia, el lanzamiento de un paracaidista y el del movimiento de proyectiles a baja o alta

velocidad. Como situaciones paradójicas se podrían mencionar a las pequeñas gotitas de agua que forman las nubes o el polvo atmosférico, que aparentemente no caen.

Las dificultades matemáticas que resultan de la inclusión de la fuerza resistente del aire, hacen que los textos corrientes de Física limiten los ejemplos sólo a casos en los que la misma se puede despreciar. De esta forma se trabaja con un modelo físico ideal que es sumamente limitado y que no alcanza para explicar innumerables fenómenos de la vida cotidiana.

Esta manera de tratar el tema, en la cual no se discuten siquiera los criterios de aplicación del modelo ideal, genera en los estudiantes una falsa idea acerca de estos fenómenos físicos, de manera que tiende a utilizar ese modelo en cualquier situación. Muchas veces no son siquiera conscientes de que están utilizando solo un modelo del sistema físico. Por ejemplo, Los alumnos adquieren la idea que la trayectoria del movimiento de un proyectil tiene siempre forma parabólica y que el alcance máximo se da para un ángulo de lanzamiento de  $45^\circ$ , lo cual es cierto sólo en el vacío.

Sin embargo, las dificultades matemáticas que resultan de introducir una fuerza resistente del aire, proporcional al cuadrado de la velocidad, no son tales para una computadora, y de esa forma se podría acceder a un modelo más cercano a la realidad. De esta forma, se podría entender por qué Galileo realizó sus experiencias de caída libre con esferas metálicas voluminosas para demostrar la constancia de la aceleración, dado que una esfera de madera de igual tamaño tendría menor tamaño. También se podría entender la supuesta estabilidad de la niebla o el polvo atmosférico.

Por otra parte, resulta importante que el alumno entienda que de un mismo sistema físico se pueden hacer distintos modelos y que los mismos pueden ser más o menos útiles, en función de los parámetros utilizados. La incorporación de estos contenidos, de gran significación en la enseñanza de la Física, resulta accesible gracias a la posibilidad de comparar simulaciones basadas en distintos modelos.

## **LAS DIFICULTADES EXPERIMENTALES**

Realizar experiencias, con observaciones y mediciones, resulta muy difícil para este tipo de sistema mecánico, en particular si se pretende cubrir un amplio rango de variación de los parámetros. Para una velocidad inicial de unos pocos metros por segundo, el espacio del laboratorio resulta insuficiente. Esto introduce una fuerte limitación, ya que muchos fenómenos y características del movimiento se aprecian con velocidades y distancias muy superiores.

Además, para realizar mediciones a nivel de laboratorio, particularmente en dos dimensiones, se requiere de material relativamente sofisticado, más aun si se desea trabajar también bajo vacío para realizar comparaciones.

Esas dificultades experimentales justifican la realización de una simulación.

## **PRESTACIONES DEL PROGRAMA**

Con “Movimiento de partículas libres” se puede dejar caer o lanzar cuerpos. Los mismos pueden ser de formas, tamaños y materiales diversos. La experiencia puede hacerse en el vacío o en el aire. En este último caso es posible incorporar viento. Se eligen el punto de lanzamiento, la velocidad y el ángulo inicial. Las trayectorias quedan dibujadas en pantalla con puntos de distintos colores (figura 1). Clickeando sobre los

puntos que se desee, se grafican los vectores Velocidad y Aceleración, y aparece en pantalla una tabla con los valores instantáneos correspondientes.

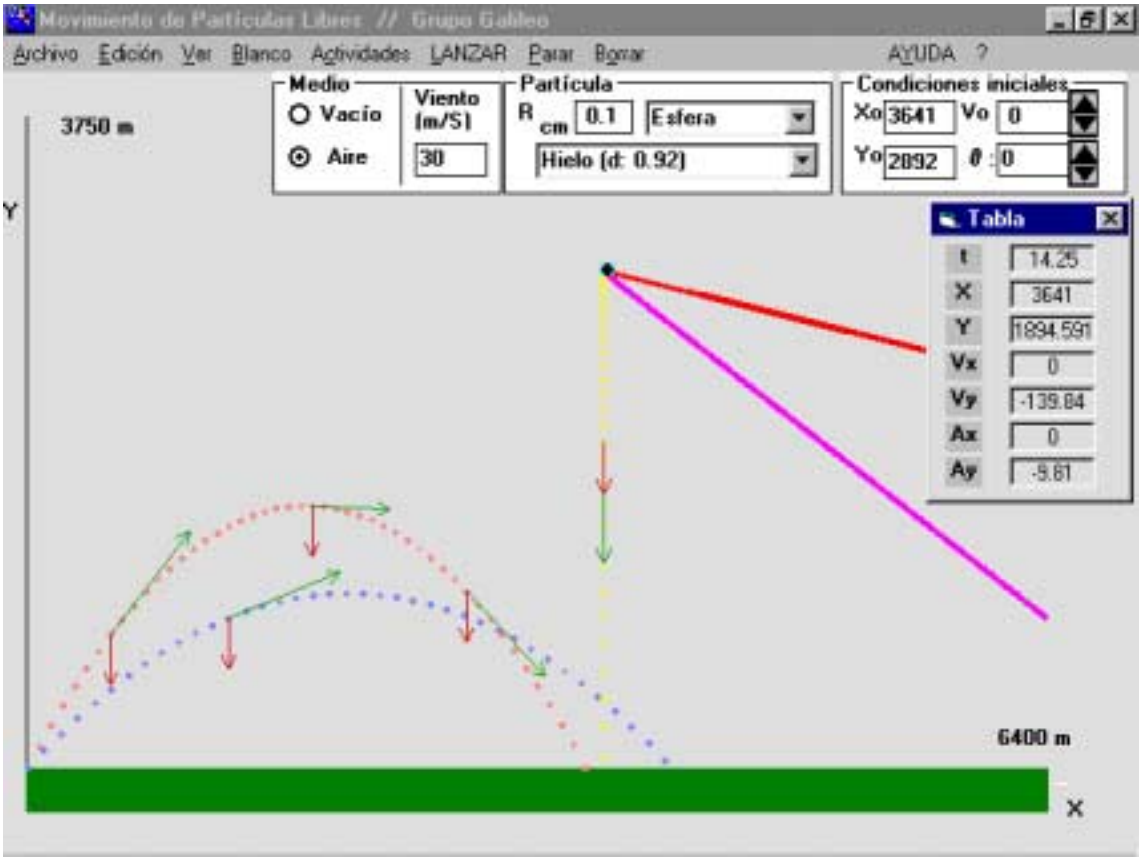


Figura 1

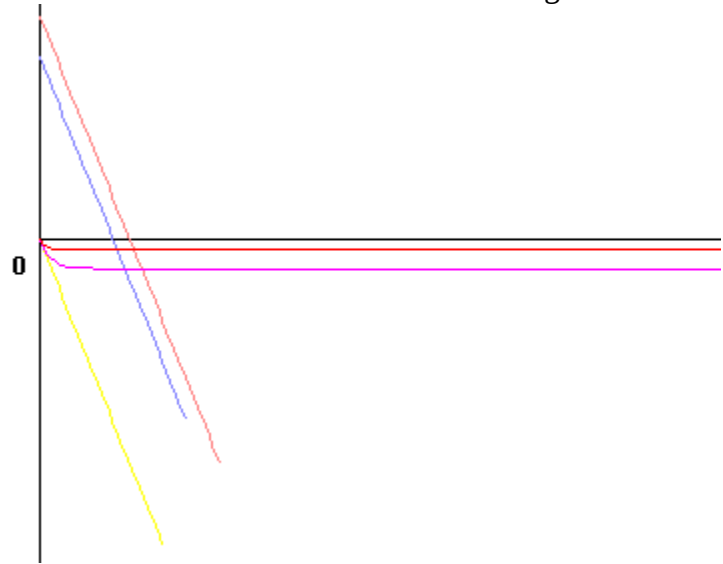


Figura 2

En la pantalla han quedado representados los siguientes movimientos:

Rosado: Lanzamiento en el vacío con 60° de ángulo inicial.

Celeste: Idem, con 45°.

Amarillo Claro: caída libre en el vacío

Violeta: partícula muy pequeña que cae con viento lateral.

Rojo: Idem con mayor viento.

Se accede a gráficas y tablas de valores que dan las posiciones y velocidades (en cada dimensión) en función del tiempo (Figura 2). También se tabulan las alturas y alcances máximos.

En una ventana se explicita el modelo y el método de cálculo.

Desde el menú Archivo se puede habilitar la opción de Documentar Sesión, lo cual permite realizar luego un seguimiento de las actividades desarrolladas por los alumnos.

## MODELO DE FRICCIÓN CON EL AIRE

Se considera un régimen turbulento, en el cual la fuerza resistente ( $F_r$ ) es proporcional al cuadrado de la velocidad, proporcional a la densidad del aire ( $d$ ), al área del proyectil ( $S$ : área proyectada, perpendicular a la velocidad), y a un Factor de Forma ( $K$ ), que en el caso de una esfera vale 0.4 y en el de una bala es 0.2.

$$F_r = \frac{K \cdot d \cdot S \cdot v^2}{2} \quad d = 0.0013 \text{ g/cm}^3$$

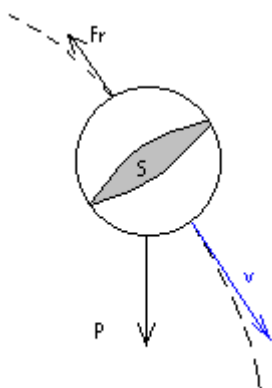


Fig. 3

$F_r$ : Fuerza resistente del aire

Proporcional a:

- $S$  (cuadrado del radio)
- Cuadrado de  $v$
- $K$  (constante de forma)
- $d$  (densidad del aire)

$P$ : Fuerza gravitatoria

Proporcional a:

- Volumen (cubo del radio)
- Densidad del material

$v$ : Velocidad

## **METODO DE CALCULO**

Se aplica el método de Euler, en el cual se discretizan las variables Tiempo, Fuerza, Aceleración, Velocidad y Posición.

Se comienza con el cálculo de las fuerzas, según el esquema visto mas arriba, con la misma se calcula la aceleración (segunda ley de Newton), luego se incrementa la velocidad y finalmente la posición.

Este procedimiento se reitera hasta finalizar.

Si bien el cálculo se realiza con proyecciones en dos dimensiones, se lo puede explicar mas facilmente en una. Para ello consideremos la caída de un cuerpo en aire desde el reposo:

- 1) Calcular masa, area y asignar variables iniciales:  
 $K$ ,  $dt$ ,  $v = 0$ ,  $Y = (\text{valor de altura inicial})$
- 2) Repetir:  
 $a = (\text{Sumatoria de Fuerzas})/m$   
 $v = v + a \cdot dt$   
 $y = y + v \cdot dt$   
graficar, guardar valores para tabla
- 3) Volver a 2 hasta que se llegue a  $y = 0$

El método utilizado provee de una aproximación suficiente para nuestros propósitos. Si se quisiera mayor exactitud, se podrían utilizar otros métodos, como el de Runge Kutta por ejemplo.

## **OTRAS POSIBILIDADES QUE BRINDA EL SOFTWARE**

En el programa se incluye asimismo la posibilidad de incorporar un “blanco”, el que puede ser fijo o móvil. Se trata de lograr la colisión de la partícula con ese objeto, mediante la fijación correcta de los parámetros.

Se incluyen dos propuestas de actividades: un trabajo práctico y una lista de problemas.

Resulta posible obtener un registro de las distintas simulaciones que se realizan en una sesión de trabajo, las cuales quedan grabadas en archivos de texto (.log), función que puede ser aplicada al análisis de modelos mentales u otros estudios pedagógicos.

Se maneja a través de un menú y se puede acceder a una ayuda hipertexto.

La programación está hecha en Visual Basic.

## **LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

La aplicación del programa está basada en una serie de situaciones problemáticas, bajo la forma de un trabajo práctico, de manera que los alumnos definan las experiencias que deben realizar para facilitar sus respuestas.

Se trata de promover un trabajo cooperativo de dos o tres alumnos que trabajan en cada máquina, asistidos por el docente, y realizar una discusión posterior enriquecedora, en la que se confronten las conclusiones de los distintos grupos.

Las situaciones problemáticas están basadas en cuestiones relacionadas a la vida cotidiana, y también a interpretaciones sobre los modelos utilizados para describir los movimientos. La guía de Trabajo Práctico que se incluye en el programa, puede ser modificada por el docente, para adecuarla a su entorno particular de aprendizaje, y/o a medida que la experiencia con los alumnos le indique. La siguiente, corresponde al material que actualmente se aplica con alumnos de Física I de nivel universitario.

## **GUIA DE ACTIVIDADES: MOVIMIENTO DE PARTICULAS LIBRES**

### **TEMA 1: Estudio del modelo ideal.**

#### **1.1 : Caída Libre en ausencia de fricción del aire**

##### **1.1.1. Problema 1:**

Un niño se asoma por el borde del balcón del piso octavo. Por descuido desplaza un ladrillo suelto, el que cae al vacío. Por fortuna no hay nadie abajo.

Un estudiante, que observa la escena, comenta a otro que si el ladrillo hubiera caído desde el piso 16, hubiera tardado el doble de tiempo en llegar al suelo; y que además, la velocidad con que llegaría sería también el doble. El segundo estudiante apuesta al primero que sus afirmaciones son falsas, y que en los cálculos habría que elevar algo al cuadrado o calcular alguna raíz cuadrada, no sabe bien.

Como no disponen de las fórmulas de cálculo, y no cuentan con instrumentos para medir las variables en juego, deciden dilucidar la controversia a través de una simulación por computadora.

Determine quien tenía razón.

##### **1.1.2. Problema 2:**

Desde cierta altura ( $h_1$ ) se deja caer un objeto, que llega al suelo en cierto tiempo ( $t_1$ ), con cierta velocidad ( $v_1$ ). Se desea saber desde qué altura se lo debe dejar caer para que:

- a) Llegue al suelo en el doble de tiempo.
- b) Llegue al suelo con el doble de velocidad.

En cada caso, encuentre una expresión general en base a la simulación y justifíquela con las ecuaciones correspondientes.

##### **1.1.3. Descripción General**

En el movimiento de caída libre, llamamos “modelo ideal” a aquel que desprecia todas las fuerzas, salvo la de gravedad. Esta, para alturas no muy grandes, se considera constante. Nos interesa en estos casos lograr una descripción cuali y cuantitativa de este movimiento, hallando todas las relaciones posibles entre las magnitudes extremas. Le proponemos alcanzar este objetivo utilizando una simulación en computadora. Tenga en cuenta que la simulación está realizada con un método numérico que no provee resultados “exactos”.

## 1.2 : Movimiento de proyectiles en ausencia de fricción del aire

### 1.2.1. Problema 1:

Dos estudiantes discuten sobre el tiempo que tardaría en llegar al suelo un proyectil que simplemente se deja caer desde cierta altura, en relación al tiempo que tardaría si se lo arrojara desde la misma altura en dirección horizontal. Uno de ellos opina que ambos llegarían en el mismo tiempo, mientras que el otro asegura que el último tardaría mas tiempo en llegar al suelo dado que debe recorrer una mayor distancia por su trayectoria parabólica. Deciden finalmente dilucidar la controversia mediante la simulación por computadora.

Determine quien tiene razón.

### 1.2.2. Problema 2:

Dos atletas lanzadores de bala discuten acerca del ángulo de lanzamiento que resulta más conveniente a fin de alcanzar la máxima distancia con el proyectil. Como no se ponen de acuerdo, deciden recurrir a una simulación para estudiar el fenómeno.

Determine que resultado pueden haber hallado.

### 1.2.3. Descripción General.

Le proponemos realizar un estudio similar al de caída libre (1.1.3) para el caso de proyectiles que son lanzados en diferentes direcciones y con distintas velocidades iniciales. Esto implica hallar todas las relaciones que se puedan, anotar las particularidades que se observen, indicar como influyen cada una de las condiciones iniciales, etc.

## TEMA 2: Validez del modelo ideal, causas del alejamiento del mismo.

### 2.1.Problema 1:

Un estudiante escucha por la radio que el pronóstico meteorológico anuncia granizo y que las nubes tienen una altura aproximada a los 2000 metros. Toma una fórmula de su carpeta y calcula la velocidad con que llegarían al suelo las partículas de hielo:

$$v = \sqrt{2 * g * h} = \sqrt{2 * 9.81 * 2000} = 198 \text{ m / s}$$

El estudiante se sorprende bastante de este resultado, ya que el valor es muy elevado, incluso del orden de la velocidad del sonido (320 m/s). Decide hacer un cambio de unidades, para ubicarse mejor basándose en experiencias conocidas. Encuentra que  $v = 713 \text{ Km/h}$  ! : La velocidad con que vuelan ciertos aviones a reacción.

Decide consultar a su profesor de Física, quien le entrega un software para que realice una simulación del fenómeno.

Determine la respuesta que puede haber hallado.

## 2.2. Problema 2:

Determine si las respuestas halladas para los problemas (1) de caída libre y (1) y (2) de movimiento de proyectiles, ambas en condiciones ideales, serían válidas o no, en caso de tenerse en cuenta la fricción del aire.

## 2.3. Descripción General:

En los problemas de caída libre y lanzamiento de proyectiles, es frecuente utilizar las expresiones cinemáticas que se deducen de considerar una aceleración constante ( $g$ ). Se sabe por otra parte que este modelo “ideal” tiene limitaciones en la práctica. Nos interesa, precisamente, encontrar el ámbito de aplicación del modelo, o sea: formular los criterios cuali y cuantitativos que nos permitan decidir en que casos es válido utilizarlo. Le proponemos alcanzar ese objetivo utilizando una simulación en computadora. Para ello, puede establecer los parámetros de aproximación o hipótesis que considere conveniente. Tenga en cuenta que la simulación está realizada con un método numérico que no provee resultados “exactos”. Como tarea adicional, se pide una descripción cualitativa del movimiento en condiciones reales bajo distintas condiciones.

2.4. Resuelto el problema anterior, le proponemos determinar las explicaciones dinámicas de los alejamientos del modelo ideal. El programa contiene la información necesaria para ello.

2.5. ¿ Podría explicar la relativa estabilidad de la niebla, las nubes o el polvo atmosférico?