

■

Microeconomía I. Exámenes viejos (temas de la segunda parte)

Enrique Kawamura

June 26, 2009

Primavera 1999 (UdeSA)

1. Un monopolista tiene costos marginales constantes e iguales a $c = 1$. La función de demanda por su producto es:

$$D(p) = \begin{cases} 0, & \text{si } p > 15 \\ \frac{300}{p} & \text{si } p \leq 15 \end{cases}$$

- (a) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza beneficios?
(b) ¿Qué precio debería fijar el gobierno para que el monopolista actúe como competidor?
(c) ¿Cuánto producirá el monopolista si se lo fuerza a actuar como competidor?
2. De acuerdo a los medios una de las variables a tener en cuenta para la recuperación de la actividad económica es la actualidad del sistema financiero. Así el suplemento económico del diario Clarín del Domingo 21 de noviembre de 1999 dice:

En este contexto, el crédito al sector privado permanece casi planchado(...) Entre agosto (...) y la semana pasada creció apenas un 0,5%. (...) “Los préstamos no andan bien, y son lo primero que marcan la tendencia del nivel de actividad” reconoce Guadagni.

Este segundo problema propone una economía artificial que permita entender mejor este problema. Suponga N consumidores idénticos. Estos viven dos períodos, $t = 0, 1$, pero su principal actividad como consumidor se produce en $t = 1$. Así su función de utilidad es $u = \ln(1 - l) + \ln c$, donde 1 es el total de tiempo disponible en $t = 1$ para ocio o trabajo, l es la fracción del tiempo en el período 1 dedicado al trabajo, y c el consumo del único bien físico en el período 1. Denotamos w al salario que percibe como trabajador en el periodo 1. Hay N empresas idénticas. Cada consumidor - trabajador es dueño de una firma y trabaja para otra firma. La firma debe tomar prestado un monto k de dólares en $t = 0$. Esta se transforma en k unidades de capital físico (la relación es 1 a 1). En $t = 1$ usa este capital y contrata a un trabajador para producir con una función de producción $f(k, l) = k^{1/4}l^{1/4}$. En ese mismo periodo, la firma puede vender δk unidades de capital y recibe δk unidades del bien de consumo, que forma parte del ingreso de la firma. Aquí $0 < \delta < 1$. Por otro lado debe pagar Rk unidades de bienes que pueden transformarse en Rk dólares, que es lo que debe por la deuda. Aquí $R > 1$. Definamos $r \equiv R - \delta$. Los beneficios maximizados van a parar al dueño de la firma, quien tiene control absoluto en las operaciones de la firma. Aquí R está prefijado por un ente externo, a quien llamaremos banco (aunque no modelaremos los bancos de modo explícito). **Aclaración: no hace falta obtener condiciones de segundo orden dados los supuestos.**

- (a) Plantee el problema de la maximización de la firma (4 puntos). Demuestre que las cantidades óptimas de capital y trabajo (k^d y l^d) demandada por la empresa es igual a

$$k^d = \frac{1}{16r^{3/2}w^{1/2}}$$
$$l^d = \frac{1}{16r^{1/2}w^{3/2}}$$

y demuestre que los beneficios maximizados son

$$\pi^d = \frac{1}{8r^{1/2}w^{1/2}}$$

- (b) Plantee el problema de la maximización de la utilidad del consumidor, que elige l y c óptimamente. Demuestre que la solución óptima para l^* es

$$l^* = \frac{1}{2} - \frac{1}{16r^{1/2}w^{3/2}}$$

- (c) Plantee la condición de equilibrio (demanda agregada igual a oferta agregada) en el mercado de trabajo. Obtenga el salario de equilibrio en función de r . Demuestre que la elasticidad del salario de equilibrio con respecto a la tasa r es $-4/3$.
- (d) Supongamos que $R_1 = (M + 1)\delta$, donde M es suficientemente alto. Demuestre que el monto de capital k^d invertido por la empresa representativa es

$$k_1^d = \frac{1}{16^{5/6} (M\delta)^{4/3}}$$

- (e) Suponga ahora que el Estado, para intentar aumentar la inversión en capital, obliga a los bancos a reducir la tasa (por ejemplo, este es más o menos el efecto cuando el Banco Nación ofrece tasas subsidiadas a pequeñas y medianas empresas). Supongamos entonces que la tasa de interés es $R_2 = \left(\frac{M}{H} + 1\right)\delta$, donde $H > 1$. Demuestre que el capital invertido en este caso es

$$k_2^d = \frac{H^{4/3}}{16^{5/6} (M\delta)^{4/3}}$$

Parcialito 2: Primavera 1999 (UdeSA)

Hammerjack es una cadena de tiendas de deportes, localizado en varios barrios de la ciudad de Buenos Aires, Gran Buenos Aires, La Plata y Rosario. En los años anteriores han tenido unos espectaculares resultados pero en los últimos dos han tenido que ir a pérdida. Su directorio lo ha contratado a usted para que proponga soluciones para su pérdida de beneficios.

Luego de una investigación puede afirmar que la función de costos de la tienda es

$$C^H = \delta y + F^H$$

donde $\delta = q + h$, donde q es el precio por kilo de tela que compra a las fabricantes de calzado y ropa deportivos. También h es el costo medio variable debido a la utilización de mano de obra y servicios. $F > 0$ es el costo fijo de vender ropa deportiva, que incluye el alquiler, costos de franchising, etc. Lo que se descubrió es que hasta hace dos años atrás no había otra cadena que pudiera competir con ella, es decir que fue un monopolio. La demanda es

$$p(y) = \alpha - y$$

o bien

$$y(p) = \alpha - p$$

Obtenga los beneficios máximos de Hammerjack cuando era monopolista.

Parcialito 2: Primavera 2000 (UdeSA)

A partir de mañana (jueves 9/11/2000) enfrentaremos un hecho inédito en Argentina. Luego de varios años de monopolio, la industria telefónica comienza a enfrentar empresas compitiendo entre sí. Desde nuestra humilde perspectiva, intentaremos reflejar la evolución de esta industria en un ejercicio muy simple que no debería tomar más de veinte minutos o menos. Supongamos que la demanda inversa de mercado por servicios telefónicos es

$$p(y) = 24 - y$$

donde y denota la cantidad total de tiempo (medido en minutos y fracciones) dedicadas a hablar por teléfono, y p es el precio por minuto. Supongamos que hay N consumidores idénticos que generan esta función de demanda.

Suponga que existe un monopolio, llamada firma 1, cuya función de costos es $c(y_1) = 12y_1$. Este monopolio tiene la siguiente política de precios. Cobra un abono igual al excedente del consumidor de cada cliente demandante y luego un precio por minuto igual al costo marginal. Obtenga el monto *total* de abonos cobrados, el precio por minuto y los beneficios (máximos) de este monopolio. ¿Produce eficientemente este monopolio, si tomamos como medida de bienestar la *suma* de los excedentes del productor y los consumidores?

Parcialito II. Otoño 2001. (UdeSA)

Un monopolista enfrenta la siguiente demanda de mercado: $p(y) = 100 - 4y$. El monopolista *ya* cuenta con dos plantas para producir y (es decir, los costos fijos de estas plantas están hundidos). Los costos de cada planta son:

1.

$$\begin{aligned} C_1(y_1) &= 100 + 20y_1 \\ C_2(y_2) &= 200 + 21y_2 \end{aligned}$$

2. Si el Estado impone un impuesto de 10% sobre los beneficios. ¿Cuánto producirá en cada planta?
3. El Estado decide eliminar el impuesto, pero regular este mercado de manera que el equilibrio se asemeje lo máximo posible al equilibrio competitivo. Sin embargo, el monopolista no está dispuesto a tener pérdidas. ¿Qué precio debe fijar el Estado? (Sugerencia: grafique).

Parcial: Primavera 2001. (UdeSA)

Este problema hace referencia al problema de la economía mundial luego de los atentados en EEUU. Se ha remarcado muchísimo el rol de la incertidumbre en la inversión y en la actividad. Este ejercicio es un humilde aporte al entendimiento del problema de la incertidumbre que ataques terroristas pueden implicar en decisiones de inversión y su resultado en términos del producto obtenido de estas inversiones. Supongamos que a EEUU la dividimos en dos grandes regiones, el Este (E) y el Oeste (W). En *cada* región viven N consumidores - inversores idénticos. La economía dura dos períodos, *hoy* y *mañana*. En el período presente, cada consumidor nace con una dotación de *dólares* (el único *bien* de consumo considerado en este ejercicio) de $y_0 > 0$. Cada uno de estos consumidores no deriva utilidad del consumo de *hoy* (es decir, invierte la totalidad de su dotación hoy en las tecnologías descritas a continuación) y sí deriva utilidad del consumo de mañana. Cada inversor puede destinar, de estos y_0 dólares, un monto k de dólares (donde $0 \leq k \leq y_0$) para una tecnología de inversión local, de modo tal que si k dólares son invertidos *hoy*, entonces mañana el inversor, en principio, obtiene $\bar{z}k$ dólares de esta inversión, donde $\bar{z} > 1$. Nótese que \bar{z} es común tanto para la región *E* como la *W*. La segunda opción de inversión es una cuenta bancaria en Suiza, que por cada dólar invertido hoy devuelve exactamente un dólar mañana. El problema actual radica en que los $\bar{z}k$ dólares de la inversión local sólo se obtienen si los terroristas no bombardean las fábricas de la región. Si los terroristas en cambio bombardean las fábricas de la región entonces, de la inversión (local) de k dólares hoy, se obtiene 0 mañana. Es decir, un ataque terrorista hace que el rendimiento de la inversión local sea 0. Lo que todos conocen

es que con probabilidad π , donde $0 < \pi < 1$, los terroristas bombardean las fábricas del oeste, y con probabilidad $1 - \pi$ bombardean las fábricas del este. Debido a que los bombardeos no afectan las cuentas fuera de EEUU, entonces no afectan tampoco lo que rinde la cuenta bancaria de Suiza. Se supone que la utilidad para un inversor si las fábricas de su región no son bombardeadas es entonces igual a $\ln(\bar{z}k + y_0 - k)$, mientras que si son bombardeadas entonces la utilidad es igual a $\ln(y_0 - k)$, utilidades ambas que dependen del consumo que le queda en el futuro (mañana). La función de utilidad esperada para los que viven en el este es $\pi \ln(\bar{z}k + y_0 - k) + (1 - \pi) \ln(y_0 - k)$, mientras que para los que viven en el oeste es $(1 - \pi) \ln(\bar{z}k + y_0 - k) + \pi \ln(y_0 - k)$

1. Escriba el problema de maximización de utilidad esperada de cada inversor (el del este y el del oeste), dado que cada uno elige el monto k .
2. Suponga de aquí hasta el final del ejercicio que $\bar{z} = 3$, $y_0 = 1$. Obtenga el monto óptimo k como función de π (no tiene que calcular condiciones de segundo orden). ¿Entre qué valores debe estar π para que ambos valores óptimos de k sean estrictamente positivos?
3. Llamemos $k^E(\pi)$ la decisión óptima de k de un inversor del *este* obtenido en el punto anterior y $k^W(\pi)$ la del oeste (también obtenido en el punto anterior). Obtenga la cantidad total de dólares invertidos hoy en las tecnologías locales a nivel de todo EEUU
4. Obtenga el total de dólares consumidos mañana en todo EEUU si el ataque se produce en las fábricas del oeste. ¿Qué ocurre con este consumo total si aumenta la probabilidad de ataque a las fábricas del oeste? Obtenga el total de dólares consumidos mañana en todo EEUU si el ataque se produce en las fábricas del este. ¿Qué ocurre con este consumo total si aumenta la probabilidad de ataque a las fábricas del oeste?

Ejercicios adicionales seleccionados y adaptados del texto de Mas-Colell, Whinston y Green (1995)

- 12.B.6 (Pág. 429). Supongamos que el gobierno puede gravar (con un impuesto) o subsidiar un monopolio que enfrenta una función de demanda inversa $p(y)$ y función de costo mínimo $c(y)$, donde $p(y)y - c(y)$ se supone diferenciable y cóncava (con lo que la CSO se cumple). ¿Qué impuesto o subsidio por unidad de y induce al monopolista a producir una cantidad y^* Pareto-eficiente?

Ejercicio adicional

Suponga un monopolio productor de electricidad. Esta firma posee rendimientos crecientes a escala. Su tecnología viene representada por la siguiente función de producción

$$y = xz^{1/2}$$

donde x representa un agregado de factores primarios, cuyo precio por unidad es igual a 1, y z representa los metros cúbicos de petróleo utilizados en la usina. Ambos factores son variables. El precio de cada m^3 de petróleo es igual a w . La demanda por electricidad está dada por la función inversa

$$p(y) = \frac{1}{N}y^{-2/3}$$

donde $N > 1$ representa el total de los consumidores (que se suponen idénticos).

1. Obtenga la función de costo mínimo de este monopolio
2. Suponga que este monopolio no se encuentra regulado y no puede discriminar. Obtenga la cantidad y el precio que maximiza los beneficios de este monopolio.
3. ¿Cuál es el valor de la elasticidad del precio óptimo con respecto a w ? Interprete.

4. Suponga ahora que el monopolio es regulado por el Estado. Éste fija que el precio p debe igualar al costo marginal. Al mismo tiempo, permite que la empresa cobre un cargo fijo F a cada consumidor de modo tal que el total de beneficios (extraordinarios) es cero. Obtenga entonces el precio p , la cantidad y y el valor F que satisface estas condiciones.
5. ¿Depende p y F de w ? Si es así, obtenga la elasticidad de cada una de estas variables (p y/o F) con respecto a w . Interprete en relación a la discusión sobre devaluación y tarifas de servicios públicos.

Otoño 2000. (UdeSA)

1. (40 puntos) En la actualidad se viene hablando de la *necesidad* de reducir impuestos, especialmente con la experiencia de la provincia de Córdoba. Banqueros en la reunión del corriente año de ABA (de acuerdo a una encuesta) se quejaban de los altos impuestos y abogaban por una reducción de ellos (ver, por ej., diario Clarín de la semana del 27/6/00). Sin embargo la posición de Machinea es la de reducir impuestos sólo si se comprueba un aumento en la recaudación importante, que denote una recuperación en la actividad económica. En otras palabras, descreo de la teoría del aumento de la recaudación vía aumento en las alícuotas. Este ejercicio presenta uno de estos dos casos. Supongamos una economía con un sólo bien de consumo cuyo precio es igual a 1. Existen 200 trabajadores- consumidores tipo L - cuyas preferencias se representan por la función de utilidad $u = c_L l_L$, donde c_L es la cantidad de bien de consumo y l_L es la cantidad de tiempo destinado al ocio. Estos consumidores sólo son dueños de una unidad de tiempo, que puede destinarse al ocio o al trabajo. Denotamos w al salario por unidad de tiempo de trabajo. Por otro lado hay 100 productores - consumidores tipo P - cuya función de utilidad es $u(c_P) = c_P$. Aquí estos productores consumen directamente los beneficios de su empresa. Esta posee una tecnología que sólo utiliza trabajo, representada por la función de producción $f(L_L) = L^{1/2}$, en la que L es la cantidad de tiempo de trabajo. Esta empresa se comporta como perfectamente competitiva. Estos empresarios pagan un impuesto a los ingresos por ventas. Sea τ la tasa del impuesto. El objetivo de la firma es maximizar beneficios netos de impuestos. Estos impuestos son recaudados por el gobierno, que gasta (consume) exactamente todo lo que recauda (ni más ni menos). Llamemos R a la recaudación total (y gasto) del Gobierno.
 - (a) Obtenga la función de demanda por ocio y de oferta de trabajo de cada trabajador.
 - (b) Obtenga la demanda de trabajo de cada firma.
 - (c) Obtenga el salario de equilibrio (a partir de la condición de demanda igual a oferta en el mercado de trabajo) en función de τ
 - (d) Obtenga la recaudación total en función de τ . ¿Es una función creciente de τ ? Demuestre su respuesta.
 - (e) Suponga ahora que en lugar de cobrar un impuesto a los ingresos por venta de los empresarios se cobra un impuesto al consumo sobre los trabajadores. Si los trabajadores consumen un total de c_L unidades del bien deben pagar θc_L de impuestos. Los empresarios no pagan ningún impuesto. El Gobierno sigue consumiendo el total de recaudación. Vuelva a obtener la (nueva) demanda por ocio y oferta de trabajo de cada trabajador. Obtenga la (nueva) demanda de trabajo de cada firma. Obtenga el salario de equilibrio.
 - (f) Obtenga la recaudación en función de θ exclusivamente. ¿Es ésta una función creciente de θ ? Demuestre su respuesta.

2. El Plan Federal de Obras Públicas, impulsado por el Gobierno Nacional, ha comenzado en estos días. Leemos por ejemplo en el informe de la revista Negocios del día 7/7/00

Rodeado de funcionarios y periodistas, Fernando de la Rúa dio ayer el puntapié inicial al Plan Federal de Obras Públicas.

Este ejercicio tiene como objetivo reflejar cómo el plan Federal afecta las decisiones intertemporales en una economía. Supongamos una economía que dura dos períodos. En cada período hay un sólo bien de consumo cuyo precio es igual a 1. En el período presente (llamado 0) la oferta (dada en forma exógena) es $\omega_0 > 0$. Hay dos tipos de consumidores. Existen 100 consumidores de tipo S

(ahorristas) y 100 de tipo P (prestatarios). Ambos tipos consumidores puede tomar prestado o prestar en el mercado local a una tasa neta de interés $r > 0$. El Estado recauda un monto de bienes de consumo $T > 0$ en el período 0 a ambos tipos de consumidores, quienes pagan con sus dotaciones o con los préstamos tomados. Los consumidores S reciben $\omega_0 > 0$ en 0 y 0 en el periodo futuro. Los consumidores P reciben 0 en el presente y $\omega_1 > 0$ en el futuro. El Estado es dueña de una tecnología que transforma cada unidad del bien de consumo recaudado en 0 en una unidad del bien en 1. El Estado invierte la totalidad de lo recaudado en esta tecnología en 0 y lo obtenido en 1 lo reparte en partes iguales a los consumidores. Estos tienen una función de utilidad $u = \ln c_0 + \ln c_1$.

- Escriba la restricción presupuestaria intertemporal del consumidor S y la de P . Obtenga las funciones de ahorro - préstamo de cada tipo de consumidor.
- Obtenga a tasa de interés de equilibrio en esta economía como función de T .
- Suponga que $\omega_1 = 10 = \omega_0$, y $T < 10$. Obtenga las utilidades indirectas en función de T .
- ¿Para qué valor de T los consumos de ambos tipos de consumidor son iguales en el período 0?
¿Para qué valor de T los consumos de ambos tipos de consumidor son iguales en el período 1?

Primavera 2000 (Examen Parcial (UdeSA))

El día 3/10/00 se publicó la noticia de subsidios otorgados por el gobierno de Estados Unidos a productores agrícolas. Leemos en el caso del diario Clarín:

“Estados Unidos esta rompiendo el mercado, porque al garantizar rentabilidad sus productores venden a cualquier precio y hacen caer las exportaciones”, explicó el exportador Juan Gear. “La diferencia que hay entre el precio de mercado y el precio sostén la paga el gobierno de Clinton. Y eso, para los productores argentinos o brasileños, es un drama: al caer el precio de mercado se desalienta la siembra, y entonces los americanos tienen menos competencia” (pag. 17).

El problema parecería ser que el gobierno americano garantiza un precio mínimo a los productores de su país, lo cual haría aumentar (*artificialmente*) la producción mundial y disminuiría así el precio internacional de los productos. El problema del examen intenta presentar un modelo que intente explicar y estudiar estas afirmaciones. Considere un mercado de productos agrícolas constituido por 1000 consumidores, 500 viviendo en Latinoamérica y 500 en Estados Unidos. Llamamos *comida* a los productos agrícolas. Las preferencias de los consumidores son idénticas para todos. Estas representadas por la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = 10x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 + x_2$$

donde x_1 es la cantidad de comida que consume el agente y x_2 la cantidad consumida de los otros bienes. Suponemos que $p_2 = 1$, $p_1 = p > 0$. Los consumidores de Latinoamérica reciben un ingreso de $m^L > 0$ y los de Estados Unidos un ingreso de $m^U > 0$. Estos consumidores toman a los precios de los bienes como exógenamente dados (supuesto de mercados de competencia perfecta).

Existen 1500 productores individuales de comida en Latinoamérica, que también son tomadores de precio. Utilizan un único insumo. Sea $w = 1$ el precio de este insumo. La función de producción que representa la tecnología de estos productores es la siguiente.

$$y_L = z_L^{1/2}$$

donde y_L es la cantidad de unidades de comida producidos por el productor individual de Latinoamérica, z_L es la cantidad de insumo utilizado por este mismo productor. Por otro lado, existen 2000 productores individuales de comida en Estados Unidos. También son tomadores de precio (supuesto de competencia perfecta). Utilizan el mismo insumo que los productores latinoamericanos y el precio de este insumo también es 1 en Estados Unidos. La tecnología de producción en el caso del productor individual en EEUU esta representado por la función de producción siguiente.

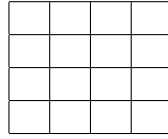
$$y_U = \frac{1}{2}z_U^{1/2}$$

1. Plantee y resuelva el problema de maximización de utilidad del consumidor en cada región. Obtenga entonces las funciones de demanda de cada bien por parte del consumidor individual. (Recuerde que debe justificar que las condiciones de primer orden son suficientes a través de algún argumento, no necesariamente puramente matemático).
2. Obtenga las funciones de costo mínimo de cada productor individual en cada región.
3. Plantee y resuelva el problema de maximización de beneficios de cada productor individual. Obtenga así la función de oferta individual de cada productor.
4. Obtenga la función de demanda agregada mundial de comida (suponiendo que el *mundo* está constituido solo por consumidores y productores de estas dos regiones). Obtenga la función de oferta agregada mundial de comida. Obtenga el precio p^* que iguala demanda a oferta mundial de comida.
5. Compute los beneficios maximizados de cada productor individual evaluados al precio de equilibrio p^* obtenido en el punto anterior.
6. Suponga ahora que el gobierno de Estados Unidos subsidia a cada productor individual de su país. Si el productor decide producir y_U unidades de comida entonces recibe un subsidio de $(10 - p)y_U$, que obviamente se agregan a los ingresos por ventas py_U , donde p es el precio de equilibrio mundial del mercado de comida. Obtenga entonces la cantidad producida por parte de cada firma americana individual dado este subsidio.
7. Dada su respuesta del punto anterior, obtenga la nueva función de oferta agregada de comida a nivel mundial en función de p .
8. Dada su respuesta del punto anterior, obtenga el nuevo precio de equilibrio internacional de comida. Llamemos \hat{p} a este nuevo precio.
9. Obtenga la cantidad producida por cada productor individual latinoamericano evaluado en este nuevo precio \hat{p} . Obtenga entonces los beneficios maximizados de cada productor latinoamericano individual evaluado a este precio \hat{p} . Son mayores o menores que en el punto 5?
10. Definimos el costo fiscal del subsidio igual a $[10 - \hat{p}]$ multiplicado por la producción de todos los productores americanos en conjunto. Obtenga el valor del costo fiscal en este caso. Suponga que este costo fiscal se financia con un impuesto sobre los ingresos de los consumidores americanos (los ingresos de éstos son lo suficientemente altos para pagar tales impuestos). Cada uno de estos paga un monto equivalente al total del costo fiscal dividido 500 (el número total de consumidores americanos). Ante esto, los productores americanos de los otros bienes excepto la comida reaccionan en contra. ¿Es justificada esta reacción? Justifique en no más de dos renglones (no leere más de dos renglones en esta respuesta).

Otoño 2001. (UdeSA)

1. Considere una economía de intercambio puro. Hay dos agentes: A y B, y dos bienes: x e y . La función de utilidad de A está dada por: $u_A = x_A^{0.5}y_A^{0.5}$, y la función de utilidad de B está dada por $u_B = x_B + 4y_B$. La cantidad disponible de x es 40 y la cantidad disponible de y es 40.
 - (a) Grafique la curva de contrato.
 - (b) Si $\omega_A = (20, 0)$ y $\omega_B = (20, 40)$, encuentre todos los equilibrios competitivos.
 - (c) El Estado quiere implementar otro equilibrio competitivo en el que el agente A tenga $x_A = 16$. Para ello creará un sistema de transferencias del bien x entre los agentes A y B. Sea t la cantidad de x que le saca al individuo B para transferírselo al individuo A, de manera que las dotaciones iniciales luego de las transferencias sean: $\omega_A = (20 + t, 0)$ y $\omega_B = (20 - t, 40)$. Encuentre el único valor de t que puede elegir el gobierno para lograr su propósito.

- (d) En el siguiente gráfico sombree todas las dotaciones iniciales posibles que hacen que en el equilibrio competitivo $\left(\frac{p_x}{p_y}\right) = \frac{1}{4}$.



Calcule $\frac{\text{Area Sombreada}}{\text{Area de la Caja}}$.

2. Una de las medidas recientes del Ministro de Economía Domingo Cavallo fue la reducción en la alícuota de impuesto a la renta, aunque también está planeado un incremento en la tasa impositiva de los aportes patronales. Las medidas, de acuerdo a lo conocido en la semana anterior (Junio de 2001), están básicamente diseñadas para una *reactivación* de la economía. Este ejercicio pretende intentar analizar esta política en el contexto de una economía con un solo bien y un solo factor de producción. En la economía del problema existe un único bien de consumo. Hay N consumidores idénticos, quienes poseen (cada uno) una dotación de una unidad de tiempo que puede destinar al trabajo o al ocio. Cada consumidor tiene preferencias definidas sobre el bien de consumo y el ocio. Sea c el consumo del agente y l el ocio consumido por el agente. Las preferencias están representadas por la función de utilidad

$$u(c, l) = \ln c + \ln l$$

Hay por otro lado N empresarios. Cada empresario es dueño de una firma cuya tecnología está representada por

$$y = L^{1/2}$$

donde y es la cantidad del bien de consumo producido por la firma individual y L es la cantidad de trabajo empleado (y demandado) por la firma.

Cada consumidor debe pagar en principio un impuesto a la renta laboral. Sea τ la tasa impositiva sobre este ingreso. También cada empresario debe pagar un impuesto a las cantidades de trabajo empleadas por la firma. Llamamos t al impuesto al trabajo. El total de impuestos que debe pagar la empresa, dado que emplea L unidades de trabajo, es $w t L$, donde w es el salario. El total de los impuestos se destina a financiar una cantidad de consumo del gobierno, que es igual a la recaudación total de ambos impuestos.

- Escriba explícitamente la restricción presupuestaria del consumidor - trabajador individual. Escriba explícitamente el problema de maximización del consumidor - trabajador individual. Obtenga las condiciones de primer orden del consumidor - trabajador y luego despeje l en función de w y $(1 + \tau)$.
 - Escriba explícitamente los beneficios netos de cada firma individual. Obtenga la cantidad L^* en función de w y $(1 + t)$ que maximiza los beneficios.
 - Obtenga el salario w^* de equilibrio (el que equilibra el mercado de trabajo). Demuestre que con este salario el mercado de bienes también se equilibra.
 - Obtenga la recaudación total en función de τ y t dado el salario de equilibrio.
 - Supongamos que τ disminuye exógenamente un valor infinitesimal y t aumenta de modo que la recaudación (en equilibrio) no cambia con respecto al punto anterior. Obtenga entonces $dt/d\tau$.
 - Dado este valor, es posible decir que si τ y t cambian de la manera descrita en el apartado anterior entonces la cantidad total de producción de bienes de consumo aumenta o disminuye? Demuestre su respuesta.
3. En la situación económica actual, uno de los puntos cruciales que merecen la atención de todos es el nivel de las tasas. En particular, el problema del *riesgo país* está a la orden del día. Para muchos, especialmente los representantes del sector bancario, el problema es que las tasas de

interés locales no podrían bajar si no descendiende la tasa de interés sobre los bonos del Gobierno local. Este problema intenta reflejar esta cuestión, y también sobre sus consecuencias a nivel de toda la economía. Considere entonces una economía donde hay un solo bien de consumo. Esta economía dura dos periodos. En la economía existen N agentes consumidores - trabajadores. Reciben una dotación total de tiempo para trabajar y disfrutar de ocio igual a 1. Sus preferencias están representadas por la función de utilidad

$$u(c, l) = \ln c + l$$

donde c es el consumo del periodo presente y l el ocio consumido en el presente (es decir, que los trabajadores no consumen en el periodo futuro). Por otro lado, existen N consumidores que son dueños de las empresas. Sus preferencias están representadas por la función de utilidad $u(\pi) = \pi$, donde π es el beneficio que obtiene la empresa en el periodo futuro. La empresa posee la siguiente tecnología. En el periodo presente debe contratar L horas de trabajo de los trabajadores. En el periodo futuro obtiene así $L^{1/4}$ unidades del bien de consumo. Sin embargo, el empleador debe pagarle el salario a los trabajadores en el periodo presente. A este propósito el empresario debe tomar prestado del mercado internacional el monto total de salarios (igual a wL) que deberá devolver en el futuro a una tasa neta de interés r . Por otro lado, en la economía existe un gobierno que consume en el periodo presente (exclusivamente) un monto exógeno g del bien. Para financiar esto, el gobierno toma prestado también en el mercado internacional. La tasa neta de interés que debe pagar el gobierno es, en principio, i . De todos modos, es bien sabido que el Gobierno no devuelve la totalidad de lo que se compromete en el presente. Del total de la deuda (incluyendo los intereses), el Gobierno solo devuelve una proporción $\eta \in (0, 1)$. En el mercado internacional, existe un único inversor internacional que toma las tasas de interés como dadas. Tiene una dotación $W > 0$ en el periodo presente y debe decidir cuánto prestar a los empresarios y cuánto al Gobierno local. Las preferencias del inversor están representadas por la función $u(W_1) = W_1$, donde W_1 es la riqueza con la que termina en el futuro. Note que el inversor no deriva utilidad del consumo en el presente sino solo del futuro.

- (a) Escriba la restricción presupuestaria del consumidor - trabajador. Obtenga la oferta laboral óptima del consumidor - trabajador.
- (b) Escriba π como función de L , w y $(1 + r)$. Obtenga la demanda óptima del empresario por trabajo.
- (c) Obtenga el salario de equilibrio w^* como función de $(1 + r)$.
- (d) Demuestre que el inversor está indiferente entre prestar al Gobierno y prestar a los empresarios toda vez que $\eta(1 + i) = (1 + r)$. En este caso, suponemos que el inversor internacional presta $W/2$ a cada uno de los dos sectores.
- (e) Obtenga la tasa r^* de equilibrio en función de W , g y N . Luego obtenga i^* de equilibrio en función de estas variables y de η .
- (f) Obtenga ahora w^* en función de W , g y N . ¿Cómo cambia w^* cuando g cambia?

Primavera 2001 (Parciales) (UdeSA)

1. Considere una economía con un único bien de consumo (físico). En esta economía vive Juan. Juan es un individuo que sólo se dedica a consumir un único bien de consumo y a hacer ocio el tiempo que no está trabajando. Sus preferencias se pueden representar por la función de utilidad $u(c, l) = Ac + \ln l$, donde c es la cantidad de bien de consumo, l es el ocio y A es un número real positivo. Juan cuenta con una unidad de tiempo disponible. Sean p y w son el precio del bien de consumo y el salario respectivamente.
 - (a) Encuentre la función de oferta de trabajo de Juan. (Nota: para realizar este ejercicio suponga que la solución es interior).

- (b) La fuerza laboral de esta economía está compuesta por 100 trabajadores. La mitad de ellos son idénticos a Juan (Juan es uno de estos cincuenta), todos ellos con $A=\frac{1}{2}$. Los 50 restantes también son idénticos entre sí y tienen utilidad $v(c, l) = l \cdot e^c$. Encuentre la oferta de trabajo del mercado.
- (c) Una de las firmas productoras del bien de consumo puede representar su tecnología mediante la función de producción $f(K, L) = \ln K + \ln L$, donde K son las unidades de capital y L las unidades de trabajo utilizadas para producir. Suponga que $K = \bar{K} > 0$ (corto plazo de la firma). Encuentre la demanda por trabajo de esta firma individual.
- (d) Si existe un total de 20 firmas que utilizan trabajo para producir y todas ellas son idénticas a la anterior, encuentre el salario que equilibra el mercado laboral.
- (e) Muestre **gráficamente** el efecto de un aumento en el precio del bien de consumo sobre el equilibrio en el mercado de trabajo.
- (f) Si el precio del bien de consumo aumenta en un 1%, calcule cuánto varía el salario de equilibrio.
2. Este ejercicio es una ilustración sobre el motivo de por qué existen los bancos. (Es en rigor una versión simplificada del modelo de Diamond y Dybvig, publicado en 1983 en el *Journal of Political Economy*). Supongamos una economía que dura tres períodos, denominados $t = 0, 1, 2$. Existen N consumidores, donde N es un número muy grande. Cada uno de estos recibe en 0 una dotación de *dólares* igual a $\omega > 0$ (cada consumidor recibe el mismo ω). Estos dólares pueden ser guardados en el colchón en cualquier período para el futuro, con lo cual, por cada dólar guardado en t ($t = 0, 1$) se obtiene exactamente un dólar en el período subsiguiente. En $t = 0$ también existe la posibilidad de invertir en un activo de largo plazo (aunque esta posibilidad de inversión sólo existe en $t = 0$, no existe esta posibilidad en $t = 1$). La idea es que por cada dólar invertido en $t = 0$ en este activo, entonces en $t = 2$ obtiene $R > 1$ dólares. Si se deseara liquidar este activo en $t = 1$ entonces por cada dólar invertido en 0 se obtienen r dólares en $t = 1$, donde $0 < r < 1$. Todas las decisiones de inversión se realizan en el período 0 y no puede invertir por encima de ω dólares (no puede pedir prestado en 0 a nadie). Al comienzo del período 1 una proporción λ de los consumidores se convierten en lo que llamamos *impacientes* y el resto en los llamados *pacientes*. Suponemos $0 < \lambda < 1$. A su vez cada consumidor tiene la probabilidad λ de convertirse en impaciente y la probabilidad $1 - \lambda$ de convertirse en paciente. Cada consumidor impaciente tiene preferencias exclusivamente por *dólares* consumidos en $t = 1$. Sea $u(c_1)$ la función de utilidad de cualquier impaciente. Cada consumidor paciente tiene preferencias exclusivamente por *dólares* consumidos en $t = 2$. Sea $u(c_2)$ la función de utilidad de cualquier paciente. Entonces, la utilidad esperada para cualquier consumidor en el período 0 es $\lambda u(c_1) + (1 - \lambda) u(c_2)$. Sea $u(c) = \ln c$.
- (a) Supongamos que cada consumidor debe decidir cuánto de ω invertir en el activo y cuánto guardar en el colchón. Sea k la cantidad de dólares invertidos en el activo y b los guardados en el colchón. Escriba la restricción presupuestaria del consumidor en 0, escriba c_1 en función de k, b y r , y escriba c_2 en función de k, b y R .
- (b) Escriba el problema del consumidor que elige óptimamente b y k .
- (c) Obtenga las condiciones de primer orden del problema y despeje k de aquí en función de r, R, λ y ω .
- (d) ¿Podemos afirmar que las elecciones del punto 3 son óptimas? ¿Por qué? (Demuestre)
- (e) Obtenga también el monto óptimo de b en función de r, R, λ y ω , como así también los consumos c_1 y c_2 que surgen de estas inversiones óptimas. Escriba entonces el valor de la utilidad esperada con estos valores de c_1, c_2 (con lo cual la utilidad esperada debe quedar en función de r, R, λ, ω).
- (f) Supongamos el siguiente arreglo. Existe una institución que opera en favor de los N consumidores, llamdo *banco*. Este banco ofrece un contrato a cada consumidor. A través de éste, cada agente deposita enteramente ω dólares en el banco en $t = 0$. Este le promete a cada consumidor impaciente c_1^* dólares en $t = 1$ y, si es paciente y espera hasta el período 2, el banco promete c_2^* dólares. Este banco toma la totalidad de los depósitos en 0 e invierte k dólares en el activo de largo plazo y el resto los guarda en la caja de seguridad. Estos dólares

se reservan *exclusivamente* y *únicamente* para el pago a todos los consumidores impacientes que van al banco en $t = 1$ para obtener (cada uno) los c_1^* dólares prometidos. Sabemos (por los supuestos) que hay un total de $N\pi$ consumidores impacientes en $t = 1$, con lo cual $N\pi c_1^*$ es el total de dólares que el banco debe pagar en $t = 1$. Por su parte, lo invertido en el activo se destina *exclusivamente* y *únicamente* al pago de los consumidores pacientes que esperan hasta el período 2 para ir a retirar cada uno los c_2^* dólares prometidos a cada consumidor paciente. Dado que hay un total de $N(1 - \pi)$ consumidores pacientes desde el periodo 1, entonces $N(1 - \pi)c_2^*$ es el total de dólares que debe pagar el banco a los consumidores impacientes. Escriba la restricción presupuestaria del banco en los períodos 0, 1 y 2.

- (g) El objetivo del banco es maximizar la *suma* de las utilidades esperadas de todos los N consumidores al período 0. Escriba el problema de maximización del banco, individualizando las variables que el banco elige.
 - (h) Obtenga las condiciones de primer orden.
 - (i) Suponiendo que las condiciones de segundo orden se cumplen, obtenga c_1^*, c_2^* en función de λ, R y ω . Obtenga también las elecciones óptimas de b y k .
 - (j) Reemplace los valores óptimos de c_1^*, c_2^* en la utilidad esperada de un consumidor cualquiera. ¿Bajo qué condiciones es esta utilidad esperada mayor que en el punto 5?
3. En las economías desarrolladas y las no desarrolladas se observa que el consumo de los agentes es bastante volátil en el tiempo. Cooley y Prescott (1995) documentan que la volatilidad del consumo en Estados Unidos en el período de la Posguerra ha sido casi tan volátil como el producto de la economía americana. Nuestro objetivo es intentar reflejar cuán importante son los mercados de crédito para asegurar a los consumidores de modo tal de reducirles su riesgo en el consumo. De esta manera, podríamos concluir que la volatilidad del consumo en estos países se deben a la falta de suficientes instrumentos para reducir esa volatilidad (instrumentos que pueden incluir un seguro de desempleo instrumentado por el Estado).

Supongamos una economía que dura dos períodos, 0 y 1. En esta economía, existen N firmas que producen un único bien de consumo en el período 0, cuyo precio es igual a 1. La tecnología de producción de cualquier firma está representada por la función de producción

$$y_0 = \theta L_0$$

con $\theta > 0$, L_0 es aquí el trabajo empleado por cada firma en 0 e y_0 es lo producido en 0. Cada firma produce y_0 de modo tal de maximizar beneficios. Denotemos w_0 al salario que paga cada empresa por unidad de trabajo utilizada. Existen N consumidores - trabajadores que además son dueños de las firmas. Viven por los períodos 0 y 1 y al comienzo del período 0 ofrecen su trabajo a una empresa determinada y, suponemos, no puede cambiarse de empresa en el período 1. Cada trabajador tiene una dotación de una unidad de trabajo en 0 y una unidad en 1.

El problema en esta economía es que en el período 1 una proporción $(1 - \pi)$ de las N empresas que producían en el período 0 desaparecen. Suponemos que $0 < \pi < 1$. El resto de las empresas sigue en pie y produce $y_1 = \theta L_0$ unidades de producto, donde L_0 es la cantidad de trabajo empleado por la firma tanto en 0 como en 1, si es que en el período 1 sigue produciendo. El objetivo de la firma en 1 sigue siendo la de maximizar beneficios. Así, cada consumidor - trabajador que en 0 trabaja para una empresa determinada, obteniendo w_0 en ese período, enfrenta una probabilidad π de que la empresa para la cual trabaja siga en pie (obteniendo en consecuencia un salario w_1) y una probabilidad $(1 - \pi)$ de que la empresa desaparezca, con lo cual el trabajador obtiene un salario 0 en este evento. Si definimos c_1^E como el consumo del agente en 1 si la empresa para la cual trabaja sigue en pie y c_1^U como el que obtendría si la empresa desaparece, como así también c_0 el consumo en 0, entonces las preferencias del agente en el período 0 se representan por la función de utilidad:

$$U = c_0 + \pi \ln c_1^E + (1 - \pi) \ln c_1^U$$

- (a) Demuestre que $w_0 = w_1 = \theta$ en equilibrio. Demuestre que en equilibrio $L_0 = 1$.
- (b) Si no existen instrumentos financieros y el bien de consumo no puede reservarse (se deprecia el 100% entre los dos períodos), demuestre que la utilidad de cualquier trabajador es $-\infty$.

- (c) Supongamos que existe un Estado benevolente, que realiza la siguiente política: en el período 0 le cobra a cada trabajador - consumidor un impuesto $\tau < \theta$. El Estado coloca esta recaudación en el exterior, obteniendo una tasa de interés neta de 0 en el período 1. Con este resultado, el Estado le paga, a cada trabajador que perdió su trabajo (es decir, a cada empleado que trabajaba para una empresa que desapareció en 1) un subsidio T de modo tal que el total de los subsidios pagados es igual a lo obtenido por el Gobierno en 1. Escriba la restricción presupuestaria del Estado en función de τ , T , π y N . Escriba también (c_0, c_1^E, c_1^U) , cada uno en función de θ , τ y T .
- (d) Supongamos que el objetivo del Estado es maximizar la utilidad de cada trabajador, eligiendo τ y T , sujeto a que respete la restricción presupuestaria en el punto anterior. Obtenga el τ^* , solución de este problema, como función de π .
- (e) Supongamos ahora que no hay Estado. En su lugar, los agentes pueden invertir en 0 un monto $a \leq \theta$ en la cuenta bancaria del exterior referida en el punto 3. De esta manera, en el período 1, obtienen una tasa neta de interés de 0. Escriba (c_0, c_1^E, c_1^U) en función de θ y a .
- (f) Escriba y resuelva el problema del consumidor referido en el punto 5. Concretamente, obtenga una ecuación cuadrática en a , donde los coeficientes incluyen π y θ .
- (g) Suponga que $\theta = 1$. Obtenga el a^* óptimo en función de π (por supuesto, utilice su respuesta en 6 para llegar al resultado).
- (h) Supongamos que $\pi = \frac{1}{4}$, y siga suponiendo $\theta = 1$. Reemplace el a^* óptimo en la función de utilidad del trabajador. Obtenga el valor de la utilidad del agente.
- (i) Reemplace el τ^* del punto 4 (con los mismos valores numéricos para los parámetros π y θ que en el punto anterior) y obtenga el valor de la utilidad del agente en este caso. ¿Es mayor o menor que la utilidad en el punto 8?

Primavera 2003 (Parcial). (UdeSA)

Como usted sabe, en estos días (setiembre de 2003) se están definiendo algunos detalles en relación a la renegociación de la deuda pública en default (desde diciembre de 2001). En concreto, la propuesta del Gobierno argentino a los acreedores (tenedores de bonos públicos) incluye el canje de parte de los bonos en default por tres nuevos bonos. Uno de estos bonos promete cupones de interés cuyos montos están atados al crecimiento del producto argentino (para más información, puede ver, por ejemplo, El Cronista del día 23 de setiembre de 2003, cuyo título es “Se ofrecerán 3 familias de bonos”). La pregunta que uno podría formularse es simplemente cuál podría ser el precio de mercado el primer día en que estos bonos se coloquen en el mismo, teniendo en cuenta que una parte de los tenedores de los antiguos bonos no necesariamente pueden esperar a que estos nuevos bonos terminen de madurar. El problema de este examen entonces intenta responder en parte esta pregunta.

Considere una economía que dura dos períodos, $t = 1, 2$. Existe un único bien en esta economía en cada período. En $t = 1$ encontramos un grupo de acreedores con bonos en default. Suponemos M acreedores, cada uno con una unidad del bono en default. Cada uno de estos entregan los bonos viejos a cambio de unos nuevos emitidos por el Gobierno deudor (que había emitido los bonos *viejos*). Cada deudor obtiene entonces una unidad del nuevo bono. Estos bonos tienen un precio de mercado q en el período 1. Cada bono promete pagar en $t = 2$ un monto z , aleatorio, que depende de lo que el Gobierno pueda recaudar de impuestos en $t = 2$ (ver abajo). La mitad de los acreedores tienen preferencias sobre el consumo en $t = 1$ únicamente (estos son los que desean vender el bono nuevo en $t = 1$ al precio q). La otra mitad tiene preferencias definidas sobre el consumo en $t = 2$. Dado que z es contingente, el consumo en $t = 2$ también lo es. Estos acreedores, además del mercado de los nuevos bonos, tienen acceso a un mercado internacional que, por cada unidad del bien invertido en $t = 1$, devuelve exactamente una unidad en $t = 2$ con certeza (esto es, la tasa neta de interés es 0). Estos acreedores entonces poseen preferencias representadas por la función de utilidad (esperada) que se encuentra descrito en el párrafo de abajo. Cada acreedor posee un ingreso de y unidades del bien (exogenamente dado) en $t = 1$ y 0 unidades en $t = 2$. Llamemos también θ al total del stock de bonos que cada acreedor que puede esperar a $t = 2$ tiene en cartera al final del período 1. Llamamos b a la cantidad de bienes invertidos a tasa cero en el mercado internacional.

En la economía local (cuyo Gobierno es el deudor) existe un sector consumidor y productor. Existen N consumidores - trabajadores idénticos y J productores del bien idénticos (entre sí). Los N consumidores poseen una unidad de trabajo en $t = 2$ y ofrece una fracción de esta dotación a los productores a cambio de un salario w por unidad de tiempo de trabajo. Cada agente consumidor posee preferencias definidas sobre x unidades de consumo del bien en $t = 2$ y sobre la cantidad de ocio, denotado como l . Las preferencias se representan por:

$$u(x, l) = 2(x)^{1/2} + l$$

con $0 \leq l \leq 1$. El agente toma a w y al precio del producto, p , como dados. Cada uno de los J productores (distintos de los consumidores) son dueños de una firma representativa que produce el bien en $t = 2$. La firma posee una tecnología que se representa por la función de producción

$$y = L^{1/2}$$

donde L es la cantidad de trabajo empleado por una firma. Esta también considera a p y w como dados. (Todas las firmas poseen la misma tecnología y enfrentan los mismos precios). A nivel de toda la economía, el precio p se supone aleatorio en $t = 1$. Es decir, en el primer período ningún agente conoce p , pero sí sabe que p puede ser igual a $p_L > 0$ con probabilidad π y p puede ser igual a $p_H > p_L$ con probabilidad $1 - \pi$. Dado el valor de p , el dueño de cada firma decide fijar el nivel de L tal que maximiza el valor de los beneficios netos de impuestos. Estos impuestos son los que el Gobierno local se lleva de los beneficios de cada firma. Se supone que el Gobierno se lleva una proporción τ de los beneficios que obtenga la firma, donde $0 < \tau < 1$. Con estos datos, la función de utilidad esperada de los acreedores que esperan a $t = 2$ es:

$$\pi \ln [c(p_L)] + (1 - \pi) \ln [c(p_H)]$$

donde $c(p_l)$ es el consumo que obtiene el acreedor que puede esperar a $t = 2$ dado que $p = p_l$, con $l = L$ o H . Los consumidores - trabajadores y los productores no deciden nada en $t = 1$ (las decisiones de los agentes del país deudor sólo toman decisiones en $t = 2$, luego de conocer el valor de p).

1. (5 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor - trabajador.
2. (10 puntos) Obtenga la función de oferta de trabajo de cada consumidor - trabajador individual en función en w/p . Luego obtenga la función de oferta de trabajo de mercado.
3. (10 puntos) Escriba el problema del productor individual. Obtenga a partir de aquí la demanda de trabajo para cada firma individual en función de w/p y luego la demanda de trabajo de mercado.
4. (15 puntos) Obtenga el salario de equilibrio en función de p , J , N .
5. (10 puntos) Suponga que el Gobierno recauda en total $R(p)$ unidades del bien en $t = 2$. Obtenga el valor de esta recaudación como función de p , J , N y τ . (Ayuda: obtenga primero los beneficios máximos que obtiene cada empresario en equilibrio, que debe ser función de p , J , N . Con esto obtenga lo que paga de impuestos cada empresario para luego obtener $R(p)$).
6. (10 puntos) El Gobierno utiliza esta recaudación enteramente para pagar a los tenedores del nuevo bono en $t = 2$. Es decir, que z es igual a $R(p)$ dividido el total de (nuevos) bonos en circulación. Obtenga entonces z como función de p , J , N , τ y M .
7. (10 puntos) Utilice la respuesta anterior y el hecho de que

$$c(p) = \theta z + b$$

para escribir la restricción presupuestaria de cada acreedor (que puede esperar a $t = 2$) en $t = 2$ y también escriba el de $t = 1$.

8. (10 puntos) Utilice la respuesta anterior para obtener el θ que maximiza la utilidad esperada en función de q y las otras variables (es decir, la demanda óptima de estos bonos por parte de cada acreedor que espera al período 2).
9. (10 puntos) Suponga que $J = N = 32$, $p_L = 2M$ y $p_H = 16M$, $\pi = \frac{4}{7}$, $y = 4$, $\tau = \frac{1}{2}$. Escriba la condición en la que la demanda de bonos es igual a la oferta en $t = 1$.

10. (10 puntos) De la ecuación en q que se deriva de la condición anterior obtenga el o los valores de q que resuelven la ecuación anterior.

Primavera 2003 (Parcial). (UdeSA)

Luego de la caída del régimen de Convertibilidad pudo observarse un creciente interés de distintos analistas sobre las causas de esta caída. Entre otros autores, dos economistas del Banco Mundial, Guillermo Perry y Luis Servén, escribieron un trabajo denominado “The Anatomy of a Multiple Crisis: Why Was Argentina Special and What Can We Learn from It” (2002). Uno de los principales argumentos por los cuales se originaron los problemas fue lo que se denomina comúnmente como el *retraso* del tipo de cambio real. Por retraso se define un evento en el que el precio relativo de productos no transables (aquellos que sólo se transan en el mercado doméstico) con respecto a los productos transables (los que se transan en mercados internacionales) es mayor en relación a un valor de referencia, normalmente el denominado valor de *equilibrio* del precio relativo mencionado.

En efecto, en un gráfico de la página 21 del citado documento se observa que el precio relativo mencionado (al cual normalmente conocemos en economía como **tipo de cambio real**) comienza, no sólo a incrementar su valor, sino también a sobrepasar su valor de equilibrio desde 1997, diferencia que se incrementa paulatinamente hasta el año 2001. Por otra parte, el tipo de cambio real observado también se incrementa entre 1991 y 1993, aunque el valor de *equilibrio* de esta variable se encuentra siempre por encima del valor observado. En esa época también se hablaba del problema del atraso cambiario debido a este incremento del tipo de cambio real, pero justamente Perry y Servén muestran que esto no era irrazonable pues el valor de equilibrio también aumentaba. ¿La razón? Los autores (y otros analistas) aducen que entre esos dos años la diferencia de incrementos en la productividad de los factores entre los sectores productores de transables y no transables explica tal comportamiento, lo cual fue por primera vez enunciado por los economistas Bela Balassa (1964) y Paul Samuelson (1968). Este ejercicio es una ilustración de este efecto Balassa - Samuelson.

Supongamos una economía en la que se producen dos bienes, T y N . Existe un número idéntico de firmas que produce cada bien. Sea ese número igual a J . La tecnología de producción de T puede representarse como la siguiente función de producción:

$$Y_T = A_T K_T^{3/4} L_T^{1/4}$$

donde Y_T denota la cantidad de unidades de producto T , K_T la cantidad de capital usado en producir en el sector T , L_T la cantidad de trabajo usado en el sector T y A_T es un factor (cuyo valor para la economía es exógeno) que denota la productividad conjunta o total de los dos factores en el sector T . Similarmente, la tecnología para producir en el sector N se representa por la siguiente función de producción:

$$Y_N = A_N K_N^{1/4} L_N^{3/4}$$

donde Y_N , K_N , L_N y A_N tienen similares interpretaciones que Y_T , K_T , L_T , y A_T (pero para el sector N). Cada firma toma como dado el precio del trabajo w y el precio del capital r . (Los precios de los dos factores se miden en las mismas unidades que T). El precio del bien T se supone exógeno e igual a 1, mientras que el precio de los bienes N es igual a p . (Esto es, el precio de los bienes N medido en T es igual a p unidades de T por unidad de N).

En esta economía existen $2J$ consumidores idénticos, cuyas preferencias dependen del consumo de T y N exclusivamente. Cada consumidor tiene una dotación total de trabajo igual a 1 unidad, que ofrece al salario w . También cada uno de los consumidores posee la mitad de los derechos sobre una empresa del sector T y otra mitad sobre una empresa N . (Esto en rigor no debiera ser relevante en este ejercicio. Usted debe deducir por qué). Para la economía los capitales que usan las firmas se suponen provenientes del exterior. Entonces, para la economía como un todo el precio r es exógeno (no se determina en el equilibrio).

1. (5 puntos) Escriba el problema de maximización de beneficios de cada firma de cada sector.
2. (15 puntos) Obtenga la condición de primer orden para cada factor y para cada sector productivo. ¿Qué condición/es debería/n cumplirse para que de estas CPO se obtenga el máximo beneficio? (Suponga que estas condiciones se cumplen aquí)

3. (10 puntos) De la CPO con respecto al capital en el sector T obtenga $\frac{K_T}{L_T}$ en función de $\frac{A_T}{r}$. Definamos $k_T \equiv \frac{K_T}{L_T}$.
4. (10 puntos) De la CPO con respecto al trabajo en el sector T , y utilizando su respuesta anterior para reemplazar en esta segunda CPO, obtenga el salario w en función de r y A_T . Éste será el salario de equilibrio en esta economía.
5. (10 puntos) Reemplace esta expresión del salario de equilibrio en la CPO con respecto al trabajo del sector N para despejar el cociente $\frac{K_N}{L_N}$ (que definiremos como k_N) en función de r , A_T , A_N y p .
6. (10 puntos) De la CPO con respecto al capital en el sector N despeje k_N en función de p y A_N .
7. (15 puntos) Usando (5) y (6) obtenga el precio de N , denotado como p^* , de equilibrio, que es función de r , A_T y A_N .
8. (10 puntos) Obtenga el cociente k_N^* de equilibrio como función de r , A_T y posiblemente de A_N (utilice la respuesta en 7 más su respuesta en 5 o en 6 - cualquiera de las dos funciona).
9. (10 puntos) ¿Cuál es la elasticidad de p^* con respecto a $\frac{A_T}{A_N}$?
10. (5 puntos) Utilizando la respuesta anterior, en no más de cuarenta palabras (no leeré más que esto) comente la siguiente afirmación: *toda vez que los servicios (no transables en el exterior) se hagan más caros en relación a los precios de lo que exportamos e importamos, habrá atraso en el tipo de cambio real.*

Primavera 2003 - Parcial UdeSA. Soluciones sugeridas

1. Sector T

$$\max_{L_T, K_T} A_T K_T^{3/4} L_T^{1/4} - w L_T - r K_T$$

Sector N

$$\max_{L_N, K_N} p A_N K_N^{1/4} L_N^{3/4} - w L_N - r K_N$$

2. Condiciones de primer orden: sector T

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4}\right) A_T K_T^{-1/4} L_T^{1/4} - r &= 0 \\ \left(\frac{1}{4}\right) A_T K_T^{3/4} L_T^{-3/4} - w &= 0 \end{aligned}$$

Sector N

$$\begin{aligned} p \left(\frac{1}{4}\right) A_N K_N^{-3/4} L_N^{3/4} - r &= 0 \\ p \left(\frac{3}{4}\right) A_N K_N^{1/4} L_N^{-1/4} - w &= 0 \end{aligned}$$

Las condiciones de segundo orden debieran ser: en el sector T

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{3}{16}\right) A_T K_T^{-5/4} L_T^{1/4} < 0 \\ \det \begin{bmatrix} - \left(\frac{3}{16}\right) A_T K_T^{-5/4} L_T^{1/4} & \left(\frac{3}{16}\right) A_T K_T^{-1/4} L_T^{-3/4} \\ \left(\frac{3}{16}\right) A_T K_T^{-1/4} L_T^{-3/4} & - \left(\frac{3}{16}\right) A_T K_T^{3/4} L_T^{-7/4} \end{bmatrix} & \geq 0 \end{aligned}$$

y en el sector N

$$\begin{aligned} & -p \left(\frac{3}{16}\right) A_N K_N^{-7/4} L_N^{3/4} < 0 \\ \det \begin{bmatrix} -p \left(\frac{3}{16}\right) A_N K_N^{-7/4} L_N^{3/4} & p \left(\frac{3}{16}\right) A_N K_N^{-3/4} L_N^{-1/4} \\ p \left(\frac{3}{16}\right) A_N K_N^{-3/4} L_N^{-1/4} & -p \left(\frac{3}{16}\right) A_N K_N^{1/4} L_N^{-5/4} \end{bmatrix} & \geq 0 \end{aligned}$$

3. Tenemos que

$$\left(\frac{3}{4}\right) A_T K_T^{-1/4} L_T^{1/4} = r$$

o bien

$$\frac{3}{4} \frac{A_T}{r} = \left(\frac{K_T}{L_T}\right)^{1/4}$$

y entonces

$$k_T \equiv \left(\frac{K_T}{L_T}\right) = \left[\frac{3}{4} \frac{A_T}{r}\right]^4$$

Interpretación: la demanda óptima de capital en relación a la demanda óptima de trabajo es mayor cuanto mayor es la productividad total de los factores en el sector T y menor el precio del capital r .

4. La segunda CPO es

$$\left(\frac{1}{4}\right) A_T K_T^{3/4} L_T^{-3/4} = w$$

o bien

$$\left(\frac{1}{4}\right) A_T k_T^{3/4} = w$$

pero $k_T = \left[\frac{3}{4} \frac{A_T}{r}\right]^4$ con lo cual $k_T^{3/4} = \left[\frac{3}{4} \frac{A_T}{r}\right]^3$. Entonces

$$w(r, A_T) = \left(\frac{1}{4}\right) A_T \left[\frac{3}{4} \frac{A_T}{r}\right]^3 = \left(\frac{3^3}{4^4}\right) \frac{A_T^4}{r^3}$$

Este es el salario de equilibrio. La elasticidad de este salario con respecto a r es -3 (si r aumenta en un 1%, el salario disminuye en un 3%). La elasticidad con respecto a A_T es igual a 4.

5. Teníamos la CPO:

$$p \left(\frac{3}{4}\right) A_N K_N^{1/4} L_N^{-1/4} = w$$

o bien

$$\frac{3}{4} p A_N \left(\frac{K_N}{L_N}\right)^{1/4} = w$$

Reemplazando en w por $w(r, A_T) = \left(\frac{3^3}{4^4}\right) \frac{A_T^4}{r^3}$ y sabiendo que $k_N \equiv \left(\frac{K_N}{L_N}\right)$ entonces

$$k_N^{1/4} = \frac{4 \left(\frac{3^3}{4^4}\right) \frac{A_T^4}{r^3}}{3 p A_N} = \frac{3^2 A_T^4}{4^3 A_N p r^3}$$

Entonces

$$k_N = \frac{3^8 A_T^{16}}{4^{12} A_N^4 p^4 r^{12}}$$

6. La otra CPO en el sector N es

$$p \left(\frac{1}{4}\right) A_N K_N^{-3/4} L_N^{3/4} = r$$

o bien

$$k_N^{3/4} = \frac{p A_N}{4r}$$

y así

$$k_N = \frac{p^{4/3} A_N^{4/3}}{4^{4/3} r^{4/3}}$$

7. Igualamos

$$\frac{3^8 A_T^{16}}{4^{12} A_N^4} \frac{1}{p^4 r^{12}} = \frac{p^{4/3} A_N^{4/3}}{4^{4/3} r^{4/3}}$$

Multiplicando en cruz

$$3^8 A_T^{16} 4^{4/3} r^{4/3} = p^{4+4/3} A_N^{4+4/3} r^{12} 4^{12}$$

o bien

$$3^8 A_T^{16} = p^{\frac{16}{3}} A_N^{\frac{16}{3}} r^{\frac{32}{3}} 4^{\frac{32}{3}}$$

Elevando todo al cubo:

$$3^{24} A_T^{48} = p^{16} A_N^{16} r^{32} 4^{32}$$

o bien

$$p^{16} = \frac{3^{24} A_T^{48}}{A_N^{16} r^{32} 4^{32}}$$

elevando ambos miembros a la 1/16 obtenemos

$$p^* = \frac{3^{\frac{3}{2}} A_T^3}{A_N r^2 4^2} = \left(\frac{A_T}{A_N} \right) \left[\frac{3^{\frac{3}{2}} A_T^2}{r^2 4^2} \right]$$

8. Reemplazamos en la respuesta de 6

$$\begin{aligned} k_N &= \frac{3^8 A_T^{16}}{4^{12} A_N^4} \frac{1}{p^4 r^{12}} \\ &= \frac{3^8 A_T^{16}}{4^{12} A_N^4 r^{12}} \frac{A_N^4 r^8 4^8}{3^6 A_T^{12}} = \frac{3^2 A_T^4}{4^4 r^4} \end{aligned}$$

9. ¿Cuál es la elasticidad de p^* con respecto a $\frac{A_T}{A_N}$?

Sabemos que

$$\ln p^* = \ln \left(\frac{A_T}{A_N} \right) + \ln \left[\frac{3^{\frac{3}{2}} A_T^2}{r^2 4^2} \right]$$

Entonces, la elasticidad de p^* con respecto a $\left(\frac{A_T}{A_N} \right)$ es simplemente

$$\frac{\partial \ln p^*}{\partial \ln \left(\frac{A_T}{A_N} \right)} = 1$$

10. Utilizando la respuesta anterior, en no más de treinta palabras (no leeré más que esto) comente la siguiente afirmación: *toda vez que los servicios (no transables en el exterior) se hagan más caros en relación a los precios de lo que exportamos e importamos, habrá atraso en el tipo de cambio real.*

Falso: si el incremento en p es debido exclusivamente a que $\left(\frac{A_T}{A_N} \right)$ se incrementa, entonces sabemos por el punto anterior que el p de equilibrio (p^*) debe incrementarse en la misma proporción que el incremento de $\left(\frac{A_T}{A_N} \right)$.

Otoño 2004 - Parcialito II (UdeSA), con soluciones

La siguiente función de producción resume la tecnología de transformación de **trabajo en chocolate**: $y_i = \sqrt{(L_i - 4)}$, donde L_i es la cantidad de trabajo que emplea la empresa i e y_i el producto resultante. Esta economía posee una política de inmigración libre, por lo que el salario está determinado internacionalmente: $\mathbf{w} = \mathbf{5}$. En cambio, se encuentra prohibido el comercio exterior de bienes, por lo que su precio está determinado por la demanda local, resumible en la función: $\mathbf{p}^L = \mathbf{60} - \mathbf{y}^L$, donde \mathbf{p}^L es el precio de mercado del bien e \mathbf{y}^L es la cantidad total vendida.

1. Antes de comenzar el análisis de la determinación de precios, debe derivar la función de costos mínimos de una firma **i**.

$$y_i = \sqrt{(L_i - 4)} \Rightarrow (y_i)^2 = \left(\sqrt{(L_i - 4)}\right)^2 \Rightarrow (y_i)^2 = L_i - 4 \Rightarrow$$

$$L_i = (y_i)^2 + 4 \Rightarrow C_i(y_i) = wL_i = w(y_i)^2 + 4w$$

$$C_i(y_i) = 5 * (y_i)^2 + 4 * 5$$

$$C_i(y_i) = 5 * (y_i)^2 + 20$$

2. Si el mercado fuera competitivo, ¿qué precio regiría en el largo plazo (considerando la posible entrada y salida de firmas)?

$$\frac{\partial C_i(y_i)}{\partial y_i} = 10 * y_i$$

$$CMe = \frac{C_i(y_i)}{y_i} = 5 * y_i + \frac{20}{y_i}$$

$$\text{Busco donde } \frac{\partial C_i(y_i)}{\partial y_i} = \frac{C_i(y_i)}{y_i}$$

$$10 * y_i = 5 * y_i + \frac{20}{y_i}$$

$$5y_i = \frac{20}{y_i}$$

$$(y_i)^2 = 4$$

$$y_i = 2$$

$$\frac{\partial C_i(2)}{\partial y_i} = 10 * 2 = 20$$

$$p = 20$$

3. Suponga que una firma se encuentra sola en el mercado y no puede discriminar precios entre los integrantes de ese mercado. ¿Qué precio colocará por unidad de chocolate?

$$\max_{y^L} \pi^M = p^L (y^L) * y^L - C(y^L)$$

$$\max_{y^L} \pi^M = (60 - y^L) * y^L - [5 * (y^L)^2 + 20]$$

$$\frac{\partial \pi^M}{\partial y^L} = 60 - 2y^L - 10y^L = 0$$

$$y^L = \frac{60}{12}$$

$$y^L = 5$$

$$p^L = 60 - 5$$

$$p^L = 55$$

4. Ahora bien, existe otro mercado que esta firma puede abastecer, donde no existe ninguna empresa competidora. La demanda allí está dada por $\mathbf{p}^E = 78 - 5\mathbf{y}^E$. Los habitantes de ambos mercados no pueden comerciar. En tal caso, ¿qué precio colocaría en cada mercado?

El punto clave a comprender aquí es que el aumento de las cantidades en un mercado aumenta los costos marginales, éstos no son constantes. Ergo, debe resolverse:

$$\max_{y^L, y^E} \pi^M = p^L (y^L) * y^L + p^E (y^E) * y^E - C(y^L + y^E)$$

$$\max_{y^L, y^E} \pi^M = (60 - y^L) * y^L + (78 - 5y^E) * y^E - [5 * (y^L + y^E)^2 + 20]$$

$$\frac{\partial \pi^M}{\partial y^L} = 60 - 2y^L - 10(y^L + y^E) = 0$$

$$\frac{\partial \pi^M}{\partial y^E} = 78 - 10y^E - 10(y^L + y^E) = 0$$

Reexpresamos:

$$60 - 12y^L - 10y^E = 0$$

$$78 - 20y^E - 10y^L = 0$$

Multiplico por -2 la primera igualdad y lo sumo a la segunda:

$$(60 - 12y^L - 10y^E) * (-2) + 78 - 20y^E - 10y^L = 0$$

$$-120 + 24y^L + 20y^E + 36 - 20y^E - 10y^L = 0$$

$$-120 + 14y^L + 36 = 0$$

$$14y^L = 120 - 36$$

$$y^L = \frac{120-36}{14}$$

$$y^L = 3$$

$$p^L(3) = 60 - 3 =$$

$$p^L(3) = 57$$

En cuanto a y^E :

$$60 - 12y^L - 10y^E = 0$$

$$60 - 12 * 3 - 10y^E = 0$$

$$60 - 36 = 10y^E$$

$$y^E = 2.4$$

$$p^E(2.4) = 78 - 5(2.4)$$

$$p^E(2.4) = 66$$

5. ¿Y en caso de que los habitantes de ambos mercados pudieran intercambiar chocolate a costo cero? (Ayuda: ¿en cuánto podrían diferir los precios entre uno y otro mercado?)

En este caso, debe colocar el mismo precio en ambos mercados.

En consecuencia, resuelve:

$$\max_p \pi^M = p * [y^L(p) + y^E(p)] - C [y^L(p) + y^E(p)]$$

Donde:

$$p^L = 60 - y^L \Rightarrow y^L = 60 - p^L$$

$$p^E = 78 - 5y^E \Rightarrow y^E = \frac{78}{5} - \frac{p^E}{5}$$

Reexpreso la función objetivo:

$$\max_p \pi^M = p * (60 - p + \frac{78}{5} - \frac{p}{5}) - C (60 - p + \frac{78}{5} - \frac{p}{5})$$

$$\max_p \pi^M = p * (75.6 - \frac{6}{5}p) - C (75.6 - \frac{6}{5}p)$$

$$\max_p \pi^M = p * (75.6 - \frac{6}{5}p) - [5 * (75.6 - \frac{6}{5}p)^2 + 20]$$

$$\frac{\partial \pi^M}{\partial p} = 75.6 - \frac{12}{5}p - 10 * (75.6 - \frac{6}{5}p) * (-\frac{6}{5}) = 0$$

$$75.6 - \frac{12}{5}p - 10 * (75.6 - \frac{6}{5}p) * (-\frac{6}{5}) =$$

$$982.8 - \frac{84}{5}p = 0$$

$$p = 58.5$$

Otoño 2004. Examen Final (UdeSA)

1. (40 puntos) En cierta economía, existen sólo dos consumidores, los señores 1 y 2. Sus preferencias sobre dos únicos bienes (x, y) son representables por

$$u_1(x_1, y_1) = x_1 + \ln(y_1)$$

$$u_2(x_2, y_2) = x_2 + \ln(y_2)$$

donde x_i es la cantidad de bien x consumida por el señor i e y_i es la cantidad de bien y consumida por el señor i . Las dotaciones totales de estos bienes son de ω^x y ω^y y se reparten de forma que

$$\begin{aligned}\omega_1^x + \omega_2^x &= \omega^x \\ \omega_1^y + \omega_2^y &= \omega^y\end{aligned}$$

El precio del bien x está normalizado: $p_x = 1$. Así, $p_y = p$. El objetivo de este ejercicio es hallar el equilibrio general competitivo en este contexto.

- (a) **(5 puntos)**. Encuentre las demandas de los agentes por el bien y .
 - (b) **(10 puntos)**. A partir de lo obtenido en el punto anterior, encuentre el precio que garantiza el equilibrio general (**ayuda:** ¿qué debe suceder a nivel agregado?).
 - (c) **(5 puntos)**. ¿Qué sucede con este precio si el individuo 1 cede gentilmente parte de su dotación al individuo 2?
 - (d) **(5 puntos)**. ¿Qué sucedería, en cambio, si aumentara la dotación total del bien y ?
 - (e) **(5 puntos)**. ¿Por qué ud. (*correctamente*) no ha precisado analizar el mercado del bien x ? Explique en pocas palabras.
 - (f) **(10 puntos)**. **Abstráigase ahora de lo realizado en los puntos anteriores.** En este momento, ud. no desea hallar un equilibrio competitivo. Simplemente está interesado en conocer las asignaciones Pareto Eficientes en esta economía. Encuéntrelas. (**ayuda:** *Quizás le sea de utilidad pensar en el problema del dictador benevolente*)?
2. **(60 puntos)** Una de las preocupaciones que suelen tener los productores de distintos bienes y servicios es el de la *incertidumbre* en los costos de los insumos en el futuro. Esto se acentúa si consideramos que en determinadas ocasiones los productores no pueden ajustar el precio de sus productos instantáneamente ante cambios en los costos, debido a que tales precios suelen poder ajustarse solamente en determinados períodos (ya sea por restricciones legales, de información, o simplemente debido a la existencia de ciertos costos de ajuste de esos precios). Este ejercicio intenta comprender si esta *preocupación* que mencionamos más arriba tiene sentido económico o no. Supongamos un monopolista (no discriminador) que vende papel al por mayor. Denotemos como y a la cantidad (medida en kilogramos) de papel producido y vendido por el monopolista. Sea p el precio por kilo de papel que cobra el monopolista. Éste produce y vende en un cierto período $t = 1$, pero debe decidir el precio de venta un período antes, en $t = 0$. La producción se realiza íntegramente en el período $t = 1$. La tecnología de producción está dado por $y = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$, donde x_l es la cantidad de insumo l usado en producir y kilos de papel. El insumo $l = 1$ es *combustible* y el insumo $l = 2$ denota otros insumos. Sea el precio de los otros insumos normalizado a 1. Sea w el precio del combustible en $t = 1$. El valor de este precio no es conocido en $t = 0$ (al momento de fijar el precio). En lugar de esto, sabemos que w puede ser igual a θ con una probabilidad π e igual a $\frac{1}{\theta}$ con probabilidad $1 - \pi$. Suponemos aquí que $\theta > 1$ y que $\pi = \frac{1}{1+\theta}$. Esto garantiza que el valor *esperado* de w (por el monopolista) evaluado en el período $t = 0$ es igual a 1. El comportamiento de la demanda de papel es el siguiente. Existe un único consumidor (demandante) de papel que toma el precio p como dado y que compra y consume papel y otros bienes en $t = 1$. Las preferencias de este consumidor están dadas por la función de utilidad $u(y, z) = \left(\frac{1}{2}\right) y^{\frac{1}{2}} + z$, donde z denota el consumo de otros bienes. Sea $p_z = 1$ y m el ingreso en pesos de este consumidor.
- (a) **(5 puntos)** En primer lugar sitúese en $t = 1$, donde w ya es conocido. Obtenga la función de costo mínimo del monopolista en función de (y, w) .
 - (b) **(5 puntos)** Estando también en $t = 1$, obtenga la función de demanda del consumidor por papel y explique en una frase por qué no depende del ingreso m (expreselo como una función donde y es la variable dependiente y p la independiente).
 - (c) **(10 puntos)** El monopolista ahora se sitúa en $t = 0$. Es neutral al riesgo, en el sentido de que fija el precio p maximizando el valor *esperado* (promedio ponderado por las probabilidades) de sus beneficios en $t = 1$. Escriba (antes de maximizar nada) este valor esperado de sus beneficios como función de p y θ .

- (d) **(5 puntos)** Obtenga el valor de p que maximiza los beneficios esperados expresados en el punto anterior. Este valor de p deberá ser función de θ .
- (e) **(5 puntos)** Obtenga los beneficios esperados *máximos* en función de θ .
- (f) **(10 puntos)** La percepción del *riesgo* sobre el valor futuro de w puede resumirse en lo que se denomina la *varianza* de w , igual a $\pi\theta^2 + (1 - \pi)\left(\frac{1}{\theta}\right)^2 - 1 = \frac{(1+\theta^3)}{\theta(1+\theta)} - 1 > 0$ si y solo si $\theta > 1$. Se puede mostrar que la varianza de w es estrictamente creciente en θ para todo $\theta > 1$. Esto implica que un incremento en la varianza de w es equivalente (en sentido cualitativo) a un incremento de θ (cuando éste es mayor que uno). ¿Qué ocurre con el precio p óptimo obtenido en el punto *d* cuando esta varianza aumenta (o bien, cuando θ aumenta)?
- (g) **(10 puntos)** ¿Qué ocurre con los beneficios esperados máximos cuando la varianza de w aumenta? (*nota: no hace falta calcular explícitamente esto; simplemente utilice la relación que existe entre el beneficio esperado máximo y el precio que maximiza los beneficios esperados*).
- (h) **(10 puntos)** Dadas sus respuestas en *f* y *g*, ¿tiene sentido que sea el monopolista quien se preocupe por el riesgo del precio del insumo 1? Justifique sus respuestas a partir de los resultados en *f* y *g* en no más de veinte palabras.

Otoño 2005 - Parcialito II (UdeSA)

El pasado fin de semana los medios de comunicación hicieron público el anuncio del Gobierno de un proyecto de ley que impone topes a cargos administrativos y, especialmente, recortes en las tasas de interés. Según Infobae del 22/5/2005 el Ministro Lavagna “*indicó que las reformas establecerán con claridad que la tasa no va a poder superar el 25 por ciento de lo que la entidad financiera cobra en materia de préstamos personales*”. La pregunta es en qué medida este proyecto de ley, si prospera en el Congreso, afecta al volumen trasando en el mercado de crédito (en equilibrio). Este ejercicio intenta dar una posible respuesta. Consideremos una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un número grande J de firmas idénticas que pueden producir en $t = 1$ a partir de los recursos utilizados en $t = 0$ en la tecnología de producción. Cada firma j que utiliza k^j dólares en $t = 0$ puede obtener $y^j(k^j)$ dólares en $t = 1$ con probabilidad π , mientras que obtiene 0 con probabilidad $1 - \pi$. Se supone que:

$$y^j(k^j) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(k^j)^2 + Ak^j, & \text{si } k \leq A \\ \frac{A^2}{2} & \text{si } k > A \end{cases}$$

donde $A > 0$ es un parámetro independiente de la identidad de la firma j . Por otra parte, existe un número grande de agentes que eventualmente podrán prestar parte de los recursos que obtienen en $t = 0$ a estas firmas. Cada uno de estos agentes obtiene un ingreso de ω dólares en $t = 0$ y 0 en $t = 1$. Cada uno de estos agentes decide prestar una proporción $\alpha \in [0, 1]$ a las firmas y el resto lo invierte en una cuenta en el exterior cuya tasa neta de interés entre los períodos 0 y 1 es igual a 0. Existen I agentes idénticos cuyas preferencias se definen sobre canastas de consumo contingente (c_N, c_D) (donde N denota *no default* y D denota *default* por parte de las firmas). Estas preferencias se representan por la función de utilidad esperada

$$\pi \ln c_N + (1 - \pi) \ln c_D$$

En cuanto a los préstamos otorgados por estos agentes a las empresas, suponemos que se realizan por medio de un contrato que especifica que, por cada dólar prestado en $t = 0$, el deudor paga R dólares (R aquí es una tasa *bruta*) en $t = 1$ si éste recibe suficientes recursos para realizar este pago. En caso contrario el prestamista recibe 0.

1. (10 puntos) Supongamos que el dueño de cada empresa es neutral al riesgo y maximiza entonces los beneficios esperados. Escriba este problema de maximización.
2. (15 puntos) Obtenga la demanda individual k^{*j} que resuelva el problema planteado en (1) como función de R y A . Obtenga luego la demanda agregada de préstamos como función de R, A y J .
3. (10 puntos) Formule el problema de optimización de cada agente prestamista.

4. (15 puntos) Obtenga la cantidad de dólares que cada prestamista decide dar en préstamo, esto es, obtenga el valor $\alpha^* \omega$, como función de cada posible valor de R . Obtenga la función de oferta total de préstamos a firmas como función de ω , I y R .
5. (20 puntos) Demuestre que existe un cierto valor de \bar{R} tal que, si $R > \bar{R}$, α^* debe ser 0. (Dos ayudas: este valor \bar{R} es función de π ; también: para demostrar que, si $R < \bar{R}$, α^* debe ser 0, evalúe el signo de la primer derivada de la función a maximizar planteada en 3 en $R < \bar{R}$. También un gráfico podrá ayudar).
6. (10 puntos) ¿Cómo tiende a ser \bar{R} cuanto más reducido sea el valor de π ?
7. (20 puntos) Supongamos que $1, 25 \leq A < \bar{R}$. ¿Existe algún valor de equilibrio en este mercado de préstamos donde el volumen de dólares prestados sea estrictamente positivo? ¿Qué implicancias tendrá, entonces, una medida como la que plantea la introducción de este ejercicio?

Otoño 2005 - Parcialito II UdeSA. Soluciones sugeridas

1. En este caso el problema puede expresarse como

$$\max_{k^j} \pi [y^j(k^j) - Rk^j]$$

2. Nótese que la función de producción tiene la forma: con lo cual, dado que $R > 0$ en equilibrio, sabemos que la parte relevante de la función de producción es aquella donde $y^j(k^j) = -\frac{1}{2}(k^j)^2 + Ak^j$, esto es, donde $k \leq A$. En consecuencia la CPO es

$$\pi [-k^j + A - R] = 0$$

(La CSO se cumple pues la derivada segunda con respecto a k^j es $-\pi < 0$). Esto implica que la demanda individual es

$$k^j(A, R) = \begin{cases} A - R & \text{si } R \leq A \\ 0 & \text{si } R > A \end{cases}$$

Dado que existen J firmas idénticas, la demanda agregada es

$$k^d(A, R) = \begin{cases} J(A - R) & \text{si } R \leq A \\ 0 & \text{si } R > A \end{cases}$$

3. Dados los supuestos el problema puede formularse como

$$\max \pi \ln c_N + (1 - \pi) \ln c_D$$

sujeto a

$$c_N = \alpha \omega R + (1 - \alpha) \omega, \quad c_D = (1 - \alpha) \omega, \quad \alpha \in [0, 1]$$

Reemplazando las dos restricciones de igualdad tenemos que el problema es equivalente a:

$$\max_{\alpha \in [0, 1]} \pi \ln(\alpha \omega R + (1 - \alpha) \omega) + (1 - \pi) \ln((1 - \alpha) \omega)$$

4. Ignorando la restricción sobre α la CPO es

$$\frac{\pi(R - 1)}{(\alpha R + (1 - \alpha))} = \frac{(1 - \pi)}{1 - \alpha}$$

Dado que la función objetivo es estrictamente cóncava, entonces es estrictamente cuasicóncava, con lo cual la CSO se cumple. De la CPO despejamos α :

$$\pi(R - 1)(1 - \alpha) = (1 - \pi)(1 + \alpha(R - 1))$$

\implies

$$\alpha[R - 1] = \pi(R - 1) - (1 - \pi)$$

en consecuencia la cantidad de dólares ofrecidos por cada prestamista es

$$\begin{aligned}\alpha\omega &= \left[\frac{\pi(R-1) - (1-\pi)}{R-1} \right] \omega \\ &= \left[\pi - \frac{1-\pi}{R-1} \right] \omega\end{aligned}$$

si $\pi \geq \frac{1-\pi}{R-1}$. La oferta agregada es (dado que los prestamistas son idénticos):

$$k^s = \left[\pi - \frac{1-\pi}{R-1} \right] I\omega$$

5. El gráfico para un cierto valor de π luce así: De hecho, de la expresión que obtuvimos previamente vemos que si $\pi < \frac{1-\pi}{R-1}$ entonces α sería negativo, lo cual cae fuera de los posibles valores para esta variable. De hecho, para un valor de \bar{R} tal que $\bar{R} - 1 = \frac{1-\pi}{\pi}$ sabemos que $\alpha = 0$. Pero entonces $\bar{R} = \frac{1}{\pi}$. Esto es suficiente para responder el problema.

Sin embargo, una última comprobación formal (este punto es más bien opcional) implica evaluar la derivada primera de la función de utilidad esperada (expresada como función de α) con respecto a α en $R < \frac{1}{\pi}$ y tenemos que esta derivada es:

$$\begin{aligned}& \frac{\pi(R-1)}{(\alpha R + (1-\alpha))} - \frac{(1-\pi)}{1-\alpha} \\ &= \frac{\pi(R-1)(1-\alpha) - (1-\pi)(1+\alpha(R-1))}{(\alpha R + (1-\alpha))(1-\alpha)} \\ &= \frac{(R-1)[\pi(1-\alpha) - (1-\pi)\alpha] - (1-\pi)}{(\alpha R + (1-\alpha))(1-\alpha)}\end{aligned}$$

Como $R < \frac{1}{\pi}$ entonces $R-1 < \frac{1}{\pi} - 1 = \frac{1-\pi}{\pi}$ con lo cual

$$\begin{aligned}& (R-1)[\pi(1-\alpha) - (1-\pi)\alpha] - (1-\pi) \\ &< \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) [\pi(1-\alpha) - (1-\pi)\alpha] - (1-\pi) \\ &= (1-\pi) \left[(1-\alpha) - \alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) \right] - (1-\pi) \\ &= (1-\pi) \left[(1-\alpha) - \alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) - 1 \right] \\ &= (1-\pi) \left[(-\alpha) - \alpha \left(\frac{1-\pi}{\pi} \right) \right] < 0\end{aligned}$$

Esto implica que, para cualquier α en $[0, 1]$, la utilidad esperada es decreciente en α cuando $R < \frac{1}{\pi}$, con lo cual el α^* óptimo es 0.

6. Claramente \bar{R} es estrictamente decreciente en π . Cuanto menor sea π , mayor será \bar{R} .
7. En este caso no tendremos equilibrio donde la cantidad de capital transada sea estrictamente positiva: la ordenada al origen de la demanda agregada de capital es estrictamente menor a la de la oferta agregada de capital. En consecuencia sólo se cruzan sobre el eje vertical. Por lo tanto, cualquier medida de intento de ponerle un tope menor a A (en este caso, 1, 25) no tendrá ningún tipo de consecuencia sobre la cantidad de equilibrio de préstamos, que se mantendrá igual a cero.

Otoño 2005. Examen Final UdeSA

Sin dudas, una de las variables más importantes para garantizar un proceso de crecimiento *sostenido* de una economía es la inversión. Una de las variables que influyen directamente sobre aquella es el denominado *riesgo político*. Las principales calificadoras de riesgo internacionales suelen intentar calificar

la magnitud del mismo. Por ejemplo, recientemente, el economista Joydeep Mukherji, de Standard and Poors, emitió un breve reporte sobre la importancia de este tipo de riesgo en la calificación del riesgo general de los países (8/06/2005)¹. Entre otras cosas el autor afirma que:

“Las instituciones fuertes también incrementan la predictibilidad y reducen el riesgo de un choque político negativo inesperado que pudiera disminuir la confianza de los inversionistas.”

Este ejercicio intenta ilustrar el problema del *riesgo político* a través de la metodología del análisis de equilibrio general. Algunos conceptos base de este ejercicio se inspiran en el trabajo de Dal-Bo y Dal-Bo (2004). Considere una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un único bien de consumo en esta economía que llamaremos simplemente *dólar*. Existen dos países, A y B. En A encontramos I consumidores - trabajadores idénticos, que sólo viven en $t = 1$. En B encontramos un único consumidor - empresario. El consumidor empresario posee una dotación de ω_0^B dólares en $t = 0$, y de 0 en $t = 1$. El empresario tiene dos alternativas de inversión: una es un bono libre de riesgo cuya tasa bruta a cobrarse en $t = 1$ es igual a $R \geq 1$. La segunda alternativa es invertir en una firma que produce dólares en $t = 1$ en el país A. La tecnología de producción es tal que para producir estos dólares en $t = 1$ se deben utilizar trabajo del país A, además de la inversión realizada por el empresario foráneo en $t = 0$. Si llamamos k a los dólares invertidos en $t = 0$ por el empresario en esta firma y L al total de trabajo en A utilizado en $t = 1$ por esta firma entonces la tecnología de producción de la misma se representa por la función de producción $\frac{k^{1-\alpha}L^\alpha}{\alpha}$, con $\alpha \in (0, 1)$. Todos los mercados son de competencia perfecta (el empresario toma a los precios como dato).

Por su parte, cada consumidor-trabajador de A recibe una dotación de 1 unidad de tiempo laboral en $t = 1$, el cual puede destinarse, parte al trabajo, parte al ocio. Sea l^i la cantidad de ocio consumido por el consumidor-trabajador i del país A en $t = 1$. Sea c^i el consumo de dólares de i en $t = 1$. El salario por unidad de tiempo trabajado es igual a w (donde w se expresa en dólares). Las preferencias de cada consumidor i se representan por la función de utilidad $u^i(c^i, l^i) = \ln l^i + \ln c^i$. Existe un nivel mínimo de consumo \bar{c} tal que, si el valor de equilibrio de consumo es $c^i < \bar{c}$ entonces con probabilidad $1 - \eta$ todos los consumidores - trabajadores saquean a la firma del país A (la que describimos en el párrafo anterior), llevándose *cada* uno de los trabajadores un monto de dólares igual a $\bar{c} - c^i$. Si se produce el saqueo, éste toma lugar luego de que se produzcan los dólares correspondientes en la firma y luego de pagar los salarios a los trabajadores. En este caso, el empresario sólo se lleva la diferencia entre el beneficio (máximo) de la firma y el monto saqueado por los trabajadores. Si no hay saqueo (lo cual ocurre si $c^i \geq \bar{c}$, o si $c^i < \bar{c}$ no hay saqueos con probabilidad η) el empresario se lleva todo el beneficio máximo de la firma. Por supuesto, el empresario consume en $t = 1$ el resultado de lo que obtiene en el país A y lo que obtiene de la inversión libre de riesgo. El empresario es neutral al riesgo y entonces sus preferencias pueden representarse como

$$\begin{aligned} c_1 & \text{ si } c^i \geq \bar{c} \text{ para todo } i \\ \eta c_{1, \text{no-saqueo}} + (1 - \eta) c_{1, \text{saqueo}} & \text{ si } c^i < \bar{c} \text{ para todo } i \end{aligned}$$

1. (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor-trabajador individual.
2. (5 puntos) Obtenga la función de oferta laboral individual y luego la de todos los trabajadores de A.
3. (10 puntos) Para un dado k , plantee el problema de la firma que produce dólares en el país A. Obtenga la función de demanda de trabajo.
4. (10 puntos) Obtenga el salario de equilibrio w como función de k , de I y de α .
5. (5 puntos) Obtenga los beneficios máximos como función de k , de I y de α .
6. (10 puntos) Reemplazando la respuesta de 4 en la de 2 y luego reemplazando éstos en la restricción presupuestaria del consumidor - trabajador, obtenga el consumo de éste como función de k , I y α . Llame a este consumo $c^i(k, I, \alpha)$

¹La traducción al español puede consultarse en la dirección: http://www2.standardandpoors.com/servlet/Satellite?pagename=sp/sp_article/ArticleTemplate&c=sp_article&cid=1118787558485&b=5

7. (10 puntos) Se supone que la posibilidad de saqueo existe sólo si $c^i(k, I, \alpha) < \bar{c}$. Utilizando su respuesta en 6 despeje k para obtener una expresión del estilo $k < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$.
8. (10 puntos) Exprese las restricciones presupuestarias del empresario (para el período 1) para cada una de las tres alternativas: (a) cuando $k \geq \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$, (b) cuando $k < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ y no hay saqueo, y (c) cuando $k < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ y hay saqueo.
9. (10 puntos) Plantee el problema del empresario suponiendo que estamos en el caso donde $k^* \geq \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ (es decir, donde la cantidad de inversión realizada por el empresario en equilibrio satisface esta desigualdad débil, tal que no hay saqueos con certeza). En este caso obtenga la condición de primer orden y despeje k^* como función de (I, α, R) . Llamemos a esta solución $k^*(I, \alpha, R)$. Demuestre que para que se cumpla que $k^*(I, \alpha, R) \geq \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ es suficiente que αR sea suficientemente pequeño (cercano a cero).
10. (10 puntos) Plantee el problema del empresario suponiendo que estamos en el caso donde $k^* < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ (es decir, donde la cantidad de inversión realizada por el empresario en equilibrio satisface esta desigualdad fuerte, tal que no hay saqueos con probabilidad η y hay saqueos con probabilidad $1 - \eta$). En este caso obtenga la condición de primer orden y despeje k^* como función de (I, α, R, η) . Llamemos a esta solución $k^*(I, \alpha, R, \eta)$. Demuestre que para que se cumpla que $k^*(I, \alpha, R, \eta) < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ es suficiente que α sea suficientemente grande (cercano a uno).
11. (10 puntos) Demuestre que si se cumple $k^*(I, \alpha, R) \geq \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$ entonces no puede ser cierto que $k^*(I, \alpha, R, \eta) < \hat{k}(\bar{c}, \alpha, I)$.

Soluciones

1. La restricción presupuestaria del consumidor - trabajador es simplemente

$$c^i = w(1 - l^i)$$

2. El problema es

$$\max_{l^i} \ln[w(1 - l^i)] + \ln l^i$$

La CPO es

$$\frac{1}{1 - l^i} = \frac{1}{l^i}$$

(La CSO se cumple debido a que la función de utilidad es estrictamente cóncava). De la CPO obtenemos:

$$l^i = \frac{1}{2}$$

Y entonces cada trabajador - consumidor ofrece $L^{S,i} = \frac{1}{2}$. La oferta total entonces es $\frac{I}{2}$ (independiente de w)

3. El problema de la firma es

$$\max_L \frac{k^{1-\alpha} L^\alpha}{\alpha} - wL$$

La condición de primer orden es

$$k^{1-\alpha} L^{\alpha-1} = w$$

(La CSO se cumple al ser la función de producción estrictamente cóncava en L). De la CPO tenemos

$$L^{1-\alpha} = \frac{k^{1-\alpha}}{w}$$

y entonces la demanda por trabajo es

$$L^d = \frac{k}{w^{\frac{1}{1-\alpha}}}$$

4. En equilibrio $L^S = L^d$, con lo cual

$$\frac{k}{w^{\frac{1}{1-\alpha}}} = \frac{I}{2}$$

y entonces

$$w^{\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{2k}{I}$$

Asi obtenemos el salario de equilibrio

$$w^* = \left(\frac{2k}{I}\right)^{1-\alpha}$$

5. En equilibrio $L^d = \frac{I}{2}$, con lo cual el beneficio maximo es

$$\frac{k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha}{\alpha} - \left(\frac{2k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right) = k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1}{\alpha} - 1\right] = k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right]$$

6. Dado que $l^{i*} = \frac{1}{2}$ y que $\left(\frac{2k}{I}\right)^{1-\alpha}$ entonces

$$c^{i*}(k, I, \alpha) = \left(\frac{2k}{I}\right)^{1-\alpha} \frac{1}{2} = \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$$

7. La posibilidad de saqueo solo es cierta segun este ejercicio cuando

$$c^{i*}(k, I, \alpha) = \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha < \bar{c}$$

o bien

$$(k)^{1-\alpha} < 2^\alpha (I)^{1-\alpha} \bar{c}$$

o bien

$$k < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I \equiv \hat{k}(\bar{c}, I, \alpha)$$

8. Restricciones de E : dado que el consumidor empresario tiene ω_0^E dolares en $t = 0$, si invierte k dolares en la firma entonces invierte $\omega_0^E - k$ dolares en la firma. Veamos cada caso

a. Si $k \geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$ entonces

$$c_1 = k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R[\omega_0^E - k]$$

b. Si $k < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$ y no hay saqueo entonces

$$c_{1, no-saqueo} = k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R[\omega_0^E - k]$$

c. Si $k < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$ y hay saqueo entonces

$$c_{1, saqueo} = k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R[\omega_0^E - k] - I \left[\bar{c} - \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha\right]$$

Por que? Porque en este caso cada consumidor se lleva $\left[\bar{c} - \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha\right]$ dolares de lo que el empresario gana como beneficio (maximo), con lo cual, al haber I consumidores, el monto que pierde el empresario por saqueos es $I \left[\bar{c} - \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha\right]$.

9. Si el monto k de equilibrio fuese tal que $k^* \geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$ entonces el problema del empresario se reduce a maximizar $k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R[\omega_0^E - k]$ con respecto a k . Es una funcion estrictamente concava en k , dado que $0 < \alpha < 1$, con lo cual la CPO es

$$(1-\alpha) \left(\frac{I}{2}\right)^\alpha \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] k^{-\alpha} = R$$

y entonces

$$k^* = \left(\frac{I}{2}\right) \left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \equiv k^*(I, \alpha, R)$$

Para que realmente esto constituya un equilibrio, debemos verificar lo que supusimos de entrada en este punto, esto es, que $k^*(I, \alpha, R) \geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$, o bien

$$\begin{aligned} \left(\frac{I}{2}\right) \left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R}\right]^{\frac{1}{\alpha}} &\geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I \\ &\Leftrightarrow \\ \left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R}\right]^{\frac{1}{\alpha}} &\geq 2^{\frac{1}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R} &\geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

Notese que, dado \bar{c} , la expresion anterior tiende a verificarse en la medida en que αR tiende a ser suficientemente pequeno (el limite del lado derecho cuando αR tiende a cero es infinito).

10. En este caso se supone que la cantidad k^* es estrictamente menor que $2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$, con lo cual en este caso hay una posibilidad de que haya saqueos, los cuales ocurren con probabilidad $1 - \eta$. Entonces el empresario elige k maximizando

$$\begin{aligned} &\eta c_{1, no-saqueo} + (1-\eta) c_{1, saqueo} \\ = &\eta \left[k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R [\omega_0^E - k] \right] \\ &+ (1-\eta) \left[k^{1-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} \left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\right] + R [\omega_0^E - k] - I \left[\bar{c} - \left(\frac{k}{I}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha} \right] \right] \end{aligned}$$

el cual tambien es una funcion estrictamente concava en k (razon por la cual no necesitamos verificar CSO). La CPO es

$$\begin{aligned} &\eta \left[k^{-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha} - R \right] \\ &+ (1-\eta) \left[k^{-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha} - R + I k^{-\alpha} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} (1-\alpha) \right] \\ = &0 \end{aligned}$$

O bien

$$(1-\alpha) \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} k^{-\alpha} \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta) I \right] = R$$

Despejando k^{α} :

$$k^{\alpha} = \frac{(1-\alpha)}{R} \left(\frac{I}{2}\right)^{\alpha} \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta) I \right]$$

Con lo cual

$$k^* = \left[\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta) I \right) \left(\frac{(1-\alpha)}{R} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{I}{2}\right) \equiv k^*(I, \alpha, R, \eta)$$

Para que esto constituya un equilibrio debemos verificar lo que supusimos de entrada en este punto, esto es, $k^*(I, \alpha, R, \eta) < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$, o bien

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta) I \right) \left(\frac{(1-\alpha)}{R} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{I}{2}\right) &< 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I \\ &\Leftrightarrow \\ \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta) I \right) \frac{(1-\alpha)}{R} &< 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

Cuando α tiende a 1, el lado izquierdo tiende a cero. Para un dado \bar{c} , entonces, para valores de α suficientemente cercanos a 1 esta desigualdad se cumple.

11. Para demostrar este punto supongamos que si $k^*(I, \alpha, R) \geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$ entonces tambien es cierto que $k^*(I, \alpha, R, \eta) < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} I$. Recordemos que ambas desigualdades son equivalentes a:

$$\begin{aligned} \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R} &\geq 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta)I \right) \frac{(1-\alpha)}{R} &< 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

con lo cual nos quedaria que

$$\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta)I \right) \frac{(1-\alpha)}{R} < 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{c}^{\frac{1}{1-\alpha}} \leq \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R}$$

Pero esto necesariamente debe implicar que

$$\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta)I \right) \frac{(1-\alpha)}{R} < \frac{(1-\alpha)^2}{\alpha R}$$

que es equivalente a:

$$\frac{(1-\alpha)}{\alpha} + (1-\eta)I < \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

Pero esto implica que $(1-\eta)I < 0$, lo cual contradice los supuestos del ejercicio. Esto demuestra este punto habiendo utilizado un argumento por contradiccion.

Semestre de Otoño 2005. Examen Recuperatorio. UdeSA

Desde el año 2002 una de las discusiones más sostenidamente frecuentes es la situación de las firmas de servicios públicos privatizados o concesionados a firmas privadas que constituyen monopolios. Uno de los puntos más fuertes de esta discusión se concentra en la relación entre el férreo control de las tarifas de estas firmas con la falta de inversión en la provisión de tales servicios. Este problema intenta ilustrar en qué medida esta regulación del monopolio a través del precio afecta a la inversión en *capital* productivo para el futuro y entonces cómo influye sobre el bienestar de los propios consumidores. Supongamos una economía con dos períodos, $t = 0, 1$. En cada período hay dos bienes, 1 y 2. El bien 1 es el numerario, es decir, la unidad de cuenta (i.e., su precio nominal es 1 en cada $t = 0, 1$). Existe también un factor de producción llamado trabajo, que es el que se utiliza para producir el bien 2. Éste es producido por un monopolio que produce y_{2t} unidades en cada período $t = 0, 1$ a través de la tecnología $y_t = K_t L_t$, donde K_t es la cantidad de capital productivo disponible en t y L_t la cantidad de trabajo que se utiliza en t . La cantidad de capital en 0, K_0 , está dado y es igual a 1. La cantidad de capital en $t = 1$ es igual al capital en $t = 0$ más un monto X invertido por el monopolio. Esta cantidad X debe ser como máximo igual a los beneficios máximos de $t = 0$ (es decir, que si los beneficios máximos en $t = 0$ son cero, entonces $X = 0$). Este monopolio demanda trabajo en t tomando al salario w_t como dado (el mercado laboral es perfectamente competitivo en cada período). El monopolista consume los beneficios máximos (los del período $t = 0$ son los beneficios máximos netos de la inversión X). Sean estos consumos π_0 y π_1 para cada período 0 y 1 respectivamente. Las preferencias del monopolista pueden representarse por la función de utilidad:

$$U^M = \pi_0 \pi_1$$

Por otra parte, existen H consumidores-trabajadores en $t = 0$ y HN consumidores-trabajadores en $t = 1$ (aquí interpretamos a los primeros como los padres de los segundos: esto es, cada consumidor en $t = 0$ tiene N hijos en $t = 1$, los cuales son los consumidores-trabajadores de $t = 1$). Cada consumidor trabajador del período t recibe una dotación de una unidad de tiempo en t que puede destinarse, parte a trabajar en el monopolio, parte a (eventualmente) consumir como ocio. También en cada período t cada consumidor-trabajador recibe una dotación $\omega_t > 0$ del bien de consumo 1. Con estas dotaciones el consumidor del período t elige cuánto tiempo trabajar tomando w_t como dado) y cuánto consumir de los bienes 1 y 2 (tomando el precio del bien 2, denotado como p_t , como dado). Sean estos consumos

(individuales) c_{1t} y c_{2t} respectivamente. Las preferencias del consumidor- trabajador que vive en el período t pueden representarse por la función de utilidad:

$$U_t = c_{1t} + 2(c_{2t})^{1/2}$$

1. (5 puntos) Escriba la restricción presupuestaria del consumidor del período t
2. (10 puntos) Plantee el problema del consumidor del período t y obtenga la demanda marshalliana del bien 1 y el de 2. Argumente (no necesita demostrar) que se cumplen las condiciones de segundo orden. Muestre también cuánta cantidad de trabajo ofrece cada consumidor.
3. (5 puntos) Obtenga la demanda agregada por el bien 2 en cada período $t = 0, 1$. Luego obtenga la demanda agregada *inversa* (p_t en función de y_{2t} y de otras variables).
4. (5 puntos) Obtenga la función de costo mínimo del monopolio en cada período t suponiendo K_t dado.
5. (10 puntos) Plantee el problema de maximización de beneficios en cada período t del monopolio suponiendo ausencia de regulaciones. Luego obtenga la cantidad y_{2t} que maximiza tales beneficios (que debe quedar en función de variables tales como K_t y w_t). Obtenga también el precio del monopolio como función de las mismas variables.
6. (5 puntos) De la solución del punto 5 obtenga entonces π_0 y π_1 como función de K_0 , K_1 , X , w_0 y w_1 , entre otras variables.
7. (10 puntos) Reemplazando en la respuesta en 6 por las restricciones $K_0 = 1$ y $K_1 = 1 + X$ y reemplazando las expresiones respectivas en la función U^M presentada más arriba, obtenga el valor de X que maximiza U^M , el cual debe quedar en función de H y de w_0 entre otras variables y parámetros.
8. (10 puntos) De su respuesta en 7 reemplace el valor de X en el valor de y_{21} obtenido en 5. Junto con el valor de y_{20} obtenido en 5, reemplace estos valores en las cantidades L_t que minimizan el costo de producir y_{2t} unidades (las cuales fueron obtenidas en el punto 4). Utilizando su respuesta en 2 obtenga el salario w_t que equilibra el mercado de trabajo en t .
9. (5 puntos) Reemplace el valor de X obtenido en 7 en el precio p_{2t} de equilibrio de monopolio. Con esta información y con la obtenida en 8, obtenga las cantidades de consumo c_{1t} y c_{2t} de equilibrio para cada consumidor nacido en t . Luego compute las utilidades U_t en equilibrio. Llamemos a estas utilidades U_t^{des} .
10. (10 puntos) Suponga ahora que el Estado regula el precio del monopolio en cada período haciendo que el mismo sea igual al costo marginal. Demuestre que en este caso $X^* = 0$. ¿Cuánto es entonces K_1 ?
11. (5 puntos) Dada su respuesta en 10, obtenga el precio de equilibrio p_t cuando existe esta regulación como función de w_t . De su respuesta en 3 obtenga con este precio la cantidad total del bien 2 transada en equilibrio (con esta regulación) en cada período t . Reemplazando estas cantidades de equilibrio en cantidades L_t que minimizan el costo de producir y_{2t} unidades, y volviendo a utilizar su respuesta en 2 obtenga el salario w_t que equilibra el mercado de trabajo en t con esta regulación.
12. (5 puntos) Con los precios obtenidos en 11 obtenga las cantidades de consumo c_{1t} y c_{2t} de equilibrio para cada consumidor nacido en t cuando existe esta regulación. Luego reemplace estos valores en U_t para obtener la utilidad de cada consumidor del período t en este otro equilibrio. Llamemos a esta otra utilidad de equilibrio U_t^{reg} .
13. (10 puntos). Llamamos $W^{des} \equiv U_0^{des} + NU_1^{des}$ a la utilidad de una familia cuando no hay regulación sobre el monopolio. Similarmente llamamos $W^{reg} \equiv U_0^{reg} + NU_1^{reg}$ a la utilidad de una familia cuando se aplica la regulación sobre el precio del monopolio. ¿Es verdad que si $H \geq 2$ y N es suficientemente grande, entonces $W^{des} \geq W^{reg}$? Demuestre su respuesta.

14. (5 puntos) En caso en que se cumpla que $W^{des} \geq W^{reg}$, ¿podríamos decir que es Pareto ineficiente aplicar una regulación de esta naturaleza? Argumente en no más de tres renglones.

Cuatrimestre I 2005 - Parcialito II UBA

En un artículo publicado en *CESifo Forum* (vol 6, N°1, Primavera de 2005) por Catherine L. Mann, denominado “Breaking Up is Hard to Do: Global Co-Dependency, Collective Action, and the Challenges of Global Adjustment” (pp.16-23) la autora se refiere al problema del déficit de cuenta corriente de Estados Unidos, que llegó en 2004 a la cifra de US\$ 666 miles de millones (6.1% del PBI del país mencionado, véase pág. 16). Uno de los puntos que explicaría este déficit es el monto del déficit comercial (importaciones menos exportaciones) en el país del norte. A este respecto, Mann afirma que:

“*The macro picture of the US trade deficit masks important features of the disaggregated data, which may be particularly important for the advent and resolution of global co-dependency (...) The largest category on both sides of the US equation is capital goods and industrial supplies and materials excluding energy, which accounted for 45 percent of exports and 32 percent of imports*” (pág. 17)

La autora entonces enfatiza que buena parte de lo que Estados Unidos importa no es para consumo sino para, supuestamente, aumentar la productividad y la producción en el futuro. Este problema entonces intenta racionalizar parte de esta situación que se estaría dando (según esta autora) en el mencionado país. Considere una economía con dos períodos $t = 0, 1$. Existen dos países en esta economía, Estados Unidos (denotado con el supraíndice E) y el Resto del Mundo (denotado por R). Existen N consumidores en cada país. Cada consumidor vive los dos períodos y sus preferencias dependen del consumo de un único bien en cada período de vida. Sea c_t^h el consumo del bien por parte de un consumidor del país $h = E, R$ en el período $t = 0, 1$. Las preferencias pueden representarse por la función de utilidad $U(c_0^h, c_1^h) = \ln c_0^h + \ln c_1^h$. En R , cada consumidor recibe una dotación del bien en t igual a ω_t^R , con $0 < \omega_1^R < \omega_0^R$. En E cada consumidor recibe una dotación en $t = 0$ de ω_0^E (que se supone pequeña). Sin embargo, en $t = 0$ el consumidor puede *invertir* una cierta cantidad de bienes de consumo (inversión que denotamos como I) y por cada unidad de bien de consumo invertido en $t = 0$ obtiene $\kappa > 1$ unidades del bien de consumo en $t = 1$. Todos los consumidores tienen acceso a un mercado mundial de crédito, cuya tasa neta de interés entre $t = 0$ y $t = 1$ es igual a r (a ser determinado en el ejercicio). Denotemos como b^E la cantidad de bienes de consumo que cualquier consumidor de E toma prestado y sea s^R el monto de bienes de consumo ahorrado por cada consumidor de R .

- (20 puntos) Escriba la restricción de cualquier consumidor del país E en $t = 0$, y haga lo propio con el del período 1.
- (15 puntos) Derive las condiciones de primer orden de cada consumidor del país E . Demuestre que de estas condiciones debe ser verdad que, en equilibrio, $1 + r^* = \kappa$.
- (10 puntos) Del punto anterior, derive el monto $(b^E - I)$ como función de κ y ω_0^E .
- (15 puntos) Obtenga la cantidad de ahorro óptima del consumidor tipo del país R como función de $(\omega_0^R, \omega_1^R, (1 + r))$. Luego, reemplace en $1 + r$ por κ y obtenga el monto de ahorro que en equilibrio cada consumidor del país R decide. Demuestre que, bajo los supuestos del ejercicio, es estrictamente positivo.
- (10 puntos) ¿Cuál es la cantidad b^E que cada consumidor de E obtiene en equilibrio? Justifique su respuesta.
- (10 puntos) Utilizando las respuestas de 5 y 3 obtenga la cantidad de I que cada consumidor en E invierte en equilibrio.
- (20 puntos) Obtenga el cociente $\frac{b^E}{\omega_0^E}$ en el equilibrio (5 puntos). Si κ aumentase, ¿cómo varía $\frac{b^E}{\omega_0^E}$? (5 puntos) ¿Consideraría entonces que un monto cada vez más grande de déficit de cuenta corriente podría ser sostenible? ¿En qué medida? (10 puntos)

Cuatrimestre I 2005 - Parcialito II UBA. Soluciones sugeridas

1. La restricción presupuestaria en $t = 0$ es:

$$c_0^E = \omega_0^E + b^E - I$$

y para $t = 1$ es:

$$c_1^E = \kappa I - b^E (1 + r)$$

2. El problema puede escribirse como:

$$\max_{b^E, I} \ln(\omega_0^E + b^E - I) + \ln(\kappa I - b^E (1 + r))$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} b^E &: \frac{1}{\omega_0^E + b^E - I} = \frac{1 + r}{\kappa I - b^E (1 + r)} \\ I &: \frac{1}{\omega_0^E + b^E - I} = \frac{\kappa}{\kappa I - b^E (1 + r)} \end{aligned}$$

Los dos lados izquierdos de cada ecuación coinciden, con lo cual $\frac{1+r}{\kappa I - b^E(1+r)} = \frac{\kappa}{\kappa I - b^E(1+r)}$. Los denominadores serán estrictamente positivos en equilibrio (excluimos equilibrios con consumo 0) con lo cual se desprende que $1 + r = \kappa$, como se desea demostrar.

3. (10 puntos) Del punto anterior, derive el monto $(b^E - I)$ como función de κ y ω_0^E . La condición anterior hace que las dos CPO sean linealmente dependientes, con lo cual utilizamos la segunda CPO (la elección de cuál CPO utilizar es por supuesto arbitraria) y entonces, dado que $1 + r = \kappa$:

$$\frac{1}{\omega_0^E + b^E - I} = \frac{\kappa}{\kappa(I - b^E)} = \frac{1}{I - b^E}$$

Entonces

$$I - b^E = \omega_0^E + b^E - I$$

o bien

$$I - b^E = \frac{\omega_0^E}{2} \Leftrightarrow b^E - I = -\frac{\omega_0^E}{2}$$

4. El problema del agente del país R puede escribirse como:

$$\max \ln(\omega_0^R - s^R) + \ln(\omega_1^R + s^R (1 + r))$$

Tomando la CPO con respecto a s^R llegamos a:

$$\frac{1}{\omega_0^R - s^R} = \frac{1 + r}{\omega_1^R + s^R (1 + r)}$$

Como en equilibrio $1 + r$ la igualdad anterior es equivalente a $\frac{1}{\omega_0^R - s^R} = \frac{\kappa}{\omega_1^R + s^R \kappa}$. Despejando s^R de aquí obtenemos que

$$s^R = \frac{\kappa \omega_0^R - \omega_1^R}{2\kappa}$$

Dado que suponemos que $\omega_0^R > \omega_1^R$ y que $\kappa > 1$ es claro que $\kappa \omega_0^R > \omega_0^R > \omega_1^R$, con lo cual s^R en equilibrio es estrictamente positivo.

5. En equilibrio $Nb^E = Ns^R$, o bien $b^E = s^R = \frac{\kappa \omega_0^R - \omega_1^R}{2\kappa}$.

6. Dado que $I - b^E = \frac{\omega_0^E}{2}$, y que $b^E = \frac{\kappa \omega_0^R - \omega_1^R}{2\kappa}$ entonces

$$\begin{aligned} I &= \frac{\omega_0^E}{2} + b^E = \frac{\omega_0^E}{2} + \frac{\kappa \omega_0^R - \omega_1^R}{2\kappa} \\ &= \frac{\omega_0^E + \omega_0^R - \frac{\omega_1^R}{\kappa}}{2} \end{aligned}$$

7. En equilibrio

$$\frac{b^E}{\omega_0^E} = \frac{\omega_0^E + \omega_0^R - \frac{\omega_1^R}{\kappa}}{2\omega_0^E} = \frac{\omega_0^E + \omega_0^R}{2\omega_0^E} - \frac{\omega_1^R}{2\omega_0^E \kappa}$$

Entonces

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left(\frac{b^E}{\omega_0^E} \right) = - \left(\frac{\omega_1^R}{2\omega_0^E} \right) \left(-\frac{1}{\kappa^2} \right) = \left(\frac{\omega_1^R}{2\omega_0^E \kappa^2} \right) > 0$$

Esto implica que un país con mayor κ (lo cual puede ser interpretado como un mayor rendimiento de la inversión productiva en $t = 0$) tiene, en equilibrio, mayor déficit de cuenta corriente. Dado que se trata de montos de equilibrio esto muestra que este mayor déficit de cuenta corriente es *sostenible*, en el sentido de que en el futuro existe suficiente dotación de bienes para repagar esta mayor deuda.

Cuatrimestre I 2005 - Segundo parcial UBA

En un artículo publicado en *El Cronista*, el 24 de Mayo de 2005, en la página 15, denominado “Kirchner vs. Lavagna: ¿cómo conciliar las dos posiciones?”, el autor (Enrique Kawamura) se refiere a la presunta confrontación entre el Presidente de la Nación y el Ministro de Economía sobre el *populismo setentista* y las *teorías impuestas desde el norte*. A este respecto, Kawamura afirma que:

“Concentrémonos en el problema del gasto público. Una interpretación extrema del comentario del Presidente indica que las teorías que nos imponen pareciesen recomendar evitar tal expansión. Sin embargo, la teoría tradicional indica que no toda expansión del gasto público necesariamente conlleva un problema. Más bien, la conciliación de las dos posiciones presuntamente enfrentadas se relaciona con las consecuencias futuras de un aumento en el gasto público que implique el incremento (...) de deuda. (...) Este endeudamiento adicional obviamente genera compromisos de pagos en el futuro que exigirá eventualmente una mayor recaudación, lo cual normalmente se logra con una mayor actividad económica. (...) Aquí es donde la teoría que estudiamos en la universidad afirma que esa mayor producción en el futuro podría ser producto, precisamente, de las erogaciones públicas en ítems que apunten a incrementar la competitividad de la economía.”

El autor entonces afirma que incrementar el gasto público presente (aún financiándolo con deuda) no es irresponsable en la medida que ese aumento represente verdadera inversión pública, que genere suficientes recursos en el futuro para repagar esa deuda y obtener un excedente para el consumo en el futuro. La teoría a la cual se refiere el artículo no es otra que la que aprendimos en Micro I, con lo cual este ejercicio ilustra formalmente los dichos presentados en el artículo. Considere una economía con dos períodos $t = 0, 1$.

Existen dos países en esta economía, Argentina (denotado con el supraíndice A) y el Resto del Mundo (denotado por R). Existe 1 consumidor en R y dos consumidores en A . Cada consumidor vive los dos períodos y sus preferencias dependen del consumo de un único bien (transable en el mundo). Las preferencias del consumidor de R pueden representarse por la función de utilidad $U(c_0^R, c_1^R) = \ln c_0^R + \ln c_1^R$. Este consumidor recibe una dotación de tiempo (que puede usar para trabajo o para ocio, eventualmente) igual a 1 en cada período. En R existe una tecnología de producción del bien de consumo que sólo utiliza trabajo, cuya representación es $y_t^R = \eta_t L_t^R$, donde y_t^R es la cantidad del bien de consumo que se produce en t , en el país R , η_t es la productividad marginal del trabajo en t en el país R , y L_t^R la cantidad de trabajo utilizado en t y en el país R , con $t = 0, 1$. (El trabajo *no* es un factor transable entre países). Esta tecnología es propiedad de una firma, que a su vez es propiedad del consumidor de R . Se supone que $\eta_0 > \eta_1 > 0$. El consumidor de R puede, en $t = 0$, prestar o tomar prestado cualquier cantidad de bien de consumo a una tasa de interés neta igual a r . Sea s^R el ahorro/desahorro del consumidor de R .

En A existen dos consumidores, uno denominado *trabajador* y el otro *empresario*. El trabajador recibe una dotación en $t = 1$ de 1 unidad de tiempo que puede destinar para ocio o trabajo en $t = 1$. Sus preferencias sólo dependen del consumo del bien y del ocio en $t = 1$ y se representan por la función de utilidad $U^A(c_1^A, l_1^A) = \ln c_1^A + \ln l_1^A$, donde c_1^A denota el consumo del bien en $t = 1$ y l_1^A el consumo de ocio en $t = 1$, ambos para el país A . El empresario posee una tecnología de producción del bien de

consumo en $t = 1$ que utiliza trabajo (ofrecido por el trabajador) pero que también se beneficia de un bien público que afecta la productividad marginal del trabajo en 1. Sea I_g la cantidad de este bien público (a continuación se explica su surgimiento) y L_1^A la cantidad de trabajo utilizado en $t = 1$ por este empresario en A . La tecnología de producción se representa por la función de producción $y_1^A = I_g (L_1^A)^\alpha$, con $0 < \alpha < 1$. El trabajo se compra y vende en un mercado perfectamente competitivo, lo mismo que el bien de consumo.

En A existe un gobierno que realiza en $t = 0$ un gasto total en bienes de consumo igual a $G = c_g + I_g$, donde c_g representa el consumo del sector público en $t = 0$ e I_g es la cantidad de bien público que provee este gobierno para afectar positivamente la productividad del trabajo en esta economía. Suponemos que $G < \eta_0$ y es exógeno en este problema. A no poder recaudar ningún impuesto en $t = 0$ este gobierno se endeuda en el mercado internacional a la tasa neta r . Es decir, que en $t = 0$ toma prestado las G unidades del bien de consumo. En $t = 1$ el gobierno recauda impuestos de los dos consumidores. El trabajador debe transferir una proporción τ de sus ingresos laborales totales al gobierno, mientras que el empresario debe transferir una proporción τ (la misma que para el trabajador) de sus beneficios (máximos) al gobierno. Éste devuelve el total de los pagos por la deuda contraída en el período 0 utilizando la totalidad de la recaudación en $t = 1$.

1. (5 puntos) ¿Cuál es el valor del salario que cobra el consumidor de R en cada período t ? Justifique su respuesta (la justificación no necesita ser matemática)
2. (5 puntos) Utilizando su respuesta en 1, escriba las dos restricciones intra-temporales (una para $t = 0$, la otra para $t = 1$) del consumidor de R .
3. (10 puntos) Utilizando 2, obtenga la condición de primer orden del consumidor de R . De allí obtenga la cantidad de ahorro óptima s^R como función de η_0 , η_1 y $1 + r$
4. (10 puntos) Escriba el problema del trabajador de A , dado el salario w_1^A en $t = 1$, y obtenga la oferta de trabajo de este trabajador.
5. (10 puntos) Plantee el problema del empresario de A en $t = 1$. Obtenga la cantidad demandada de trabajo en $t = 1$ por este empresario, como función de w_1^A , I_g y α .
6. (10 puntos) Utilizando las respuestas en 4 y 5 obtenga w_1^A de equilibrio como función de I_g y α .
7. (5 puntos) Reemplace la solución en 6 y obtenga la cantidad de producción total del bien en $t = 1$ en el país A en equilibrio.
8. (10 puntos) Obtenga la recaudación total que obtiene el gobierno en $t = 1$ en equilibrio, la cual es función de τ , I_g y de α .
9. (10 puntos) Plantee la restricción del gobierno en $t = 0$ y la de $t = 1$, obteniendo entonces la intertemporal (dada una tasa de interés r).
10. (10 puntos) Sabiendo que en la economía sólo existen estos dos países con los agentes respectivos, escriba la condición de equilibrio para el mercado de crédito internacional en $t = 0$ y obtenga la tasa de interés de equilibrio r^* , la cual será función de G , η_0 y η_1 .
11. (5 puntos) Reemplace la respuesta de 10 en 9, escribiendo la restricción presupuestaria del gobierno intertemporal como función de G , η_0 , η_1 , τ , I_g y de α .
12. (10 puntos) Sea $I_g \equiv \lambda G$, donde $\lambda \in (0, 1)$ representa la proporción del gasto total realizado en $t = 0$ destinado a la producción de bien público. Reemplace esta expresión en su respuesta en 11. ¿Puede decir algo acerca del signo de la derivada $\frac{\partial G}{\partial \lambda}$? Si es así, interprete a la luz del párrafo del artículo mencionado.

Cuatrimestre I 2005 - Segundo parcial UBA. Soluciones.

Aclaración: realizaremos un supuesto adicional que es que $\eta_0 > 2G$ (el cual es compatible con $\eta_0 > G$) para que tenga más sentido la respuesta final del problema.

1. Dada la tecnología de producción en R , la cual implica productividad marginal del trabajo constante e igual a η_t , para $t = 0, 1$, y dado que la firma emplea trabajo con el objetivo de maximizar sus beneficios (iguales a $\eta_t L_t^R - w_t L_t^R$) entonces $w_t = \eta_t$.
2. El consumidor de R enfrenta las siguientes restricciones (dado que no obtiene utilidad por ocio):

$$\begin{aligned} t = 0 &: c_0^R = \eta_0 - s^R \\ t = 1 &: c_1^R = \eta_1 + s^R(1+r) \end{aligned}$$

3. Reemplazando las restricciones en la función de utilidad se obtiene que el problema del consumidor de R es:

$$\max_{s^R} \ln(\eta_0 - s^R) + \ln(\eta_1 + s^R(1+r))$$

La CPO es:

$$\frac{1}{\eta_0 - s^R} = \frac{1+r}{\eta_1 + s^R(1+r)}$$

Multiplicando en cruz:

$$\eta_1 + s^R(1+r) = (\eta_0 - s^R)(1+r)$$

Reagrupando:

$$s^R 2(1+r) = \eta_0(1+r) - \eta_1$$

y resolviendo para s^R obtenemos la respuesta de este punto:

$$s^R = \frac{\eta_0(1+r) - \eta_1}{2(1+r)}$$

4. El problema del trabajador en A puede escribirse como:

$$\max_{l_1^A} \ln[w_1^A(1-\tau)(1-l_1^A)] + \ln l_1^A$$

La CPO es

$$\frac{1}{1-l_1^A} = \frac{1}{l_1^A}$$

Despejando l_1^A se tiene que

$$l_1^A = \frac{1}{2}$$

y entonces la oferta del trabajador en A es

$$L_1^{A(S)} = \frac{1}{2}$$

5. El problema del empresario es:

$$\max_{L_1^A} (I_g (L_1^A)^\alpha - w_1^A L_1^A)(1-\tau)$$

La CPO es

$$I_g \alpha (L_1^A)^{\alpha-1} = w_1^A$$

y entonces la demanda de trabajo es:

$$L_1^{A(D)} = \left(\frac{I_g \alpha}{w_1^A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

6. En equilibrio $L_1^{A(S)} = L_1^{A(D)}$, con lo cual

$$\left(\frac{I_g \alpha}{w_1^A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{I_g \alpha}{w_1^A} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\alpha}$$

Despejando w_1^A tenemos:

$$w_1^{A*} = 2^{1-\alpha} I_g \alpha$$

7. En equilibrio ya sabemos que $L_1^{A(D)} = L_1^{A(S)} = \frac{1}{2}$, y entonces:

$$y_1^* = I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$$

8. La recaudacion debe ser igual a $\tau (y_1^* - w_1^{A*} L_1^{A*}) + \tau w_1^{A*} L_1^{A*} = \tau y_1^*$, igual a

$$\tau I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$$

9. En $t = 0$ tenemos que $c_g + I_g = G$, mientras que en $t = 1$ tenemos que $G(1+r) = \tau I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$. Podemos entonces juntar ambas para obtener

$$c_g + I_g = G = \frac{\tau I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha}{1+r}$$

10. La demanda de credito en $t = 0$ es simplemente igual a G (dado que es el monto que demanda el sector publico de A), mientras que la oferta de credito es la que proviene del ahorro del consumidor de R , con lo cual en equilibrio

$$G = \frac{\eta_0 (1+r) - \eta_1}{2(1+r)}$$

De aqui despejamos $1+r$. En particular la igualdad anterior es equivalente a:

$$\begin{aligned} 2(1+r)G &= \eta_0(1+r) - \eta_1 \\ (1+r)^* &= \frac{\eta_1}{\eta_0 - 2G} \end{aligned}$$

11. Reemplazando en la restriccion del gobierno:

$$G = \frac{\tau I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha}{\left(\frac{\eta_1}{\eta_0 - 2G}\right)} = \frac{\tau I_g \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (\eta_0 - 2G)}{\eta_1}$$

(Notese que aqui usamos el supuesto adicional de que $\eta_0 > 2G$).

12. Si $I_g = \lambda G$ entonces la restriccion anterior es equivalente a:

$$\eta_1 G = \tau \lambda G \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (\eta_0 - 2G)$$

o bien

$$\eta_1 = \tau \lambda \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (\eta_0 - 2G)$$

Despejando G de aqui:

$$\begin{aligned} \eta_0 - 2G &= \frac{\eta_1 2^{1-\alpha}}{\tau \lambda} \\ G &= \frac{1}{2} \left[\eta_0 - \frac{\eta_1 2^{1-\alpha}}{\tau \lambda} \right] \end{aligned}$$

Claramente

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda} = \frac{\eta_1}{2^\alpha \tau \lambda^2} > 0$$

suponiendo que esta derivada se toma en $\lambda \in (0, 1)$ y con $G < \frac{\eta_0}{2}$. Significa que si el Gobierno dedica una mayor proporción del gasto público total a la inversión (y por lo tanto una proporción menor al consumo) en el período presente (en $t = 0$) entonces el gasto total público compatible con la restricción intertemporal de presupuesto es mayor. Este es el mensaje que el artículo trataba de dar.

Cuatrimestre I 2005 - Recuperatorio Segundo parcial UBA

(Basado en Monti y Klein, 1972). Desde mediados de la década de los noventa se ha instalado la idea de que en el sistema bancario argentino se ha observado un proceso de concentración importante en cada vez menos bancos. Algunos analistas y políticos atribuyen el problema de falta de crédito para pequeñas empresas a este proceso de concentración. Este ejercicio propone estudiar la determinación de las tasas de interés de equilibrio para créditos en un sistema bancario monopolista, es decir, suponiendo un sólo banco aceptando depósitos y otorgando créditos. Supongamos una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un único bien de consumo en esta economía (cuyo precio nominal se normaliza a 1). Existen N consumidores llamados *prestatarios*. Cada consumidor prestatario recibe una dotación de ω_0^P unidades del bien en $t = 0$ y ω_1^P unidades en $t = 1$, donde $\omega_1^P > \omega_0^P > 0$ y donde $\omega_0^P = \frac{2}{N}$. Cada prestatario puede pedir prestado b^P unidades del bien de consumo (b^P es a determinar en este ejercicio) del mismo banco, teniendo que pagar una tasa bruta en $t = 1$ de r_L por unidad prestada en $t = 0$. Los dos tipos de consumidores poseen preferencias definidas por

$$U(c_0, c_1) = \frac{(c_0)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{(c_1)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

con $\sigma \neq 1$. Sea L el total de los préstamos otorgados por el banco en $t = 0$ (medido en unidades del bien de consumo). Este banco toma a la función de demanda de crédito (representada por la función inversa $r_L(L)$) como dada. Para otorgar créditos, el banco debe tomar prestado fondos (bienes de consumo) en el mercado internacional a la tasa (bruta) de interés internacional r . El banco no incurre en ningún otro costo.

1. (10 puntos) Plantee la restricción presupuestaria de cada consumidor prestatario y plantee el consiguiente problema de optimización.
2. (10 puntos) Obtenga la función de préstamos óptima (del punto anterior).
3. (10 puntos) ¿Qué relación debe existir en el equilibrio entre L y b^P ?
4. (10 puntos) Utilizando su respuestas en 2 y 3, obtenga L como función de, entre otras variables, r_L .
5. (10 puntos) Del punto anterior despeje r_L en función de L , la demanda inversa por créditos que enfrenta el banco.
6. (10 puntos) Plantee el problema del banco monopolista (usando sólo los datos del problema, es decir, sin todavía reemplazar por la respuesta en 5).
7. (20 puntos) Reemplazando su respuesta de 5 en 6, obtenga la condición de primer orden con respecto a L . De esta condición de primer orden, obtenga la cantidad de préstamos L^* que resuelve el problema del banco monopolista. (Ayuda: a pesar del polinomio de segundo grado que debería quedar, el supuesto de $\omega_0^P = \frac{2}{N}$ debería simplificar bastante los cálculos).
8. (10 puntos) Reemplazando la solución 7 en 5, obtenga la tasa de interés r_D^* de equilibrio del monopolista (la cual es función, entre otras variables, de la tasa internacional r).
9. (10 puntos) Obtenga la derivada de $(r_D^* - r)$ con respecto a r . De acuerdo a esta expresión, ¿para qué valores de r el spread entre la tasa de préstamos y la tasa internacional decrece con ésta última?

Cuatrimestre I 2005 - Examen Final UBA

Luego de otro lamentable suceso terrorista en Londres el pasado jueves 7 de julio de 2005 se reabre la discusión sobre las políticas de prevención de semejantes hechos. De hecho, la seguridad de los ciudadanos es percibido cada vez mas como un bien publico, incluso un bien publico *global*. Este ejercicio analiza precisamente este punto. Supongamos una economía que dura dos periodos, $t = 0, 1$. Existe un unico bien de consumo privado. En esta economía encontramos un numero grande $H \geq 3$ de consumidores identicos. Cada consumidor $h = 1, 2, \dots, H$ recibe una dotacion del bien de consumo privado ω_0 mientras que recibe 0 de este bien en $t = 1$. Cada consumidor tiene la posibilidad de almacenar parte de la cantidad de bien privado recibido en $t = 0$, tal que por *cada* unidad del bien almacenado en $t = 0$ el consumidor obtiene 1 unidad del bien en $t = 1$. Sea s^h la cantidad de bien privado que almacena h en $t = 0$ para $t = 1$. En este periodo 1 la economía enfrenta con probabilidad $1 - \eta$ el evento de un ataque terrorista, siendo la consecuencia de este ataque la destruccion de los bienes de consumo almacenados desde $t = 0$ para cada consumidor. La probabilidad de *no* ataque, η , depende de los gastos en seguridad realizados en $t = 0$, siendo estos gastos un bien publico. Sea G la cantidad de gastos en seguridad total (cantidad medida en bienes de consumo). Se supone que $\eta = \frac{G^{\sigma/8}}{H\omega_0}$. Las preferencias de cada consumidor $h = 1, 2, \dots, H$ estan representadas por la funcion de utilidad esperada

$$c_0^h + \eta \frac{(c_{NA}^h)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + (1-\eta) \frac{(c_A^h)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

donde c_0^h es el consumo (del bien privado) en $t = 0$, c_{NA}^h es el consumo en $t = 1$ si no hay ataque, y c_A^h es el consumo en $t = 1$ si hay ataque. Suponemos que $\sigma \in (0, 1)$. Suponemos que $\omega_0 > 1$.

1. (15 puntos) Supongamos que en esta economía no hay sector publico. La provision del gasto en seguridad se realiza a traves de contribuciones individuales. Sea g^h la cantidad del bien de consumo que aporta el consumidor h para financiar el gasto total, donde $G = \sum_{h=1}^H g^h$. Escriba la restriccion presupuestaria del consumidor individual h en $t = 0$ y en cada contingencia de $t = 1$.
2. (10 puntos) Para g^h dado, y sin reemplazar todavia en η por la expresion dada arriba, obtenga el monto s^h que resuelve el problema de optimizacion de cada consumidor (este monto es funcion de ω_0, g^h, η y σ).
3. (5 puntos) Obtenga la utilidad *indirecta* de h como funcion de ω_0, g^h, η y σ .
4. (15 puntos) Reemplazando en η por la expresion planteada en el primer parrafo y llamando G^{-h} a la sumatoria $\sum_{j \neq h} g^j$ (la suma de las contribuciones de los *otros* consumidores, excluyendo la de h) escriba la utilidad indirecta de h como funcion de ω_0, g^h, σ, H y G^{-h} . Obtenga entonces la condicion de primer orden con respecto a g^h (que caracteriza la contribucion optima de h como funcion de ω_0, σ, H y G^{-h}).
5. (10 puntos) En equilibrio cada consumidor h contribuye exactamente lo mismo que cada uno de los otros consumidores, esto es, $g^h = \frac{G}{H}$. Reemplazando esta igualdad en la respuesta del punto anterior obtenga la cantidad G de equilibrio. Llamemos a esta cantidad G^{eq} .
6. (15 puntos) Suponga que ahora existe un *planificador* que elige de un modo unilateral las cantidad de $(s^h)_{h=1}^H$ y de G que maximiza la suma de las utilidades de los consumidores (o equivalentemente, la utilidad de cualquier consumidor multiplicado por H). Plantee el problema de este planificador formalmente.
7. (10 puntos) Este planificador elige el mismo s^h por cada consumidor. Llamemos entonces s^P a esta cantidad. Para dado G , obtenga s^P como funcion, entre otras variables, de G . Reemplace esta solucion en la funcion objetivo del planificador.
8. (10 puntos) Obtenga entonces el valor de G que resuelve el planificador. Llamemos a este valor G^P . Es G^P mayor, menor o igual a G^{eq} ?

Cuatrimestre II 2005 UBA - Segundo parcial

Como se mencionó en clase, varios países garantizan por ley este tipo de patentes, como es el caso de la Constitución de EEUU:

The Congress shall have the power... to promote the progress of science and useful arts, by securing for limited times to authors and inventors the exclusive right to their respective writings and discoveries. (citado en Shy, 1995, pp. 245)

Este ejercicio estudia el impacto del otorgamiento una patente sobre el *salario* de mercado de los trabajadores de una economía que produce un bien cuya tecnología depende del avance tecnológico proveniente de gastos en investigación y desarrollo. Es así entonces que combinará el análisis de monopolio con el de equilibrio general. La economía dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un único bien en la economía, que para nuestra comodidad interpretaremos como cereal. Su precio en $t = 1$ se normaliza a 1. El cereal producido en $t = 1$ se obtiene a partir de una tecnología representada por una función de producción:

$$y = I^{1/8} L^{3/4}$$

donde y denota la cantidad de kilos de cereal obtenido en $t = 1$ a partir de utilizar L unidades de trabajo, habiendo realizado una inversión en investigación y desarrollo en $t = 0$ igual a I kilos de cereal (la inversión en investigación y desarrollo lo suponemos medido en las mismas unidades que el bien de consumo). Esta tecnología es apropiada por un empresario (uno de los dos tipos de agentes en esta economía). Supondremos dos casos: el primero es aquel donde hay J empresarios con J tecnologías idénticas (como la descrita más arriba) y el segundo caso es aquel donde hay solo un empresario, el cual interpretaremos como el caso de patente. Cada empresario posee preferencias definidas sobre la cantidad de cereal consumido en $t = 1$, el cual proviene directamente de su/s ganancias netas luego de pagar a trabajadores y a quienes financian la inversión en investigación y desarrollo (ver abajo).

Existen también H consumidores-trabajadores idénticos (el segundo tipo de agente en esta economía) cuyas preferencias dependen del consumo de cereal en $t = 1$ (denotado por c) y del ocio que consume en $t = 1$ (denotado por l). Sea \bar{L} la dotación de tiempo para cada consumidor-trabajador, el cual destina, parte a consumir como ocio, y el resto a ofrecer como trabajo a el/los productor/es de cereal. El precio por unidad de tiempo de trabajo es igual a w (medido en kilos de cereal). Las preferencias de estos consumidores-trabajadores pueden representarse como

$$u(c, l) = 2\sqrt{c} + l$$

1. (5 puntos) Plantee el problema de cada consumidor-trabajador. Obtenga las condiciones de primer orden de este problema. Obtenga la demanda marshalliana por cereal de cada consumidor-trabajador y luego la demanda agregada del mismo, ambos como función de w (y de H en el caso de la demanda agregada).
2. (5 puntos) Suponiendo (para todo el ejercicio) que el mercado de trabajo es de competencia perfecta (cada empresario toma a w como dado), y para I dado, plantee el problema de minimización de costos, obtenga la condición de primer orden y obtenga a cantidad de trabajo que minimiza los costos como función de (w, y, I) para cualquier empresario.
3. (5 puntos) Suponga primero que existen J empresarios que se comportan en competencia perfecta. Utilizando su respuesta en 2, y para I dado, obtenga el y de cada empresario que maximiza beneficios, como función de (w, I) . Obtenga luego la oferta agregada de cereal como función de (w, I, J) .
4. (10 puntos) Para I dado, plantee la condición de demanda = oferta en el mercado de cereal de $t = 1$ y obtenga entonces el valor de w consistente con aquella condición, como función de I .
5. (10 puntos) De su respuesta de (3) (no el de 4) reemplazando el y que maximiza el beneficio de cada empresario en la función de beneficios, obtenga el beneficio máximo en $t = 1$ como función de (w, I) . Suponga que el gasto en investigación y desarrollo, I , lo financió con un préstamo tomado en $t = 0$ en el mercado internacional (la economía que analizamos es pequeña y abierta a transacciones financieras) a una tasa neta de interés igual a 0. Plantee el problema de la elección óptima de I de cada empresa, obtenga su condición de primer orden con respecto a I y despeje de ésta el I óptimo como función de w .

6. (15 puntos) De su respuesta en 4 y 5 obtenga los valores de w e I de equilibrio cuando no existen patentes (cuando hay J empresarios). Denotamos a esta solución w^{cp}, I^{cp}
7. (10 puntos) Suponga ahora que hay un sólo empresario a quien se le otorga la patente. Este empresario ahora se comporta como monopolista no discriminador, con lo cual no enfrenta un w dado sino que éste es el consistente con la demanda agregada por cereal. De su respuesta en 1 obtenga la demanda inversa por cereal (w como función de la demanda agregada de cereal y de H).
8. (10 puntos) Para I dado, reemplace su respuesta en 7 en la respuesta en 2 y obtenga el valor de y que maximiza beneficios, como función de I y de H .
9. (15 puntos) Reemplace su respuesta de 8 en los beneficios del monopolista correspondientes a $t = 1$. Siga suponiendo que I fue financiado con un préstamo tomado en $t = 0$ en el mercado internacional a una tasa neta de interés igual a 0. Plantee el problema de la elección óptima de I del monopolista, obtenga su condición de primer orden con respecto a I y despeje de ésta el I óptimo. Este es el valor de I de equilibrio con monopolio, llamándolo I^{mon} .
10. (15 puntos) Usando su respuesta de 9 obtenga la cantidad de cereal producido en $t = 1$. Luego reemplace esto en la respuesta obtenida en 7 para obtener el salario w en equilibrio con monopolio, llamándolo w^{mon} . ¿Existe algún valor de H tal que $w^{mon} > w^{cp}$? Demuestre su respuesta.

Cuatrimestre II 2005 - Segundo parcial UBA - Soluciones

1. Dado que la restricción presupuestaria de cada consumidor puede escribirse como

$$c = w(\bar{L} - l)$$

entonces el problema del consumidor es elegir l que maximice $2\sqrt{w(\bar{L} - l)} + l$. La condición de primer orden es $\frac{\sqrt{w}}{\sqrt{\bar{L} - l}} = 1$, con lo cual la oferta laboral de cada trabajador es $\bar{L} - l = w$, y en consecuencia la demanda marshalliana individual por cereal es $c = w(\bar{L} - l) = w^2$. La demanda agregada por cereal es $y^d = Hw^2$.

2. El problema de minimización de costos es elegir L que minimice wL sujeto a que $y = I^{1/8}L^{3/4}$, para dado I . En este caso simplemente despejamos L para obtener que $L^{3/4} = \frac{y}{I^{1/8}}$, con lo cual la cantidad de trabajo que minimiza el costo es $L^h = \frac{y^{4/3}}{I^{1/6}}$, y la función de costo mínimo es $C = w\left(\frac{y^{4/3}}{I^{1/6}}\right)$
3. En competencia perfecta cada firma elige y que maximiza $y - w\left(\frac{y^{4/3}}{I^{1/6}}\right)$. La condición de primer orden es $1 = \frac{4}{3}\frac{w}{I^{1/6}}y^{1/3}$, y despejando y tenemos la función de oferta individual $y = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3}$. La oferta agregada de cereal es $y^S = J\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3}$.
4. La condición de demanda = oferta en el mercado de cereal de $t = 1$ es $Hw^2 = J\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3}$. Despejando w tenemos que $w^5 = J\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{H}$, o bien $w = J^{1/5}\left(\frac{3}{4}\right)^{3/5} \frac{I^{1/10}}{H^{1/5}}$.
5. En este caso tenemos que los beneficios como función de (w, I) antes de pagar el préstamo son $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} - \frac{w}{I^{1/6}}\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3}\right)^{4/3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} - \left(\frac{3}{4}\right)^4 \frac{w}{I^{1/6}} \frac{I^{2/3}}{w^4} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} - \left(\frac{3}{4}\right)^4 \frac{I^{1/2}}{w^3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} \left(\frac{1}{4}\right)$. El problema de la elección óptima de I es elegir I que maximice $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{1/2}}{w^3} \left(\frac{1}{4}\right) - I$ (dado que la tasa neta de interés es cero). La CPO es $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \frac{I^{-1/2}}{w^3} \left(\frac{1}{8}\right) = 1$. Despejando I tenemos $I = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \frac{1}{w^6} \left(\frac{1}{8}\right)^2$.
6. Denotamos a esta solución w^{cp}, I^{cp} En este equilibrio tenemos simultáneamente entonces

$$w = J^{1/5} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/5} \frac{I^{1/10}}{H^{1/5}} \quad \text{y} \quad I = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \frac{1}{w^6} \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

Combinamos las dos ecuaciones para obtener

$$\begin{aligned} I &= \left(\frac{3}{4}\right)^6 \frac{1}{w^6} \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \frac{1}{\left(J^{1/5} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/5} \frac{I^{1/10}}{H^{1/5}}\right)^6} \left(\frac{1}{8}\right)^2 \\ &= \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^6 \left(\frac{1}{8}\right)^2 H^{6/5}}{J^{6/5} \left(\frac{3}{4}\right)^{18/5} I^{3/5}} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{12/5} \left(\frac{1}{8}\right)^2 H^{6/5}}{J^{6/5} I^{3/5}} \end{aligned}$$

y despejamos I entonces para obtener

$$I^{cp} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} \left(\frac{1}{8}\right)^{5/4} H^{3/4}}{J^{3/4}}$$

y en consecuencia

$$w^{cp} = J^{1/5} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/5} \frac{\left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} \left(\frac{1}{8}\right)^{5/4} H^{3/4}}{J^{3/4}}\right)^{1/10}}{H^{1/5}} = \frac{J^{1/5} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/4} \left(\frac{1}{8}\right)^{1/8}}{H^{1/8} J^{3/40}} = \frac{J^{1/8} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/4} \left(\frac{1}{8}\right)^{1/8}}{H^{1/8}}$$

7. La demanda inversa es $w = \sqrt{\frac{y}{H}}$ (despejando w en función de y^d y H).

8. El problema del monopolio es elegir y que maximice $y - \sqrt{\frac{y}{H}} \left(\frac{y^{4/3}}{I^{1/6}}\right) = y - \frac{y^{11/6}}{H^{1/2} I^{1/6}}$. La condición de primer orden es $1 = \frac{11}{6} \frac{y^{5/6}}{H^{1/2} I^{1/6}}$. Despejando y obtenemos $y^{mon} = \left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5}$.

9. El valor máximo de beneficios previo al repago del préstamo es $\left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5} - \frac{\left(\left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5}\right)^{11/6}}{H^{1/2} I^{1/6}} = \left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5} - \frac{\left(\frac{6}{11}\right)^{11/5} H^{11/10} I^{11/30}}{H^{1/2} I^{1/6}} = \left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5} - \left(\frac{6}{11}\right)^{11/5} H^{3/5} I^{1/5} = \left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5} \left[\frac{5}{11}\right]$. El problema de elección óptima de I en este caso es elegir I que maximice $\left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{1/5} \left[\frac{5}{11}\right] - I$. La condición de primer orden es $\left(\frac{6}{11}\right)^{6/5} H^{3/5} I^{-4/5} \left[\frac{1}{11}\right] = 1$. Despejando I de aquí tenemos que $I^{mon} = \left(\frac{6}{11}\right)^{3/2} H^{3/4} \left[\frac{1}{11}\right]^{5/4}$.

10. Realizando los reemplazos correspondientes obtenemos:

$$y^{mon,eq} = \left(\frac{6}{11}\right)^{3/2} H^{3/4} \left[\frac{1}{11}\right]^{1/4}$$

y entonces

$$w^{mon} = \sqrt{\frac{\left(\frac{6}{11}\right)^{3/2} H^{3/4} \left[\frac{1}{11}\right]^{1/4}}{H}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{6}{11}\right)^{3/2} \left[\frac{1}{11}\right]^{1/4}}{H^{1/4}}} = \frac{\left(\frac{6}{11}\right)^{3/4} \left[\frac{1}{11}\right]^{1/8}}{H^{1/8}}$$

Claramente $w^{mon} > w^{cp}$ si y solo si $\frac{\left(\frac{6}{11}\right)^{3/4} \left[\frac{1}{11}\right]^{1/8}}{H^{1/8}} > \frac{J^{1/8} \left(\frac{3}{4}\right)^{3/4} \left(\frac{1}{8}\right)^{1/8}}{H^{1/8}}$ lo cual no depende de H .

Cuatrimestre II 2005 - Recuperatorio segundo parcial (II) UBA

Es de público conocimiento el tipo de política que la administración actual intenta aplicar para evitar aumentos de precios en distintos productos. Básicamente se intenta *negociar* con *formadores* de precios para que no aumenten los mismos. Una pregunta que surge es saber qué ocurriría si algunos de estos formadores de precios no respeta este tipo de acuerdos, aumentando los precios cuando, por ejemplo, aumenta los precios de los insumos, o cobrando directamente un precio mayor al acordado con el Gobierno. Una posible respuesta lo vemos en el caso Shell: cuando esta firma había decidido incrementar los precios de los combustibles algunas estaciones de servicio de esta marca se vieron invadidas por piqueteros, lo cual en su momento parece haber obligado a deshacer tal incremento. Este ejercicio intenta capturar el comportamiento de un productor formador de precios (i.e., un monopolista) que decide si respetar el

límite de precios que *acordó* con el Gobierno o si no lo respeta, de acuerdo a las consecuencias que cada una de estas acciones traen a sus beneficios.

El monopolista enfrenta un mercado con H consumidores, siendo que cada uno de los cuales recibe un ingreso de ω^h pesos. Cada consumidor h posee preferencias sobre un bien, que llamaremos galletitas, cuya cantidad consumida en kilos se denota como y^h , y el resto de los bienes cuyo precio nominal es 1 y su cantidad consumida es z^h (el precio de cada kilo de galletitas es igual a p). Estas preferencias se representan por la función de utilidad

$$u^h(y^h, z^h) = -\frac{1}{2}(y^h)^2 + Ay^h + z^h$$

donde $A > 0$ es una constante. El monopolista a su vez posee una tecnología de producción de galletitas dada por la función de producción

$$y = L^{1/2}$$

donde L es la cantidad de trabajo utilizado en la producción de galletitas, y su precio de mercado es w .

1. (5 puntos) Obtenga la demanda marshalliana de cada consumidor individual h por galletitas. Luego obtenga la demanda agregada de galletitas y la demanda agregada inversa de galletitas.
2. (5 puntos) Obtenga la función de costo mínimo del monopolista.
3. (5 puntos) Plantee el problema del monopolio si no existiese control de precios.
4. (10 puntos) Obtenga la cantidad y el precio que maximizan los beneficios del monopolio en ausencia de control de precios, y también los beneficios máximos correspondientes a este caso. Denotamos a estas variables y^m, p^m, π^m .
5. (15 puntos) Suponga ahora que el Estado le impone un precio máximo de $p^{control} = \alpha p^m$, donde $\alpha < 1$. Suponga aquí que el monopolista respeta este control. Obtenga la expresión de $p^{control}$ y la cantidad producida y comprada por los consumidores de galletitas cuando hay control. Denote a esta cantidad $y^{control}$. Finalmente obtenga los beneficios máximos que obtiene el monopolio cuando éste respeta los controles. Llamemos a estos beneficios $\pi^{control}$.
6. (10 puntos) Suponga ahora que el monopolio no respeta este control. La consecuencia que suponemos es la siguiente: cuando no respeta el control, con probabilidad $\eta \in (0, 1)$ aparecen unos piqueteros en su planta, quienes por la fuerza exigen y^{piq} kilos de galletitas gratis (y se los llevan), y con probabilidad $(1 - \eta)$ no aparecen los piqueteros y el monopolista decide de forma análoga a los puntos 3 y 4, obteniendo entonces π^m . Plantee el problema de maximización de beneficios del monopolista dado que aparecieron los piqueteros (nótese que las galletitas que los piqueteros se llevan son distintos a las que puede vender a los consumidores del problema).
7. (15 puntos) Obtenga la cantidad de galletitas que el monopolista produce cuando aparecen los piqueteros y luego el precio correspondiente, como así también los beneficios máximos que se lleva el monopolista en este caso. Llamemos a las respuestas respectivas $y^{castigo}, p^{castigo}, \pi^{castigo}$.
8. (15 puntos) Suponiendo que el empresario decide respetar el control de precios si sus beneficios máximos de hacerlo son al menos tan grandes como los esperados cuando no respeta el control de precios, escriba la desigualdad que muestra la condición bajo el cual el monopolista respeta el control, usando las expresiones obtenidas en 4, 5 y 7.
9. (10 puntos) Demuestre que la desigualdad anterior *no* se cumple si y^{piq} es suficientemente grande.
10. (10 puntos) Demuestre que la desigualdad en 8 sí se cumple si α tiende a 1.

Cuatrimestre II 2005 - UBA - Examen final

Es de público conocimiento el tipo de política que la administración actual intenta aplicar para evitar aumentos de precios en distintos productos. Básicamente se intenta *negociar* con *formadores* de precios para que no aumenten los mismos. Una pregunta que surge es saber qué ocurriría si algunos de estos

formadores de precios no respeta este tipo de acuerdos, aumentando los precios cuando, por ejemplo, aumenta los precios de los insumos, o cobrando directamente un precio mayor al acordado con el Gobierno. Una posible respuesta lo vemos en el caso Shell: cuando esta firma había decidido incrementar los precios de los combustibles algunas estaciones de servicio de esta marca se vieron invadidas por piqueteros, lo cual en su momento parece haber obligado a deshacer tal incremento. Este ejercicio intenta capturar el comportamiento de un productor formador de precios (i.e., un monopolista) que decide si respetar el límite de precios que *acordó* con el Gobierno o si no lo respeta, de acuerdo a las consecuencias que cada una de estas acciones traen a sus beneficios.

El monopolista enfrenta un mercado con H consumidores, siendo que cada uno de los cuales recibe un ingreso de ω^h pesos. Cada consumidor h posee preferencias sobre un bien, que llamaremos galletitas, cuya cantidad consumida en kilos se denota como y^h , y el resto de los bienes cuyo precio nominal es 1 y su cantidad consumida es z^h (el precio de cada kilo de galletitas es igual a p). Estas preferencias se representan por la función de utilidad

$$u^h(y^h, z^h) = -\frac{1}{2}(y^h)^2 + Ay^h + z^h$$

donde $A > 0$ es una constante. El monopolista a su vez posee una tecnología de producción de galletitas dada por la función de producción

$$y = L^{1/2}$$

donde L es la cantidad de trabajo utilizado en la producción de galletitas, y su precio de mercado es w .

1. (5 puntos) Obtenga la demanda marshalliana de cada consumidor individual h por galletitas. Luego obtenga la demanda agregada de galletitas y la demanda agregada inversa de galletitas.
2. (5 puntos) Obtenga la función de costo mínimo del monopolista.
3. (5 puntos) Plantee el problema del monopolio si no existiese control de precios.
4. (10 puntos) Obtenga la cantidad y el precio que maximizan los beneficios del monopolio en ausencia de control de precios, y también los beneficios máximos correspondientes a este caso. Denotamos a estas variables y^m , p^m , π^m .
5. (15 puntos) Suponga ahora que el Estado le impone un precio máximo de $p^{control} = \alpha p^m$, donde $\alpha < 1$. Suponga aquí que el monopolista respeta este control. Obtenga la expresión de $p^{control}$ y la cantidad producida y comprada por los consumidores de galletitas cuando hay control. Denote a esta cantidad $y^{control}$. Finalmente obtenga los beneficios máximos que obtiene el monopolio cuando éste respeta los controles. Llamemos a estos beneficios $\pi^{control}$.
6. (10 puntos) Suponga ahora que el monopolio no respeta este control. La consecuencia que suponemos es la siguiente: cuando no respeta el control, con probabilidad $\eta \in (0, 1)$ aparecen unos piqueteros en su planta, quienes por la fuerza exigen y^{piq} kilos de galletitas gratis (y se los llevan), y con probabilidad $(1 - \eta)$ no aparecen los piqueteros y el monopolista decide de forma análoga a los puntos 3 y 4, obteniendo entonces π^m . Plantee el problema de maximización de beneficios del monopolista dado que aparecieron los piqueteros (nótese que las galletitas que los piqueteros se llevan son distintos a las que puede vender a los consumidores del problema).
7. (15 puntos) Obtenga la cantidad de galletitas que el monopolista produce cuando aparecen los piqueteros y luego el precio correspondiente, como así también los beneficios máximos que se lleva el monopolista en este caso. Llamemos a las respuestas respectivas $y^{castigo}$, $p^{castigo}$, $\pi^{castigo}$.
8. (15 puntos) Suponiendo que el empresario decide respetar el control de precios si sus beneficios máximos de hacerlo son al menos tan grandes como los esperados cuando no respeta el control de precios, escriba la desigualdad que muestra la condición bajo el cual el monopolista respeta el control, usando las expresiones obtenidas en 4, 5 y 7.
9. (10 puntos) Demuestre que la desigualdad anterior *no* se cumple si y^{piq} es suficientemente grande.
10. (10 puntos) Demuestre que la desigualdad en 8 sí se cumple si α tiende a 1.

Examen Final - Libre - Octubre 2005 UBA

En la literatura macroeconómica reciente se ha hecho énfasis en la influencia de las expectativas sobre las variables reales. Desde Keynes hasta nuestros días esta discusión se ha mantenido activa en distintos contextos. Este ejercicio presenta un caso sencillo en el que el consumo de equilibrio está afectado por expectativas que no influyen sobre oferta de productos ni sobre otros elementos *fundamentales* de la economía (este ejercicio presenta un ejemplo simplificado del paper de Bhattacharya, Guzman y Shell, publicado en *Journal of Economic Theory*, Agosto 1998). Considere una economía con dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un único bien de consumo en esta economía. En $t = 0$ nacen dos agentes, llamados A y B , quienes viven por los dos períodos. En $t = 0$ los dos agentes pueden realizar transacciones en dos mercados de activos (à la Arrow): en cada mercado cada uno de estos dos agentes puede comprar o vender (en corto) una cantidad θ_s^h ($h = A$ o B) de un contrato que promete pagar una unidad del bien de consumo por contrato si en $t = 1$ se observa la contingencia s , donde s puede ser igual a α o a β . El precio del contrato en $t = 0$ que promete pagar en s en $t = 1$ es igual a q_s . En $t = 1$ efectivamente los dos agentes observan la realización de una tirada de moneda: el estado α es el que se percibe como verdadero si la moneda sale *cara* y β de otro modo (la moneda se tira a través de un dispositivo electrónico). Luego un tercer consumidor, C , aparece en escena. Cada consumidor $h = A, B$ y C recibe una dotación $\omega^h > 0$ en $t = 1$, el cual es independiente de α o β (en $t = 0$ ningún agente recibe dotación alguna de bienes). También existe una política de redistribución de recursos entre los tres agentes en $t = 1$. Cada consumidor h debe pagar un impuesto (si es positivo) o recibe un subsidio (si es negativo) de τ^h pesos. Estas transferencias se realizan en la unidad de cuenta llamada *dinero*, y el precio del dinero en bienes de consumo (el inverso del precio del bien de consumo en pesos) en el estado s (α o β) es de p_s unidades del bien de consumo por peso. Las transferencias deben ser tales que $\sum_h \tau^h = 0$. El consumidor nacido en 0 (A o B) posee preferencias definidas sobre consumos contingentes con propiedades que permiten su representación a través de una función de utilidad esperada de la forma

$$U^h(x_\alpha^h, x_\beta^h) = \pi \ln x_\alpha^h + (1 - \pi) \ln x_\beta^h, \quad h = A, B$$

donde x_s^h es el consumo de bienes por h en el estado s (en $t = 1$). El consumidor C posee preferencias definidas sobre consumo de $t = 1$ cuya representación via función de utilidad es simplemente $u^C(x_s^C)$, con $s = \alpha, \beta$.

1. (10 puntos) Supongamos primero que en esta economía C no aparece, es decir, que solamente A y B son los únicos consumidores. Plantee el problema de cualquiera de estos dos agentes consumidores, para dados p_s y (τ^A, τ^B) , incluyendo la restricción de $t = 0$.
2. (10 puntos) Obtenga la demanda óptima de consumo en cada contingencia y para cada consumidor.
3. (15 puntos) Escriba la condición de demanda igual a oferta agregadas en cada contingencia α y β . Reemplazando su respuesta de 2 y los supuestos hasta aquí utilizados obtenga un sistema de ecuaciones en q_α y q_β .
4. (10 puntos) Demuestre que este sistema está indeterminado (esto es, q_α y q_β no pueden ser resueltos independientemente). Dado esto, normalizamos $q_\alpha + q_\beta = 1$ y obtenga entonces el valor de $q_\alpha \equiv q$ en equilibrio.
5. (15 puntos) Demuestre que para el valor de q obtenido en 4 entonces para los dos consumidores A y B es cierto que $x_\alpha^h = x_\beta^h$ en equilibrio. En este caso decimos que las expectativas sobre la *monedita* no afecta al consumo en equilibrio
6. (15 puntos) Suponga a partir de aquí hasta el final del problema que aparece el consumidor C en $t = 1$. Suponga también (hasta el final del problema) los siguientes valores para las variables:

ω^A	ω^B	ω^C	τ^A	τ^B	τ^C	p_α	p_β
20	10	5	5	0	-5	1	2

y también suponemos $\pi = \frac{3}{4}$. Compute el consumo contingente óptimo de cada agente $h = A$ y B para estos valores y como función de q_α y q_β . Obtenga también el consumo de C en cada contingencia.

7. (10 puntos) Escriba ahora la condición de equilibrio en el mercado de bienes de cada contingencia, incluyendo ahora al consumidor C . Otra vez debe obtener un sistema de ecuaciones en q_α y q_β .
8. (15 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones, obteniendo los valores de q_α y q_β de equilibrio en esta nueva economía. Reemplace estas soluciones en los consumos óptimos de A y B y compruebe ahora que para ambos consumidores $x_\alpha^h \neq x_\beta^h$. Diremos entonces aquí que el equilibrio está afectado por expectativas extrínsecas, que en nada afectan ni a dotaciones ni a preferencias (es lo que suele denominarse un equilibrio con manchas solares).

Cuatrimestre I 2006 UBA - Recuperatorio segundo parcial

Los mercados de seguros en la práctica distan de tener un número grande de oferentes de este tipo de contratos. Este mercado suele estar dominado por pocos jugadores grandes. Este ejercicio refleja el caso extremo de un mercado de seguro *monopólico* (una sola firma oferente de seguros). Supongamos una economía con dos períodos, $t = 0, 1$, y un sólo bien de consumo, denominado maíz. En esta economía hay dos consumidores, cada uno de los cuales se dedica a trabajar la tierra en $t = 0$ para obtener una cosecha de maíz en $t = 1$. Cada consumidor vive en un área geográfica distinta. Para diferenciarlos, llamamos B al consumidor - agricultor que vive en la provincia B (por *Buenos Aires*), y llamamos C al consumidor que vive al norte de la provincia C (por *Córdoba*). Cada consumidor $i = B, C$ recibe una dotación de dólares $\omega > 0$ en $t = 0$. Toda o al menos una parte de esta dotación, un monto que denominaremos $k^i \in [0, \omega]$, es destinado a la inversión en agricultura en $t = 0$. Esta inversión tiene un rendimiento en $t = 1$ que es aleatorio. Con probabilidad $\frac{1}{2}$ las lluvias en B son normales y en C son escasas, en cuyo caso en B el agricultor del mismo nombre (que invirtió k^B dólares en $t = 0$) obtiene k^B kilos de maíz y C obtiene 0. Con probabilidad $\frac{1}{2}$ las lluvias en B son muy escasas y en C son normales, con lo cual el consumidor - agricultor B obtiene 0 y el C (que invirtió k^C dólares en $t = 0$) obtiene k^C kilos de maíz en $t = 1$. Las preferencias del consumidor i pueden escribirse como

$$U^i = \frac{1}{2} \sqrt{c_N^i} + \frac{1}{2} \sqrt{c_S^i}$$

donde c_N^i es el consumo del agente i cuando llueve normalmente en la provincia i y c_S^i es el consumo del mismo agente cuando llueve muy escasamente en la provincia i .

1. (5 puntos) Supongamos que cada consumidor - agricultor no tiene otra alternativa de utilización de fondos en $t = 0$ que la tecnología agrícola. ¿Cuál es la utilidad esperada de B y de C en este caso?
2. (15 puntos) Suponga ahora (y hasta que termine el ejercicio) que entre $t = 0$ y $t = 1$ existe una firma que vende contratos de seguros a estos dos consumidores. Cada consumidor $i = B, C$ puede comprar x^i unidades del contrato ofrecido por la firma, a un precio de q dólares por contrato, en $t = 0$. Estos contratos pagan una cantidad de kilos de *maíz* en $t = 1$ al consumidor i si las lluvias en la provincia i son muy escasas. Escriba las restricciones presupuestarias de B y C correspondientes a $t = 0$ y a $t = 1$ en cada estado de naturaleza de $t = 1$.
3. (10 puntos) Reemplazando su respuesta de 2 en la función de utilidad esperada de i , obtenga la o las condición/es de primer orden del consumidor i . De aquí despeje el monto de seguros x^i que maximiza la utilidad esperada como función de q y ω . ¿Cómo es $x^B(q, \omega)$ con respecto a $x^C(q, \omega)$?
4. (10 puntos) Obtenga la demanda agregada por contratos de seguro como función de q .
5. (15 puntos) La firma monopólica recauda en $t = 0$ lo que cobra los dólares correspondientes a los contratos de seguro vendidos y los coloca en el exterior a una tasa neta de interés 0 hasta el período 1. En este período usa el producido de esta colocación para pagar al consumidor que viva en la provincia de lluvias muy escasas. No posee ningún otro ingreso ni costo adicional a los ya mencionados. Utilizando su respuesta en 4 y en 3 plantee la función de beneficios del monopolista en cualquiera de las dos contingencias, función que dependerá de q y de ω .
6. (15 puntos) Obtenga el valor del precio q^* que maximiza los beneficios del monopolio en cualquiera de las dos contingencias. ¿Son los beneficios del monopolio no negativos en cada estado de la naturaleza?

7. (15 puntos) Reemplazando su respuesta en 6 en las expresiones obtenidas en 2 y 3, obtenga los consumos de equilibrio de cada consumidor en cada contingencia. ¿Obtiene el consumidor un consumo futuro libre de riesgo?
8. (15 puntos) Si en lugar del monopolio mencionado hubiese un sector de empresas de seguro no monopólico, ¿qué precio q^{**} es el que es consistente con un consumo de equilibrio para cada agente i que no presente riesgo?

Cuatrimestre I 2006 UBA - Examen final

Se ha discutido en clase el problema del objetivo de las firmas, especialmente en lo que respecta a si el objetivo de maximización de beneficios es el único admisible y *deseable* para las firmas. Desde hace algunos años (hacia fines del siglo anterior) esta discusión volvió a tener protagonismo entre los académicos que trabajan sobre temas de responsabilidad social corporativa. La razón es que la implicancia que ésta tiene sobre el objetivo de la corporación probablemente diste de la necesidad de mantener el supuesto de maximización de beneficios en el análisis de la firma. De todos modos, una discusión que se mantiene sobre este tema es en qué medida ser *socialmente* responsable (e.g., *tratar bien* a los trabajadores) no es equivalente a maximizar beneficios (de largo plazo) para la firma individual. Este ejercicio intenta ilustrar este problema en el contexto de un mercado con una firma monopolista y monopsonista de trabajo a la vez. Supongamos una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. La firma produce un bien, que llamaremos yerba mate, cuya cantidad se denota como x_t (en kilos de yerba), en cada período t . La tecnología de producción es tal que puede representarse por la función de producción

$$x_t = L_t$$

donde L_t es la cantidad total de trabajo que utiliza la firma (sólo usa trabajo). Existe un conjunto de trabajadores $j = 1, 2, \dots, J$ que poseen una dotación H de tiempo que potencialmente pueden ofrecer (al menos en parte) como trabajo al monopsonista, a cambio de un salario w medido en dólares. Cada trabajador j posee preferencias definidas sobre consumo de ocio, l_t^j , y de dólares, denotado como y_t^j , en cada período $t = 0, 1$. Estas preferencias pueden representarse por la siguiente función de utilidad:

$$U^j = \sum_{t=0}^1 \left[y_t^j + A l_t^j - \frac{1}{2} (l_t^j)^2 \right], \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Ningún trabajador puede ahorrar o tomar prestado en $t = 0$. Estos trabajadores pueden decidir, al comienzo de $t = 1$, realizar una protesta si el total consumido de dólares en $t = 0$ es menor a lo que ellos consideran el mínimo indispensable, un monto \bar{y} (exógeno). Si el total consumido en dólares en $t = 0$ es efectivamente menor a \bar{y} la protesta ocurre con probabilidad $(1 - \eta)$, con $\eta \in (0, 1)$. Por otra parte, existe un conjunto de consumidores extranjeros que consumen dos bienes, yerba mate y dólares. Sea x_t^i el consumo de yerba del consumidor i , donde $i = 1, 2, \dots, I$, y sea y_t^i el consumo de dólares de i , ambos en el período $t = 0, 1$. Cada consumidor i recibe una dotación ω de dólares en cada período $t = 0, 1$. Las preferencias de cada agente i del período 0 se representan por la función

$$u_0^i = -\frac{1}{2} (x_0^i)^2 + \Phi x_0^i + y_0^i$$

Para el período 1, cada consumidor posee preferencias dependiendo de si al comienzo de ese período observó una protesta de los trabajadores o no. Si no lo observa, las preferencias son

$$u_{1,N}^i = -\frac{1}{2} (x_{1N}^i)^2 + \Phi x_{1N}^i + y_{1N}^i$$

mientras que si observa que hubo protesta entonces sus preferencias son

$$u_{1,P}^i = \lambda \left[-\frac{1}{2} (x_{1P}^i)^2 + \Phi x_{1P}^i + y_{1P}^i \right]$$

Cada consumidor tampoco puede ahorrar ni tomar prestado en $t = 0$.

- (5 puntos) Explique en no más tres renglones (sólo leeré tres renglones) por qué es natural pensar que las preferencias de i para los dos períodos en conjunto pueden representarse por la función de utilidad

$$U^i = u_0^i + \eta u_{1,N}^i + (1 - \eta) u_{1,P}^i$$

- (10 puntos) Obtenga la demanda marshalliana de cada consumidor individual i por yerba, para el período $t = 0$ y para $t = 1$, si no hay protesta de los trabajadores. Haga lo propio para $t = 1$ cuando se observa protesta. Luego obtenga la demanda agregada de yerba y la demanda agregada inversa de yerba para cada caso.
- (10 puntos) Obtenga la función de oferta laboral de cada trabajador individual en cualquier período t y luego obtenga la función de oferta agregada de trabajo en cada período y luego su función inversa.
- (10 puntos) Plantee el problema del monopolio-monopsonio en $t = 1$ si no hay protesta y haga lo propio en $t = 1$ si los consumidores de yerba mate observaron protesta de los trabajadores.
- (15 puntos) Obtenga la cantidad y el precio del kilo de yerba que maximizan los beneficios del monopolio-monopsonio en $t = 1$ para cada caso (cuando no hay protesta y cuando sí lo hay). Obtenga los beneficios máximos de la firma en cada caso.
- (10 puntos) Sin hacer ningún cálculo adicional, obtenga los beneficios máximos del monopolio en $t = 0$, y compute el beneficio total intertemporal *esperado* del monopolio dado que en $t = 1$ hay una probabilidad $1 - \eta$ de que haya protesta.
- (15 puntos) Compute el salario w_0^M de equilibrio del monopsonio (ayuda: use su respuesta en 3 y la de 5) en $t = 0$ y también el consumo de dólares y_0^{jM} en este equilibrio por parte de cada trabajador. ¿Qué desigualdad debe registrarse entre y_0^{jM} e \bar{y} para que efectivamente haya una probabilidad $1 - \eta$ de que haya una protesta de los trabajadores en $t = 1$?
- (10 puntos) Suponga que la desigualdad referida en 7 se cumple. En ese caso, el monopolista-monopsonista tiene la alternativa de que en $t = 0$ decida un salario igual al de equilibrio de competencia perfecta (en el mercado de trabajo). Obtenga este salario y la cantidad de yerba y el precio de la yerba mate en este caso. (Ayuda: tenga en cuenta que $PMg_L = 1$ en este ejercicio). Compute los beneficios del monopolio en $t = 0$ en este caso. Obtenga también el consumo de dólares de cada trabajador en este caso, llamándolo y_0^{jCP} , y suponga que $\bar{y} = y_0^{jCP}$. En este caso, no habrá ninguna protesta en $t = 1$.
- (15 puntos) Dado el supuesto que se hizo en 8, compute los beneficios totales de los dos períodos para el monopolista que no se comporta como monopsonista. ¿Existe algún valor de η y λ tal que éstos son estrictamente mayores que los obtenidos en el punto 6?

Otoño 2006 (UdeSA) Examen Final

Desde mediados de la década de los '90, el mundo de los negocios y de la economía comenzó a experimentar fenómenos dados de llamar de *crisis* en los mercados financieros. Ciertamente Argentina fue uno de los países que padeció un fenómeno de crisis muy *intenso* (en el sentido de que sus consecuencias negativas sobre el producto, el consumo y otros indicadores de actividad económica fueron notoriamente negativas). Uno de los autores que se abocó a la explicación de tales fenómenos es el economista argentino Guillermo Calvo. Este autor abona la teoría de lo que se dió en llamar el problema de los *sudden stops*, o *frenazos*, como él mismo lo traduce al castellano. Este problema radica principalmente en que un grupo de economías en desarrollo (los llamados *emergentes*, como se las denominó en esa misma década) financia buena parte de su demanda con endeudamiento externo (déficit en cuenta corriente), gracias a los flujos de capitales que aflúan a esas economías. Si existiesen razones para que esos flujos se reviertan *súbitamente* (de ahí el adjetivo *sudden*) entonces los precios relativos de mercado en estas economías cambiarían de modo tal de generar situaciones de bancarrota en el sector productor. Encontramos, por ejemplo, en un trabajo de Calvo publicado en el *Journal of Applied Economics* de Noviembre de 1998 la siguiente cita:

“Sudden stop means that the change (in the real exchange rate) is largely unexpected and, therefore, loans to the non-tradable sector (e.g., real estate) extended under the expectation that previous relative prices were, on the whole permanent, could become nonperforming. This, in turn, could lead to across-the-board bankruptcies.” (Page 38)

Calvo (1998), en el apéndice a este trabajo, presenta un esquema formal para entender la relación entre estos sudden stops y bancarrota de las firmas. Este ejercicio generaliza el análisis en el apéndice del mencionado paper. Supongamos una economía que dura dos períodos, fechados como $t = 0, 1$. Existen I consumidores que poseen idénticas preferencias y reciben idénticos flujos de dotaciones entre sí. En $t = 0$ cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ consume un bien llamado *transable* y otro bien llamado *no transable*. En $t = 1$ sólo consume el bien transable. Sea c_t^i el consumo del agente i del bien transable en el período $t = 0, 1$. Sea h_0^i el consumo del agente i del no transable en $t = 0$. Sus preferencias pueden representarse a través de la siguiente unión de utilidad:

$$U^i(c_0^i, h_0^i, c_1^i) = u(c_0^i) + u(c_1^i) + u(h_0^i)$$

donde la función $u(\cdot)$ se repite en los tres sumandos y se la supone *estrictamente cóncava* y continuamente diferenciable (al menos dos veces), y además $\lim_{x \rightarrow 0} u'(x) = \infty$ donde x puede ser tanto c_0^i como c_1^i como h_0^i . El flujo de dotaciones que recibe es el siguiente: 0 del transable y 0 del no transable en $t = 0$, y recibe $y > 0$ del bien transable en $t = 1$. El bien no transable es producido en $t = 0$ con una tecnología de producción que utiliza bienes transables usados en $t = 0$ para producir bienes no transables en $t = 0$, a través de la función de producción

$$y_0^h = z_0$$

donde z_0 es la cantidad de bienes transables que utiliza la firma y y_0^h es la cantidad de bienes no transables producidos. Esta firma es apropiada por los consumidores, cada uno de los cuales posee $\frac{1}{I}$ de la firma. Los mercados de bienes son perfectamente competitivos, siendo p el precio del no transable en $t = 0$ medido en transables del período 0 y siendo 1 el precio nominal del transable en cada período. En esta economía, tanto la firma como el consumidor pueden pedir prestado al resto del mundo en $t = 0$ una cantidad ilimitada de bienes transables, a cambio de devolver en $t = 1$ la cantidad tomada como préstamo multiplicada por $(1 + r)$, donde r es la tasa neta de interés (que se fija en el resto del mundo, exógena en este ejercicio). Suponemos en todo el ejercicio que $r = 0$. Llamemos b^i al monto de transables que el consumidor i toma prestado en $t = 0$. La firma cobra por sus ventas en $t = 0$ y guarda hasta $t = 1$ estos ingresos por ventas en su caja de seguridad (sin que se registre pérdida alguna) para luego pagar su deuda y eventualmente repartir a sus dueños el remanente, si éste fuese estrictamente positivo.

1. (5 puntos) Escriba la restricción presupuestaria intratemporal de cada consumidor individual en cada período.
2. (10 puntos) Reemplazando las restricciones del punto 1 en la función de utilidad, obtenga las condiciones de primer orden que caracteriza la decisión óptima del consumidor. Argumente en no más de dos renglones que se cumplen las condiciones de segundo orden.
3. (5 puntos) Escriba las condiciones de equilibrio en cada mercado (esto es, las condiciones de demanda igual a oferta) para cada período (obviamente no existen condiciones de demanda igual a oferta entre períodos). (Ayuda: tenga cuidado especialmente con la condición de equilibrio en el caso de los transables en $t = 0$ y en $t = 1$).
4. (10 puntos) Plantee el problema de la firma productora de bienes no transables. Demuestre que en equilibrio $p^* = 1$ y que por lo tanto los beneficios que obtienen los dueños de la firma son 0 en el equilibrio (Para esto último no necesita realizar ningún cálculo algebraico, alcanza con un argumento por contradicción).
5. (10 puntos) De las condiciones de primer orden en el punto 1, demuestre que en este equilibrio

$$c_0^{i*} = c_1^{i*} = h_0^{i*} = \frac{y}{3}, \quad i = 1, 2, \dots, I$$

Obtenga también la cantidad total producida de bienes no transables en este equilibrio y obtenga entonces el monto total de bienes transables que se toman prestados en $t = 0$ en este equilibrio

para toda la economía (esto es lo que se denomina el déficit de cuenta corriente en $t = 0$ en esta economía).

6. (10 puntos) Supongamos a partir de este punto hasta el final del ejercicio la siguiente característica: cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ inesperadamente encuentra en $t = 0$ que en el período siguiente ($t = 1$), además de devolver el préstamo tomado en $t = 0$, debe también pagar un monto κ (fijo) de bienes transables como costo de verificación de la deuda (esto es interpretado por Calvo como costo de verificación en caso de bancarrota). Se supone que $\kappa < \frac{2y}{3}$. Escriba nuevamente las dos restricciones de presupuesto intratemporales (una para $t = 0$ y la otra para $t = 1$). (Nota: por supuesto que en este caso no podemos situarnos en el equilibrio obtenido en 4 - 5)
7. (10 puntos) Obtenga nuevamente la o las condicion/es de primer orden del consumidor i . Demuestre que independientemente del valor de p es cierto que el consumidor elige $c_0^i = c_1^i$.
8. (10 puntos) Suponga desde este punto hasta la finalización del ejercicio que el consumidor i elige $h_0^{i*} = \frac{y}{3}$, como en el equilibrio anterior. Utilizando ese dato, la condición obtenida en el problema anterior, y las restricciones en el punto 6 obtenga c_0^i (o c_1^i , como se prefiera) como función de y , κ y p .
9. (10 puntos) Reemplazando su respuesta en 8 y el supuesto de que $h_0^{i*} = \frac{y}{3}$ en las condiciones de primer orden, obtenga el precio p de equilibrio en este caso.
10. (10 puntos) Demuestre que el precio de este nuevo equilibrio p no puede ser igual a 1 en este caso (esto es, no verifica la ecuación a demostrar en el punto anterior). Dada la estricta concavidad de la función u , demuestre que el precio p^{**} que satisface la ecuación mostrada en el punto 9 es estrictamente menor a 1.
11. (10 puntos) Demuestre entonces que si $p^{**} < 1$ entonces la firma productora de no transables no podrá devolver toda la deuda en $t = 1$, provocando su bancarrota, lo cual justifica entonces la presencia del parámetro κ .

Otoño 2006 UdeSA. Examen Recuperatorio.

En esta semana apareció un artículo (Infobae, Citieconomica.com) acerca del creciente interés en las Bolsas de Valores por commodities como el maíz. En el mismo leemos:

Materias primas de todo tipo han reemplazado a las acciones y los bonos últimamente en los sueños de los inversores. Los precios del cobre y del níquel subieron a récords en los últimos meses, y el oro llegó a un máximo histórico ayer. Ahora las firmas de inversión están promoviendo el maíz. Los analistas de Barclays Capital dijeron a los clientes esta semana que se deshicieran de los bonos soberanos de Estados Unidos y Japón y que en los tres próximos meses se centraran en el petróleo, el azúcar y el maíz. (...) La historia del maíz, según la cuentan los personeros de Wall Street, se adorna con el etanol, combustible que puede extraerse del grano favorito de Iowa.

Este ejercicio intentará entender formalmente este fenómeno de traspaso de portafolios hacia futuros de maíz como alternativa de inversión para agentes que no consumen maíz ni ningún producto asociado a él. Supongamos una economía con dos períodos, $t = 0, 1$. Como bienes en esta economía encontramos el maíz, el dólar (lo suponemos como bien de consumo aparte) y otros que serán descritos a continuación. Denotamos con la letra $j = 1, 2, \dots, J$ cada firma productora de maíz, la cual utiliza trabajo como único factor para producir maíz. Sea L_j la cantidad de trabajo que utiliza la firma j para producir y^j kilos de maíz, usando la tecnología:

$$y^j = L^j$$

donde w es el precio (exógeno) del trabajo medido en dólares. Esta producción se realiza en el período 1 (en el período 0 no hay producción de maíz). Existen también los demandantes de maíz, denotados con la letra $h = 1, 2, \dots, H$. Cada demandante usa y^h kilos de maíz para producir x_h kilos del bien h (esto es, cada demandante de maíz usa maíz para producir un bien distinto a lo que produce otro demandante de maíz: en total hay H bienes que se producen sobre la base de maíz). Sea p_h el precio (exógeno en

este ejercicio) del bien h medido en dólares. La tecnología de producción del bien h se caracteriza por la siguiente función de producción

$$x_h = 2\sqrt{y^h}$$

Se supone que $\sum_h p_h$ es desconocido en $t = 0$, y se sabe que en $t = 1$ sólo puede tomar dos valores:

$$\sum_h p_h = \begin{cases} \theta_H & \text{con probabilidad } \pi \\ \theta_L & \text{con probabilidad } 1 - \pi \end{cases}$$

con $0 < \theta_L < \theta_H$.

Existen dos modalidades posibles en las que las transacciones de maíz pueden ocurrir. La primera modalidad es que exista sólo un mercado de contado en el período 1 en los que los productores producen en $t = 1$ usando trabajo y vendiendo en $t = 1$ el maíz al conjunto de los H demandantes de maíz a un precio de contado, denotado como q_s , con $s \in \{L, H\}$ (dependiendo de su θ es igual a θ_H o θ_L). Los demandantes usan maíz comprado a este precio q_s para producir al precio p_h . La segunda modalidad es a través de los inversores. Estos nacen en $t = 0$ con una dotación de ω dólares en $t = 0$ (y dotación de 0 dólares en $t = 1$). Cada inversor puede adquirir o vender en corto un bono cuyo precio en $t = 0$ es $\tau > 0$ (exógeno) y que paga un dólar en $t = 1$ independientemente de si θ es θ_H o θ_L . A su vez, si los inversores tienen la opción de intervenir en el mercado de maíz (lo cual ocurre sólo en la segunda modalidad), cada inversor guarda una cantidad de dólares igual al valor de lo que cada inversor comprará de maíz en $t = 1$. Sea F el precio (conocido en $t = 0$) del maíz que el inversor enfrenta para comprar z^i kilos de maíz en $t = 1$ (de nuevo: el pago efectivo de parte de los inversores a los productores de maíz se hace en $t = 1$ pero se compromete ya en $t = 0$ guardando la correspondiente cantidad de dólares de $t = 0$ a $t = 1$). Luego, el inversor vende esos kilos de maíz a los demandantes de maíz (también en $t = 1$) a un precio \bar{q}_s , con $s \in \{L, H\}$ (dependiendo de su θ es igual a θ_H o θ_L). Los productores poseen preferencias en $t = 0$ definidas sobre la cantidad de dólares que gana en $t = 1$. Las mismas pueden representarse por la siguiente función de utilidad esperada

$$\begin{aligned} & \pi \ln(\Pi_H) + (1 - \pi) \ln(\Pi_L) && \text{en la modalidad 1} \\ & \ln(\Pi_F) && \text{en la modalidad 2} \end{aligned}$$

donde Π_s es el beneficio máximo que obtiene si θ es igual a θ_s ($s \in \{L, H\}$) en la modalidad 1 y Π_F es el beneficio que obtiene en la modalidad 2, que depende del precio F comprometido con los inversores (ya que en la modalidad 2 todos los productores le venden a los inversores al precio prepagado F). Cada inversor i es neutral al riesgo y sus preferencias están dadas por:

$$\pi c_H + (1 - \pi) c_L$$

donde c_s es el consumo de dólares que obtiene si θ es igual a θ_s .

1. (5 puntos) Para cada firma j escriba el problema de maximización de beneficios en la modalidad 1
2. (10 puntos) Obtenga la oferta individual de maíz en la modalidad 1 como función de precios. Obtenga luego la oferta agregada de maíz en esta modalidad.
3. (5 puntos) Plantee el problema de cada demandante de maíz en la modalidad 1.
4. (5 puntos) Obtenga la función de demanda de maíz de cada demandante $h = 1, 2, \dots, H$ de maíz como función de los precios. Obtenga luego la demanda agregada de maíz.
5. (10 puntos) Obtenga el precio q_s^1 de equilibrio para cada θ_s en la modalidad 1. Obtenga los beneficios que obtiene en este equilibrio el productor j para cada θ_s . Finalmente obtenga la utilidad esperada de cada firma j en este equilibrio.
6. (5 puntos) Suponga ahora que estamos en la modalidad 2. Plantee la restricción presupuestaria en cada período y en cada estado de la naturaleza del problema del inversor i .
7. (10 puntos) Demuestre que existe un valor de π , llamado π^* , tal que el inversor está indiferente entre no comprar nada de maíz al precio F o comprar cualquier cantidad (consistente con las restricciones de 6) de maíz a ese precio. Escriba F como función de π^* y de τ .

8. (10 puntos) Escriba las condiciones de equilibrio (demanda = oferta) en cada mercado de acuerdo a la modalidad 2 (tenga cuidado en diferenciar el mercado donde transan por un lado inversores y productores de maíz, y por el otro inversores y demandantes de maíz)
9. (10 puntos) Suponga a partir de ahora que $\pi = \pi^*$. Usando la condición en 8 y sus respuestas en 2 y 4, obtenga la cantidad $\sum_i z_i$, por un lado, como función de w y el F obtenido en 7 y por el otro como función de θ_s .
10. (10 puntos) De la doble igualdad del punto 9 obtenga que \bar{q}_L es igual a \bar{q}_H multiplicado por un factor que depende de θ_L y θ_H .
11. (10 puntos) Reemplazando su respuesta de 10 en cualquiera de las igualdades a partir del punto 9 obtenga el precio F^2 de equilibrio como función de (θ_L, θ_H) , π^* y otras variables.
12. (10 puntos) Reemplazando su respuesta de 11 en la utilidad esperada del productor, obtenga la misma para el equilibrio en la modalidad 2. ¿Para que rango de valores de τ esta última utilidad esperada es mayor que la obtenida en 5?

Otoño 2007 UdeSA. Examen Final.

Desde hace algunos años en el ámbito financiero internacional los inversores sigue cada vez más atentamente la evolución de mercados de ciertos commodities, especialmente algunos cereales. El 19 de junio de 2007 el diario El Cronista (pág. 14) reproducía la traducción de un artículo del Financial Times, cuyo autor es Chris Flood, titulado “Prevén un fuerte descenso en el stock mundial de trigo”. En el mismo el autor explicaba que existían factores climáticos por las que se esperaban incrementos importantes en el precio del trigo. Entre ellos citaba el siguiente fenómeno en EEUU:

“El exceso de lluvias ha dejado a los cultivos de trigo de invierno en EEUU vulnerables a las pestes. En Kansas, el mayor estado productor, y en Oklahoma, se alertó por posibles inundaciones cuando las cosechas en ambos estados ya están retrasadas”

Este comentario despierta la pregunta de cómo serían los incentivos a invertir en capital por parte de agricultores si el factor climático se vuelve cada vez más riesgoso. Este problema combina elementos de equilibrio general competitivo con el de decisión bajo riesgo para intentar dar una guía para una respuesta más específica. Supongamos una economía que dura dos períodos, fechados como $t = 0, 1$. Existen dos bienes de consumo en el período 1, trigo (cuya cantidad se denota genéricamente como x) y otros bienes (cuya cantidad denotamos genéricamente como y). Cada bien se produce con sendas tecnologías: para producir x unidades de trigo en $t = 1$ se utilizan L_x horas de trabajo agrícola (a ser definido más abajo) en $t = 1$ y K_x unidades de capital agrícola (a ser definido más abajo) comprados en $t = 0$. También la producción de trigo está afectada por la realización de una variable aleatoria denotada genéricamente como z_x . La función de producción que representa esta tecnología está dada por:

$$x = e^{z_x} L_x^{1/4} K_x^{3/4} \quad (1)$$

Suponemos que $z_x \in \{\hat{z}, -\hat{z}\}$, y $\Pr(z_x = \hat{z}) = \eta \in (0, 1)$. Existen H agentes consumidores no agrícolas que consumen tanto trigo como otros bienes. Reciben una dotación de \bar{y}^N unidades de otros bienes. Las preferencias de cada agente consumidor no agrícola está representado por la siguiente función de utilidad

$$U^N(x^N, y^N) = (x^N)^{1/2} (y^N)^{1/2} \quad (2)$$

Existen también J consumidores agrícolas, que viven en los períodos 0 y 1. Estos agentes reciben una dotación de \bar{K} capital específico en $t = 0$ para uso exclusivamente agrícola (y que sólo puede ser usado en la producción de trigo pero no de otros bienes en $t = 1$) y otra de \bar{L} unidades de trabajo específicamente agrícola en $t = 1$. Cada uno de estos consumidores son productores de trigo. A diferencia de las firmas productoras de otros bienes, cada uno de estos consumidores opera directamente la tecnología productora de trigo (es decir, hay tantas tecnologías productoras de trigo como consumidores agrícolas) usando su propio trabajo agrícola y al menos parte de su capital agrícola. Como se especifica más arriba, cada productor-consumidor agrícola decide en $t = 0$ cuánto *invertir* en capital agrícola aplicar a la producción

de trigo en $t = 1$ y cuánto de trabajo decide utilizar en la misma producción. Las preferencias de cada consumidor agrícola está dada por

$$V^F = \bar{K} - K_x + \eta 2 [U^F(x^F(\hat{z}), y^F(\hat{z}), l^F(\hat{z})) - \bar{L}]^{1/2} + (1 - \eta) 2 [U^F(x^F(-\hat{z}), y^F(-\hat{z}), l^F(-\hat{z})) - \bar{L}]^{1/2} \quad (3)$$

donde

$$U^F(x^F(z_x), y^F(z_x), l^F(z_x)) = (x^F(z_x))^{1/4} (y^F(z_x))^{3/4} + l^F(z_x) \quad (4)$$

y donde $x^F(z_x)$ denota la cantidad de trigo consumida por cada consumidor agrícola para cada valor del shock z_x , mientras que y^F denota la cantidad de otros bienes consumida por cada consumidor agrícola también para cada valor del shock z_x , y $l^F(z_x)$ es el ocio consumido por cada consumidor agrícola también para cada valor del shock z_x . Note que este consumidor obtiene el trigo para consumo directamente de lo que produce, mientras que los otros bienes lo consume vendiendo el trigo que no consume. Sea $p(z_x)$ el precio relativo del trigo medido en otros bienes (con lo cual el precio nominal de los otros bienes en $t = 1$ para cualquier z_x es igual a 1).

1. (5 puntos) ¿Qué relación de igualdad existe entre $l^F(z_x)$ y L_x (que también depende de z_x)? Reemplace esta relación en la función de utilidad de F ex-post (12).
2. (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor agrícola del período 1, para cualquier z_x .
3. (5 puntos) Dado L_x , obtenga la cantidad de consumo óptimo de trigo y de otros bienes para cualquier consumidor agrícola como función de p , L_x y K_x . Luego reemplace estas funciones en la utilidad ex-post del agente (12)
4. (10 puntos) Dada su respuesta anterior, obtenga el monto de L_x para dado K_x que maximiza la utilidad que obtuvo al final del punto anterior. Reemplace esta respuesta en esa utilidad para obtener una expresión que dependa de K_x y de p (que en equilibrio depende de z_x). Dado que p en equilibrio depende de z_x , diremos que existirá un $p(\hat{z})$ y un $p(-\hat{z})$, una para cada contingencia, los cuales determinarán los consumos en cada contingencia.
5. (10 puntos) Tomando en cuenta lo especificado en el punto 4, reescriba la utilidad ex-ante (11) para cualquier consumidor agrícola utilizando su respuestas de los puntos 3 y 4 obteniendo entonces una utilidad esperada como función, entre otras variables, de K_x y de \hat{z} .
6. (10 puntos) Dado los $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$ el agricultor elige K_x que maximiza la utilidad esperada obtenida en el punto 5. Obtenga la condición de primer orden con respecto a K_x y obtenga entonces de allí el K_x óptimo como función, entre otras variables, de $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$.
7. (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cualquier consumidor no agrícola. Luego obtenga la función de consumo de trigo y de otros bienes óptima.
8. (5 puntos) Obtenga la demanda agregada por trigo en esta economía
9. (10 puntos) Utilizando respuestas de los puntos 4 y 8 escriba la condición de vaciamiento de mercado del trigo como función, entre otras variables, de z_x y K_x
10. (10 puntos) De la expresión anterior obtenga el precio p que satisface la ecuación del punto anterior. Nótese que será función de z_x y de K_x , entre otras variables
11. (10 puntos) Reemplace lo obtenido en el punto 10 (los precios $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$) en la expresión del óptimo K_x obtenido en el punto 6. Esta es una ecuación en K_x , la única variable endógena que queda por resolver. Despeje K_x de esta expresión (el cual será el monto de inversión de equilibrio de cada consumidor agricultor).
12. (5 puntos) De la respuesta del punto anterior, ¿cuán diferente es el monto K_x si \hat{z} aumenta infinitesimalmente? (Ayuda: si en el punto anterior no pudo despejar K_x al menos obtenga esta derivada de forma implícita, usando argumentos del estilo del Teorema de la Función Implícita).

Otoño 2007 UdeSA. Examen Recuperatorio.

En los últimos meses, con el recrudecimiento del problema energético (especialmente en el mercado de gas) se actualizó la discusión acerca de la política llevada a cabo por la actual administración sobre las tarifas de las empresas de servicios públicos, que en varios casos siguen concesionadas a empresas de capital privado pero sujetas a una estricta regulación por parte del Estado, y su relación con las inversiones (o la falta de ellas) en estos sectores. Este ejercicio intenta ligar el problema de una regulación de tarifas considerada como incierta (riesgosa en nuestro caso) por parte del Estado y los incentivos a invertir de parte de los inversores de estas empresas. Suponga un mercado que opera en un período $t = 1$ (donde el período $t = 0$ será descrito a posteriori). En este mercado encontramos I consumidores indizados como $i = 1, 2, \dots, I$. Cada consumidor i recibe un ingreso nominal de m^i pesos en $t = 1$ que puede destinar a un bien de consumo que llamaremos *energía*, denotado como x^i , y al resto de los bienes, cuyo consumo denotamos como y^i . Suponemos que el precio nominal de x es p y el de y^i es 1. Sus preferencias satisfacen los axiomas usuales tales que ellas pueden representarse a través de la función de utilidad

$$u^i(x^i, y^i) = -\frac{1}{2}(x^i)^2 + \Phi x^i + y^i$$

Del lado de la oferta de energía (no nos interesamos en este ejercicio por la oferta de otros bienes) suponemos que, al menos potencialmente (se aclarará este adverbio posteriormente) existe una empresa productora de energía que constituye un monopolio, cuyo precio cobrado en el mercado de energía es decidido por un ente regulador. Sin embargo, estando en el período $t = 0$, no se sabe si en $t = 1$ el Estado asigna un precio $p = p_H$ o un precio $p = p_L$ donde $0 < p_L < p_H < \Phi$. Sólo se sabe que $p = p_H$ con probabilidad η y que $p = p_L$ con probabilidad $1 - \eta$ con $\eta \in (0, 1)$. Este monopolio produce una cantidad de energía X en $t = 1$ con una tecnología definida por la siguiente función de producción:

$$X = Kz$$

donde z es la cantidad de insumos importados en $t = 1$ y K es el capital que invierte el dueño de esta empresa (llamado el inversor) en $t = 0$, donde $K \in \{0, \bar{K}\}$ (es decir, K sólo puede tomar dos valores) y donde si $K = 0$ entonces la producción de energía es cero y por lo tanto los consumidores no consumen energía (porque no pueden obtenerlo). El precio de los insumos en $t = 1$ se resume en una variable que llamaremos w . El inversor nace en $t = 0$ con una dotación de capital de \bar{K} : dados los supuestos, entonces, o bien los invierte totalmente en la firma o bien no los invierte en la firma, en cuyo caso supondremos que tiene la opción alternativa de invertirlos en el resto del mundo (siempre en $t = 0$) a una tasa de interés neta de 0 (entre $t = 0$ y $t = 1$). Este agente posee preferencias definidas sobre el consumo en $t = 1$ que podría ser contingente al valor que toma p en $t = 1$. Tales preferencias pueden representarse por la siguiente función de producción:

$$U = \eta \ln c(H, K) + (1 - \eta) c(L, K)$$

donde $c(H, K)$ denota el consumo si $p = p_H$ dada la cantidad K invertida en la firma.

1. (10 puntos) Escriba el problema de cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ que debe resolver en $t = 1$ y obtenga la demanda marshalliana individual por energía y luego la demanda agregada por energía. ¿Depende esta demanda agregada del ingreso total de los I consumidores? ¿Por qué sí o por qué no?
2. (10 puntos) Suponga primero que $K = \bar{K}$. Obtenga la función de costo mínimo atribuible a los insumos internacionales, dado \bar{K} , como función de (\bar{K}, w, X) .
3. (15 puntos) Dada su respuesta en el punto 2, obtenga los beneficios de la empresa monopólica como función de p , \bar{K} y w , entre otros.
4. (15 puntos) Dada su respuesta anterior, escriba la restricción presupuestaria del inversor tanto cuando $p = p_H$ como cuando $p = p_L$ dado que invierte \bar{K} en el monopolio.
5. (15 puntos) Escriba la utilidad esperada del inversor en $t = 0$ si decide invertir en el monopolio y luego escriba a utilidad esperada del mismo inversor si decide no invertir en el monopolio.

6. (10 puntos) Dada su respuesta anterior, ¿cuál es la desigualdad que caracteriza el hecho de que el inversor decide invertir \bar{K} en el monopolio? (Suponga que si se encuentra indiferente entre las dos opciones el inversor decide invertir el capital en el monopolio)

7. (15 puntos) Supongamos que

$$p_L = \frac{w}{\bar{K}} + \varepsilon \quad \text{y} \quad p_H = p_L + v$$

con $v > \varepsilon > 0$. ¿Qué condición debe cumplir ε para que $p_L < \Phi$? Luego, responda la siguiente pregunta: si $\varepsilon \rightarrow 0$, ¿se cumplirá en este caso la desigualdad del punto 6?

8. (10 puntos) Siga suponiendo que $\varepsilon \rightarrow 0$. En función de su respuesta del punto 7 y de los supuestos del problema, indique cuál es la utilidad indirecta de cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ en este caso.

UBA, Cuatrimestre II 2006. Parcial 2.

Es conocida la política del actual gobierno de negociación de precios en distintos productos como método de contención de la inflación. Quienes presentan preocupación sobre la aplicación de este tipo de medidas como medio de contención de la inflación sostienen que la inversión puede ser desalentada por ellas. Por ejemplo, puede leerse en la revista Fortuna del 18 e noviembre de 2006, en la nota “El reparto de costos de una cadena tensa” esta opinión:

Para Eduardo Álvarez, economista Jefe de IES Consultores, a largo plazo las consecuencias del mantenimiento de los controles son varias y negativas. La primera es el desaliento a la inversión, que requiere rentabilidad para su concreción: nadie desembolsa dinero para perder. Este descrédito acarreará la carencia de oferta frente a una demanda creciente, lo cual presionará sobre los precios o requerirá de importaciones (a precios internacionales) y agravará las tendencias inflacionarias.

Este ejercicio pretende intentar analizar en qué medida este tipo de preocupaciones tienen sentido o no. El ejercicio es una aplicación del análisis de equilibrio general con algunos condimentos especiales. Suponga una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$, en la que existen J firmas idénticas productoras de un bien que llamamos genéricamente *cereal*, donde $j = 1, 2, \dots, J$ denota la firma j . También existen también J trabajadores. Cada firma productora de cereal produce y_j kilogramos (en el período 1) usando L_j unidades de trabajo (horas) y K_j unidades de capital (ambos también en el período 1) utilizando la siguiente tecnología:

$$y_j = K_j^{3/4} L_j^{1/4}$$

El precio del trabajo es w dólares de $t = 1$ y el del cereal está dado por el mercado internacional y es igual a p dólares también en $t = 1$. Cada trabajador, a su vez, ofrece unidades de trabajo L_i al salario w para consumir cereal (donde x_i denota el consumo de cereal en kilogramos por parte del consumidor i , todo esto también en $t = 1$). Cada trabajador tiene exactamente una dotación de 1 hora que destina, parte al trabajo y parte al consumo de ocio, denotado como l^i . Las preferencias de los trabajadores pueden representarse por la función de utilidad:

$$U^i = 2\sqrt{x_i} + l^i$$

El capital de la firma j es aportado por un inversor que lleva el mismo nombre (j , suponiendo que hay exactamente igual número de inversores que de firmas) y que posee una dotación en $t = 0$ de ω dólares (la misma dotación para cada uno de los inversores) y que puede destinar, parte al consumo en $t = 0$, denotado como c_0 , parte al capital de la firma j , denotado como K_j y parte a guardarse como dólares. En el período 1 el inversor j obtiene el resultado de sus inversiones y consume un monto de dólares igual a c_1 dólares. Sus preferencias son representadas por la función de utilidad intertemporal:

$$U(c_0, c_1) = 2 \left[c_0^{1/2} + c_1^{1/2} \right]$$

Suponga inicialmente que no hay intervención del Estado en ningún mercado.

- (5 puntos) Suponga dados K_j y w en este apartado. Plantee el problema de minimización de costos de la firma j para producir y_j kilos de cereal.
- (5 puntos) Obtenga la función de costo mínimo como función de K_j , w

3. (5 puntos) Dados p , w y K_j , plantee el problema de decisión óptima de producción (y ventas) de la firma j
4. (10 puntos) Obtenga la condición de primer orden del problema del punto anterior, argumente en no más de dos renglones que se cumple la condición de segundo orden y despeje la oferta de cereal de la firma j como función de (p, w, K_j)
5. (5 puntos) Reemplace su respuesta de 4 en la demanda de trabajo que minimiza costos para obtener la demanda óptima de trabajo de la firma j como función de (p, w, K_j) .
6. (5 puntos) Plantee la restricción presupuestaria del trabajador j
7. (10 puntos) Reemplace su respuesta de 5 en la función de utilidad del trabajador j y obtenga la oferta laboral óptima del trabajador j para dados (w, p) . ¿Qué restricciones debe satisfacer $\frac{w}{p}$ para que el consumo óptimo de ocio sea positivo? (Suponga que esta restricción se cumple de aquí hasta el final del problema)
8. (5 puntos) Dados (p, w) , plantee las restricciones presupuestarias intratemporales del inversor j (que eventualmente invierte en la firma j).
9. (10 puntos) Utilizando su respuesta de 8 y la función de utilidad del inversor j obtenga el monto de inversión óptima de cada inversor j como función de (w, p)
10. (5 puntos) Plantee la condición de equilibrio en el mercado laboral.
11. (10 puntos) Reemplace la respuesta obtenida en 9 en la demanda óptima de trabajo de la firma j como función de (p, w, K_j) (respuesta del punto 5); luego utilice a expresión resultante en la igualdad del punto 10 para despejar el salario w^* de equilibrio como función de p . ¿Qué condiciones aseguran que $w^*(p) > 0$? Suponga que esta condición se cumple.
12. (10 puntos) Suponga desde este apartado hasta el final del ejercicio que el Gobierno es capaz de imponer que el precio del cereal por kilo es de \bar{p} dolares, donde $\bar{p} < p$, y que el salario es $\bar{w} > w$, y además es capaz de obligar a cada firma a producir un monto \bar{y}_j que es igual a lo que consume un trabajador a los precios \bar{p} y \bar{w} . Además, cada firma usa una cantidad de trabajo que minimiza los costos de producir \bar{y}_j kilos de cereal. Además, el total de lo utilizado de trabajo por todas las firmas debe ser igual al total de la oferta de trabajo a los precios \bar{p} y \bar{w} . Escriba formalmente estas condiciones utilizando respuestas de los puntos 2 y 7. (Note que K_j aquí queda como variable libre).
13. (10 puntos) Obtenga de las condiciones anteriores \bar{y}_j como función de \bar{p} , \bar{w} y K_j . Obtenga lo que se llevaría el inversor j de la firma j reemplazando \bar{y}_j en la función de beneficios de la firma j como función de \bar{p} , \bar{w} y K_j .
14. (5 puntos) ¿Cuál será el K_j que óptimamente elegirá este inversor? ¿Por qué?

UBA, Cuatrimestre II 2007. Parcial 2.

Es conocida la decisión del actual gobierno de incrementar las retenciones a las exportaciones agrícolas². Una pregunta obvia que uno podría hacerse es hasta qué punto esta suba en las retenciones implica un desincentivo a la inversión en capital productivo utilizado en este sector. El siguiente problema extiende el esquema básico de equilibrio general con producción en una economía abierta introducido en clase, endogeneizando la oferta de factores de producción. Considere una economía con dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un bien de consumo en $t = 0$ (el cual es sólo relevante para uno de los grupos de consumidores, véase abajo) y dos bienes de consumo en $t = 1$, los bienes 1 y 2. Las tecnologías de producción de cada uno de estos dos bienes puede resumirse por

$$y_j = \begin{cases} L_1^{3/4} K_1^{1/4} & \text{si } j = 1 \\ L_2^{1/4} K_2^{3/4} & \text{si } j = 2 \end{cases} \quad (5)$$

²Véase, por ejemplo, la nota "Fuerte alza de las retenciones para apuntalar la recaudación" publicada en el diario La Nación del 7/11/07

donde L_j es la cantidad de trabajo utilizada por la tecnología productora del bien j , y K_j es la cantidad de capital utilizada por la misma tecnología, donde $j = 1, 2$. Estas tecnologías son operadas por sendas firmas cuyos dueños son los consumidores de la economía. Existen dos tipos de consumidores, los trabajadores (denotados con el supraíndice W) y los capitalistas, (denotados con el supraíndice C). Existen en la economía $I > 1$ trabajadores y $J > 1$ capitalistas. Cada trabajador vive solamente en el período 1 y recibe en ese período una dotación de tiempo denotado como $H > 1$ horas. Parte de estas horas lo ofrece como trabajo y parte lo consume como ocio. Sus preferencias están representadas por la función de utilidad:

$$U^W(x_1^W, x_2^W, l^W) = \alpha \ln x_1^W + (1 - \alpha) x_2^W + l^W \quad (6)$$

donde $\alpha \in (0, 1)$, x_j^W es el consumo que el trabajador realiza del bien $j = 1, 2$ y l^W es el consumo de ocio. Este trabajador, por cada hora de trabajo que ofrezca en el mercado laboral, recibe un salario nominal por hora de w (que es el precio del trabajo por hora para cada firma). Por otra parte, cada capitalista vive en los dos períodos $t = 0, 1$. En $t = 0$ recibe una dotación $\bar{k} > 0$ del bien de consumo de 0, llamado capital financiero. Parte de ella lo consume y parte de ella lo invierte para transformarlo en $t = 1$ en capital productivo (por cada dolar de capital financiero invertido en 0 obtiene una unidad de capital productivo en $t = 1$) el cual es ofrecido a las firmas a un precio r (luego de su utilización suponemos que se deprecia totalmente con lo cual no podrá consumir ningún capital sobrante en $t = 1$). Sea k el capital invertido en 0. Llamamos también x_0^C al consumo de $t = 0$. Las preferencias de cualquier capitalista están dadas por

$$U^C = \sqrt{x_0^C} + (x_1^C x_2^C)^{1/4} \quad (7)$$

Los precios internacionales de los bienes 1 y 2 en $t = 1$ están dados: (p_1^*, p_2^*) (para simplificar suponemos un tipo de cambio nominal de 1). Sin embargo existe un gobierno que cobra impuestos a las ventas del bien 2 (que en equilibrio debiera ser el bien que se exporta en esta economía). Sea τ la alícuota (con $\tau \in (0, 1)$) de este impuesto. La recaudación se destina a repartirse por partes iguales entre cada uno de los trabajadores. Sea T la transferencia recibida por cada trabajador individual en $t = 1$.

1. (10 puntos) **Plantee** con todos los detalles que hagan falta el problema de cada trabajador individual
2. (5 puntos) Compute la canasta "óptima" de consumo de bienes 1 y 2 del trabajador **para dado** l^W .
3. (10 puntos) Dada su respuesta anterior en (2) reemplace esta respuesta en U^W , obtenga el consumo óptimo de ocio y luego la oferta óptima de trabajo de cada trabajador individual. Luego obtenga la función de oferta agregada de trabajo en $t = 1$.
4. (10 puntos) **Plantee** con todos los detalles que hagan falta el problema de cada capitalista individual
5. (5 puntos) Situándose en $t = 1$, **suponiendo por ahora un k dado**, obtenga la canasta "óptima" de consumo de bienes 1 y 2 del capitalista en $t = 1$.
6. (10 puntos) Reemplace su respuesta de (5) en U^C . Obtenga entonces el valor óptimo de k para el capitalista. Luego obtenga entonces la oferta agregada de capital productivo en $t = 1$.
7. (10 puntos) Obtenga las cantidades de factores que minimizan el costo y luego la función de costo mínimo de cada una de las dos firmas.
8. (10 puntos) Dada su respuesta en (7) plantee el problema de maximización de beneficios para cada firma (utilizando explícitamente su respuesta en (7)) y luego obtenga las condiciones de primer orden que caracterizan la solución de beneficios máximos. ¿Cuál será el valor de estos beneficios máximos en $t = 0$?
9. (5 puntos) De las condiciones obtenidas en el punto (8) resuelva por los precios de factores (r^{eq}, w^{eq}) de equilibrio como función de (p_1^*, p_2^*, τ)
10. (10 puntos) Reemplace la solución obtenida en (9) en su respuesta del punto (6). Sea k^{eq} la oferta de capital de cada capitalista individual en equilibrio. ¿Qué signo posee la derivada $\frac{\partial k^{eq}}{\partial \tau}$? Interprete en no más de dos renglones

11. (5 puntos) Obtenga la cantidad demandada de los bienes 1 y 2 en equilibrio (utilizando las respuestas de los puntos (2), (3), (5), (6) y (9))
12. (10 puntos) Escriba (plantee solamente) la condición de equilibrio en los mercados de factores del período $t = 1$ utilizando su respuesta de los puntos (3), (6), (7) y (9). Explique en no más de cuatro renglones el procedimiento que seguiría desde aquí para obtener la expresión de las exportaciones en equilibrio del bien 2.

UBA, Cuatrimestre II 2007. Recuperatorio Parcial 2.

El Gobierno anunció un incremento en las tarifas de transporte público de pasajeros a partir de enero de 2008. De hecho, este incremento es el primero en más de seis años, el primero desde la derogación de la Ley de Convertibilidad. Una de las reacciones observadas es la de asociaciones de consumidores que reclaman, antes del incremento de las tarifas, una política de inversiones más importante que mejore la calidad de los servicios. Sin embargo, la pregunta que uno podría realizarse es qué incentivos tiene una firma a mejorar la calidad si sus tarifas se mantienen fijas y sus costos aumentan. Este problema intenta proveer un primer intento de respuesta como aplicación de la teoría del monopolio. Supongamos dos períodos, $t = 0, 1$. Los consumidores, indizados por $i = 1, 2, \dots, I$, solamente viven en $t = 1$. Cada consumidor posee preferencias definidas sobre cantidades consumidas de servicios de transporte (denotados como y horas de viaje) y cantidades de otros bienes, z . También las preferencias consideran el nivel de calidad de los servicios de transporte, mensurados por q (nótese que el consumidor NO puede decidir q , aunque sí puede decidir las cantidades de consumo). Tales preferencias satisfacen los axiomas que permiten ser representadas por la función

$$u(y, q, z) = -\frac{1}{2}y^2 + qy + z$$

La firma productora de servicios es monopolista en este mercado en el período $t = 1$. La cantidad de producción de horas de servicio de transporte viene dado por la tecnología:

$$y = k_C \cdot x$$

donde x denota los metros cúbicos de petróleo (cuyo precio nominal denotamos como w) y k_C es el capital destinado a la producción de cantidad de servicio. Este capital es decidido por el dueño de la firma (que suponemos también es una única persona) en $t = 0$. En este período mencionado, además, el dueño de la firma decide k_Q , el capital destinado a aportar calidad de servicio, también en $t = 0$, teniendo en cuenta que la relación entre q y k_Q es simplemente $q = A \cdot k_Q$, con $A \geq 1$. El dueño de la firma recibe, en $t = 0$, una dotación de "capital total" igual a K , el cual es destinado justamente a la inversión en ambas utilidades de capital en $t = 0$. Esta firma se encuentra regulada por el Estado en $t = 1$: el precio por hora de transporte, p , está determinado por el regulador, finándolo en un valor igual a \bar{p} . El dueño de la firma simplemente consume los beneficios de $t = 1$ y sus preferencias son estrictamente monótonas en su consumo.

1. (10 puntos) Plantee con precisión el problema de cada consumidor i .
2. (10 puntos) Obtenga la demanda individual por horas de transporte y luego la demanda agregada.
3. (5 puntos) Dados k_Q y k_C , obtenga la función que implica producir y horas de transporte al *mínimo* costo de petróleo en $t = 1$.
4. (10 puntos) Dada la regulación de precios, obtenga la cantidad de horas de transporte de equilibrio
5. (15 puntos) Obtenga la función de beneficios máximos. Obtenga el rango de valores de \bar{p} tal que la firma no obtiene beneficios negativos en $t = 1$
6. (10 puntos) Dados los supuestos introducidos acerca del dueño de la firma, plantee el problema que éste resuelve en $t = 0$
7. (10 puntos) Obtenga la cantidad óptima de inversión en capital para la producción de cantidad de servicio.

8. (10 puntos) Obtenga la derivada del óptimo k_C con respecto a \bar{p} . Dado el signo de esta derivada, prediga qué ocurre con el óptimo k_Q si \bar{p} disminuye
9. (10 puntos) Obtenga la derivada del óptimo k_C con respecto a w . Dado el signo de esta derivada, prediga qué ocurre con el óptimo k_Q si w aumenta. (Y \bar{p} no aumenta).
10. (10 puntos) En función de sus dos respuestas anteriores, ¿tiene el dueño de la firma incentivos a aumentar la inversión en calidad de servicio en un entorno económico tal que el precio del petróleo aumenta y el Estado mantiene sus tarifas constantes? Explique en no más de dos renglones.

UBA, Cuatrimestre II 2007. Examen final.

En los últimos años algunos comentaristas han señalado el "fracaso" de los resultados de la aplicación del protocolo de Kyoto. Este protocolo señala la necesidad de reducir las emisiones de distintos gases contaminantes. Entre otros comentaristas puede encontrarse un artículo de Steven Martinovich publicado el 18 de febrero de 2006 en *Japan Today*³. En ese artículo el autor, entre otros conceptos, afirma:

According to recent data released by the European Environmental Agency, 13 of the 15 original nations belonging to the European Union have actually increased their emissions over the past 16 years. In four years time, the EEA predicts that the 15 will exceed the target by 7%. Although it still issues press releases arguing Kyoto's feasibility, the reality is that Europe's leaders saw the projections of job losses totaling over 1 million and a decline in GDPs across the continent by 2010 and acted accordingly.

*To those who looked at the protocol as an unrealistic project from the start, the EEA's report was hardly surprising. **Kyoto can only work if it chokes off the growth of both rich and poor nations**, a goal that no leader would willingly work toward. The world was asked to limit its economic growth — a cost some have estimated to be nearly \$300 trillion to the global economy by 2100 — on the basis of unproven science.*

Nótese especialmente la afirmación de este autor señalada en negrita: el protocolo funcionaría - de acuerdo a Martinovich - solamente si se recortara el crecimiento de los países. Este ejercicio intenta reflejar formalmente esta afirmación a través de un esquema que considera externalidades negativas por contaminación. Suponga una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existen I consumidores idénticos que viven en ambos períodos y se indizan como $i = 1, 2, \dots, I$. Existe un sólo bien de consumo en cada período, cuyo precio nominal se normaliza a 1. Las preferencias de cada consumidor satisfacen los axiomas pertinentes que posibilitan su representación vía función de utilidad que suponemos igual a

$$\sum_{t=0}^1 (\alpha \ln c_t^i - \beta \ln \xi_t)$$

donde α y β son parámetros estrictamente positivos, c_t denota el consumo de cada agente en el período $t = 0, 1$ y ξ_t es la cantidad de contaminación (no tratada) que debe tolerar el consumidor en t . Suponemos aquí que la cantidad que el consumidor i tolera de contaminación en cada período es exactamente la misma que la que tolera cualquier otro consumidor, digamos, j . Cada consumidor nace en $t = 0$ con una dotación de capital $\bar{k}_0 > 0$, el cual es ofrecido a la única firma que produce el bien de consumo (ver abajo) a un precio de mercado r_0 (el cual es una de las variables a determinar en equilibrio). El ingreso obtenido de esta manera es utilizado por el consumidor, parte a consumirlo en $t = 0$, y el resto a constituir el capital en $t = 1$, denotado como k_1^i , ya que el capital inicial se deprecia totalmente una vez que lo utiliza la firma para producir en $t = 0$. En $t = 1$ el consumidor ofrece k_1^i a la firma al precio r_1 (también variable endógena) y consume el total de su ingreso en $t = 1$.

Existe una única firma que, para simplificar, se comporta como firma en competencia perfecta tanto en el mercado de factores (capital) como en el del bien de consumo. La firma produce y_t unidades de bienes de consumo en $t = 0, 1$ utilizando la tecnología representada por la función de producción:

$$y_t = K_t^\theta$$

³El texto completo del artículo puede encontrarse en <http://www.japantoday.com/jp/comment/900>

con $0 < \theta < 1$. Esta firma produce como elemento colateral una cantidad de gases dada por la variable χ_t , medida en m^3 y dada por

$$\chi_t = \lambda y_t^{\frac{1}{\theta}}, \lambda > 0$$

La cantidad de gases no tratados en t se determina como

$$\xi_t = \eta_t \chi_t$$

donde $\eta_t \in (0, 1)$ es la fracción del total de contaminación que no se trata (decisión que la firma toma en cada período t). Por lo tanto el monto de contaminación tratado es $(1 - \eta_t) \chi_t$, cuyo costo de tratamiento en t es igual simplemente a $(1 - \eta_t) \chi_t$.

Para capturar parte de los argumentos relacionados con el protocolo de Kyoto, suponemos que el Estado puede querer gravar la emisión (no tratada) de gases. En particular, por cada m^3 de emisión no controlada el Estado decide cobrar $\tau \cdot \eta_t$ de impuestos "Pigouvianos", con $\tau \geq 0$ (el caso de $\tau = 0$ corresponde a 0 impuesto).

1. (5 puntos) Escriba (plantee solamente) el problema que el consumidor resuelve en $t = 0$
2. (5 puntos) Obtenga la condición de primer orden del problema planteado en el punto (1) y despeje la expresión del óptimo k_1^s
3. (10 puntos) Obtenga el costo mínimo de producir y_t unidades del bien de consumo incluyendo los costos asociados a la contaminación que considere pertinentes incluir (se evaluará si su criterio de inclusión es económicamente razonable)
4. (10 puntos) Suponga primero que $\tau = 0$. Arguya sin demostrar matemáticamente que la firma elegirá $\eta_t^* = 1$ en cada t
5. (10 puntos) Siga suponiendo $\tau = 0$. Obtenga la función de oferta de bienes de la firma
6. (5 puntos) Suponiendo todavía que $\tau = 0$ escriba la condición de equilibrio en el mercado del factor capital de $t = 0$; luego obtenga r_0 en equilibrio
7. (10 puntos) Suponiendo todavía que $\tau = 0$ obtenga k_1 en equilibrio. Con este resultado y el obtenido en puntos anteriores obtenga y_0 e y_1 en equilibrio. Luego, obtenga $\frac{y_1}{y_0}$ en equilibrio
8. (10 puntos) Suponga ahora $\tau > 0$, desde este punto hasta el penúltimo del ejercicio. Dado y_t , obtenga el valor óptimo de η_t en este caso (¿depende de y_t ?)
9. (5 puntos) Dada su respuesta en (8) obtenga la función de oferta de la firma
10. (5 puntos) Bajo el nuevo supuesto de τ escriba la condición de equilibrio en el mercado del factor capital de $t = 0$; luego obtenga r_0 en equilibrio
11. (5 puntos) Obtenga en este caso el valor de k_1 en equilibrio.
12. (10 puntos) Con resultados obtenidos en puntos anteriores obtenga y_0 e y_1 en equilibrio
13. (10 puntos) Compare $\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$ cuando $\tau = 0$ versus $\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$ con $\tau > 0$. ¿Es verdad que $\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$ con $\tau > 0$ es menor que $\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$ cuando $\tau = 0$?

UBA, Cuatrimestre II 2007. Examen final: solución

1. (5 puntos) El problema que el consumidor resuelve en $t = 0$ es

$$\max_{(c_0, c_1, k_1)} \alpha \ln c_0^i - \beta \ln \xi_0 + (\alpha \ln c_1^i - \beta \ln \xi_1)$$

sujeto a

$$c_0 = r_0 \bar{k}_0 - k_1; \quad c_1 = r_1 k_1$$

2. (5 puntos) La condición de primer orden del problema planteado en el punto (1) es

$$\frac{\alpha}{r_0 \bar{k}_0 - k_1} = \frac{\alpha}{k_1}$$

El óptimo k_1^s es

$$k_1 = \frac{r_0 \bar{k}_0}{2}$$

3. (10 puntos) El costo mínimo de producir y_t unidades del bien de consumo incluyendo los costos asociados a la contaminación es

$$C(y_t, \eta_t, \tau) = r_t y_t^{\frac{1}{\theta}} + (1 - \eta_t) \lambda y_t^{\frac{1}{\theta}} + \tau \cdot \eta_t^2 \lambda y_t^{\frac{1}{\theta}}$$

El primer término es el costo asociado al costo de capital, el segundo al costo de procesar contaminación y el tercero al impuesto Pigouviano.

4. (10 puntos) Suponga primero que $\tau = 0$. La firma elegirá entonces $\eta_t^* = 1$ en cada t ya que si $\tau = 0$ el costo es estrictamente decreciente en η_t , con lo cual la firma elegirá el máximo η_t posible, que por supuesto es 1.

5. (10 puntos) Siga suponiendo $\tau = 0$. La función de oferta de bienes de la firma proviene de la CPO

$$1 = \frac{1}{\theta} r_t y_t^{\frac{1-\theta}{\theta}}$$

con lo cual la oferta es

$$y_t = \left(\frac{\theta}{r_t} \right)^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$

Y esto implica que

$$K_t^d = y_t^{\frac{1}{\theta}} = \left(\frac{\theta}{r_t} \right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

6. (5 puntos) Suponiendo todavía que $\tau = 0$ la condición de equilibrio en el mercado del factor capital de $t = 0$ es

$$I \bar{k}_0 = \left(\frac{\theta}{r_0} \right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

En consecuencia r_0 en equilibrio es igual a

$$r_0^{eq} = \frac{\theta}{(I \bar{k}_0)^{1-\theta}}$$

7. (10 puntos) Suponiendo todavía que $\tau = 0$, k_1 en equilibrio es simplemente

$$k_1^{eq} = \frac{r_0^{eq} \bar{k}_0}{2} = \frac{\theta \bar{k}_0}{2 (I \bar{k}_0)^{1-\theta}} = \frac{\theta \bar{k}_0^\theta}{2 (I)^{1-\theta}}$$

Por lo tanto en equilibrio

$$y_0^{eq} = K_0^\theta = (I \bar{k}_0)^\theta, \quad y_1^{eq} = (K_1)^\theta = (I k_1^{eq})^\theta = \left(I \frac{\theta \bar{k}_0^\theta}{2 (I)^{1-\theta}} \right)^\theta = \frac{I^\theta \theta^\theta \bar{k}_0^{\theta^2}}{2^\theta}$$

En consecuencia $\frac{y_1}{y_0}$ en equilibrio (la tasa bruta de crecimiento del PBI en bienes en equilibrio) es

$$\frac{\frac{I^\theta \theta^\theta \bar{k}_0^{\theta^2}}{2^\theta}}{(I \bar{k}_0)^\theta} = \frac{\theta^\theta \bar{k}_0^{\theta(\theta-1)}}{2^\theta}$$

8. (10 puntos) Suponiendo ahora $\tau > 0$, dado y_t , el valor óptimo de η_t en este caso se obtiene minimizando

$$\min_{\eta_t \in [0,1]} r_t + (1 - \eta_t) \lambda + \tau \cdot \eta_t^2 \lambda$$

La CPO es

$$-\lambda + \lambda 2\tau \eta_t = 0$$

con lo cual

$$\eta_t = \frac{1}{2\tau}$$

con lo que vemos que no depende de y_t . Por supuesto que necesitamos que $\tau > \frac{1}{2}$ para que $\eta_t < 1$, lo cual supondremos a partir de aquí

9. (5 puntos) La función de oferta de la firma la obtenemos reemplazando $\eta_t = \frac{1}{2\tau}$ en la función de costo mínimo

$$\begin{aligned} & y_t^{\frac{1}{\theta}} \left[r_t + \left(1 - \left(\frac{1}{2\tau} \right) \right) \lambda + \tau \cdot \left(\frac{1}{2\tau} \right)^2 \lambda \right] \\ &= y_t^{\frac{1}{\theta}} \left[r_t + \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right] \end{aligned}$$

Por lo tanto, la CPO es

$$1 = \frac{1}{\theta} y_t^{\frac{1-\theta}{\theta}} \left[r_t + \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right]$$

Y por lo tanto

$$y_t = \left[\frac{\theta}{\left[r_t + \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right]} \right]^{\frac{\theta}{1-\theta}}$$

Y entonces

$$K_t = \left[\frac{\theta}{\left[r_t + \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right]} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

10. (5 puntos) La condición de equilibrio en el mercado del factor capital de $t = 0$ en este caso es

$$I\bar{k}_0 = \left[\frac{\theta}{\left[r_0 + \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right]} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

y por lo tanto r_0 en equilibrio es

$$r_0^{eq,\tau} = \frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda$$

11. (5 puntos) La expresión k_1 en equilibrio es

$$k_1^{eq,\tau} = \frac{r_0^{eq,\tau} \bar{k}_0}{2} = \left[\frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right] \left(\frac{\bar{k}_0}{2} \right)$$

12. (10 puntos) Las expresiones para y_0 e y_1 en equilibrio son simplemente

$$y_0^{eq,\tau} = (I\bar{k}_0)^\theta = y_0^{eq}$$

$$y_1^{eq,\tau} = \left[I \left[\frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau} \right) \right) \lambda \right] \left(\frac{\bar{k}_0}{2} \right) \right]^\theta$$

13. (10 puntos) Comparando $\left(\frac{y_1^{eq}}{y_0^{eq}}\right)$ cuando $\tau = 0$ versus $\left(\frac{y_1^{eq,\tau}}{y_0^{eq,\tau}}\right)$ con $\tau > 0$ tenemos que

$$\left(\frac{y_1^{eq}}{y_0^{eq}}\right) = \frac{\theta \bar{k}_0^{\theta(\theta-1)}}{2^\theta}, \quad \left(\frac{y_1^{eq,\tau}}{y_0^{eq,\tau}}\right) = \frac{\left[I \left[\frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau}\right)\right) \lambda \right] \left(\frac{\bar{k}_0}{2}\right) \right]^\theta}{(I\bar{k}_0)^\theta} = \left[\frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau}\right)\right) \lambda \right]^\theta \frac{1}{2^\theta}$$

Comparando tenemos que $\left(\frac{y_1^{eq}}{y_0^{eq}}\right)$ es mayor que $\left(\frac{y_1^{eq,\tau}}{y_0^{eq,\tau}}\right)$ si y sólo si

$$\begin{aligned} \theta \bar{k}_0^{\theta(\theta-1)} &> \left[\frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau}\right)\right) \lambda \right]^\theta \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\theta}{(\bar{k}_0)^{1-\theta}} &> \frac{\theta}{(I\bar{k}_0)^{1-\theta}} - \left(1 - \left(\frac{1}{4\tau}\right)\right) \lambda \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\theta}{(\bar{k}_0)^{1-\theta}} \left[1 - \frac{1}{I^{1-\theta}} \right] + \lambda &> \frac{\lambda}{4\tau} \end{aligned}$$

Dado que $I > 1$, la desigualdad anterior es equivalente a

$$\tau > \frac{\lambda}{4 \left[\frac{\theta}{(\bar{k}_0)^{1-\theta}} \left[1 - \frac{1}{I^{1-\theta}} \right] + \lambda \right]} \quad (8)$$

Esto significa que si τ satisface la desigualdad (8) entonces la tasa de crecimiento de la producción de bienes de consumo es menor sin impuestos que con un impuesto τ que satisface la mencionada desigualdad. Nótese, sin embargo, que si θ , I , \bar{k}_0 y τ satisfacen

$$\frac{1}{2} < \tau < \frac{\lambda}{4 \left[\frac{\theta}{(\bar{k}_0)^{1-\theta}} \left[1 - \frac{1}{I^{1-\theta}} \right] + \lambda \right]}$$

la tasa de crecimiento del producto sería mayor con impuesto que sin impuesto sobre la contaminación.

UdeSA, Semestre Otoño 2007. Examen final.

Desde hace algunos años en el ámbito financiero internacional los inversores sigue cada vez más atentamente la evolución de mercados de ciertos commodities, especialmente algunos cereales. El 19 de junio de 2007 el diario El Cronista (pág. 14) reproducía la traducción de un artículo del Financial Times, cuyo autor es Chris Flood, titulado “Prevén un fuerte descenso en el stock mundial de trigo”. En el mismo el autor explicaba que existían factores climáticos por las que se esperaban incrementos importantes en el precio del trigo. Entre ellos citaba el siguiente fenómeno en EEUU:

“El exceso de lluvias ha dejado a los cultivos de trigo de invierno en EEUU vulnerables a las pestes. En Kansas, el mayor estado productor, y en Oklahoma, se alertó por posibles inundaciones cuando las cosechas en ambos estados ya están retrasadas”

Este comentario despierta la pregunta de cómo serían los incentivos a invertir en capital por parte de agricultores si el factor climático se vuelve cada vez más riesgoso. Este problema combina elementos de equilibrio general competitivo con el de decisión bajo riesgo para intentar dar una guía para una respuesta más específica. Supongamos una economía que dura dos períodos, fechados como $t = 0, 1$. Existen dos bienes de consumo en el período 1, trigo (cuya cantidad se denota genéricamente como x) y otros bienes (cuya cantidad denotamos genéricamente como y). Cada bien se produce con sendas tecnologías: para producir x unidades de trigo en $t = 1$ se utilizan L_x horas de trabajo agrícola (a ser definido más abajo) en $t = 1$ y K_x unidades de capital agrícola (a ser definido más abajo) comprados en $t = 0$. También la

producción de trigo está afectada por la realización de una variable aleatoria denotada genéricamente como z_x . La función de producción que representa esta tecnología está dada por:

$$x = e^{z_x} L_x^{1/4} K_x^{3/4} \quad (9)$$

Suponemos que $z_x \in \{\hat{z}, -\hat{z}\}$, y $\Pr(z_x = \hat{z}) = \eta \in (0, 1)$. Existen H agentes consumidores no agrícolas que consumen tanto trigo como otros bienes. Reciben una dotación de \bar{y}^N unidades de otros bienes. Las preferencias de cada agente consumidor no agrícola está representado por la siguiente función de utilidad

$$U^N(x^N, y^N) = (x^N)^{1/2} (y^N)^{1/2} \quad (10)$$

Existen también J consumidores agrícolas, que viven en los períodos 0 y 1. Estos agentes reciben una dotación de \bar{K} capital específico en $t = 0$ para uso exclusivamente agrícola (y que sólo puede ser usado en la producción de trigo pero no de otros bienes en $t = 1$) y otra de \bar{L} unidades de trabajo específicamente agrícola en $t = 1$. Cada uno de estos consumidores son productores de trigo. A diferencia de las firmas productoras de otros bienes, cada uno de estos consumidores opera directamente la tecnología productora de trigo (es decir, hay tantas tecnologías productoras de trigo como consumidores agrícolas) usando su propio trabajo agrícola y al menos parte de su capital agrícola. Como se especifica más arriba, cada productor-consumidor agrícola decide en $t = 0$ cuánto *invertir* en capital agrícola aplicar a la producción de trigo en $t = 1$ y cuánto de trabajo decide utilizar en la misma producción. Las preferencias de cada consumidor agrícola está dada por

$$V^F = \bar{K} - K_x + \eta 2 [U^F(x^F(\hat{z}), y^F(\hat{z}), l^F(\hat{z})) - \bar{L}]^{1/2} + (1 - \eta) 2 [U^F(x^F(-\hat{z}), y^F(-\hat{z}), l^F(-\hat{z})) - \bar{L}]^{1/2} \quad (11)$$

donde

$$U^F(x^F(z_x), y^F(z_x), l^F(z_x)) = (x^F(z_x))^{1/4} (y^F(z_x))^{3/4} + l^F(z_x) \quad (12)$$

y donde $x^F(z_x)$ denota la cantidad de trigo consumida por cada consumidor agrícola para cada valor del shock z_x , mientras que y^F denota la cantidad de otros bienes consumida por cada consumidor agrícola también para cada valor del shock z_x , y $l^F(z_x)$ es el ocio consumido por cada consumidor agrícola también para cada valor del shock z_x . Notese que este consumidor obtiene el trigo para consumo directamente de lo que produce, mientras que los otros bienes lo consume vendiendo el trigo que no consume. Sea $p(z_x)$ el precio relativo del trigo medido en otros bienes (con lo cual el precio nominal de los otros bienes en $t = 1$ para cualquier z_x es igual a 1).

1. (5 puntos) ¿Qué relación de igualdad existe entre $l^F(z_x)$ y L_x (que también depende de z_x)? Reemplace esta relación en la función de utilidad de F ex-post (12).
2. (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cada consumidor agrícola del período 1, para cualquier z_x .
3. (5 puntos) Dado L_x , obtenga la cantidad de consumo óptimo de trigo y de otros bienes para cualquier consumidor agrícola como función de p , L_x y K_x . Luego reemplace estas funciones en la utilidad ex-post del agente (12)
4. (10 puntos) Dada su respuesta anterior, obtenga el monto de L_x para dado K_x que maximiza la utilidad que obtuvo al final del punto anterior. Reemplace esta respuesta en esa utilidad para obtener una expresión que dependa de K_x y de p (que en equilibrio depende de z_x). Dado que p en equilibrio depende de z_x , diremos que existirá un $p(\hat{z})$ y un $p(-\hat{z})$, una para cada contingencia, los cuales determinarán los consumos en cada contingencia.
5. (10 puntos) Tomando en cuenta lo especificado en el punto 4, reescriba la utilidad ex-ante (11) para cualquier consumidor agrícola utilizando su respuestas de los puntos 3 y 4 obteniendo entonces una utilidad esperada como función, entre otras variables, de K_x y de \hat{z} .
6. (10 puntos) Dado los $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$ el agricultor elige K_x que maximiza la utilidad esperada obtenida en el punto 5. Obtenga la condición de primer orden con respecto a K_x y obtenga entonces de allí el K_x óptimo como función, entre otras variables, de $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$.

7. (10 puntos) Escriba la restricción presupuestaria de cualquier consumidor no agrícola. Luego obtenga la función de consumo de trigo y de otros bienes óptima.
8. (5 puntos) Obtenga la demanda agregada por trigo en esta economía
9. (10 puntos) Utilizando respuestas de los puntos 4 y 8 escriba la condición de vaciamiento de mercado del trigo como función, entre otras variables, de z_x y K_x
10. (10 puntos) De la expresión anterior obtenga el precio p que satisface la ecuación del punto anterior. Nótese que será función de z_x y de K_x , entre otras variables
11. (10 puntos) Reemplace lo obtenido en el punto 10 (los precios $p(\hat{z})$ y $p(-\hat{z})$) en la expresión del óptimo K_x obtenido en el punto 6. Esta es una ecuación en K_x , la única variable endógena que queda por resolver. Despeje K_x de esta expresión (el cual será el monto de inversión de equilibrio de cada consumidor agricultor).
12. (5 puntos) De la respuesta del punto anterior, ¿cuán diferente es el monto K_x si \hat{z} aumenta infinitesimalmente? (Ayuda: si en el punto anterior no pudo despejar K_x al menos obtenga esta derivada de forma implícita, usando argumentos del estilo del Teorema de la Función Implícita).

UdeSA, Semestre Otoño 2007. Examen recuperatorio del final.

En los últimos meses, con el recrudecimiento del problema energético (especialmente en el mercado de gas) se actualizó la discusión acerca de la política llevada a cabo por la actual administración sobre las tarifas de las empresas de servicios públicos, que en varios casos siguen concesionadas a empresas de capital privado pero sujetas a una estricta regulación por parte del Estado, y su relación con las inversiones (o la falta de ellas) en estos sectores. Este ejercicio intenta ligar el problema de una regulación de tarifas considerada como incierta (riesgosa en nuestro caso) por parte del Estado y los incentivos a invertir de parte de los inversores de estas empresas. Suponga un mercado que opera en un período $t = 1$ (donde el período $t = 0$ será descrito a posteriori). En este mercado encontramos I consumidores indizados como $i = 1, 2, \dots, I$. Cada consumidor i recibe un ingreso nominal de m^i pesos en $t = 1$ que puede destinar a un bien de consumo que llamaremos *energía*, denotado como x^i , y al resto de los bienes, cuyo consumo denotamos como y^i . Suponemos que el precio nominal de x es p y el de y^i es 1. Sus preferencias satisfacen los axiomas usuales tales que ellas pueden representarse a través de la función de utilidad

$$u^i(x^i, y^i) = -\frac{1}{2}(x^i)^2 + \Phi x^i + y^i$$

Del lado de la oferta de energía (no nos interesamos en este ejercicio por la oferta de otros bienes) suponemos que, al menos potencialmente (se aclarará este adverbio posteriormente) existe una empresa productora de energía que constituye un monopolio, cuyo precio cobrado en el mercado de energía es decidido por un ente regulador. Sin embargo, estando en el período $t = 0$, no se sabe si en $t = 1$ el Estado asigna un precio $p = p_H$ o un precio $p = p_L$ donde $0 < p_L < p_H < \Phi$. Sólo se sabe que $p = p_H$ con probabilidad η y que $p = p_L$ con probabilidad $1 - \eta$ con $\eta \in (0, 1)$. Este monopolio produce una cantidad de energía X en $t = 1$ con una tecnología definida por la siguiente función de producción:

$$X = Kz$$

donde z es la cantidad de insumos importados en $t = 1$ y K es el capital que invierte el dueño de esta empresa (llamado el inversor) en $t = 0$, donde $K \in \{0, \bar{K}\}$ (es decir, K sólo puede tomar dos valores) y donde si $K = 0$ entonces la producción de energía es cero y por lo tanto los consumidores no consumen energía (porque no pueden obtenerlo). El precio de los insumos en $t = 1$ se resume en una variable que llamaremos w . El inversor nace en $t = 0$ con una dotación de capital de \bar{K} : dados los supuestos, entonces, o bien los invierte totalmente en la firma o bien no los invierte en la firma, en cuyo caso supondremos que tiene la opción alternativa de invertirlos en el resto del mundo (siempre en $t = 0$) a una tasa de interés neta de 0 (entre $t = 0$ y $t = 1$). Este agente posee preferencias definidas sobre el consumo en $t = 1$ que podría ser contingente al valor que toma p en $t = 1$. Tales preferencias pueden representarse por la siguiente función de producción:

$$U = \eta \ln c(H, K) + (1 - \eta) c(L, K)$$

donde $c(H, K)$ denota el consumo si $p = p_H$ dada la cantidad K invertida en la firma.

- (10 puntos) Escriba el problema de cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ que debe resolver en $t = 1$ y obtenga la demanda marshalliana individual por energía y luego la demanda agregada por energía. ¿Depende esta demanda agregada del ingreso total de los I consumidores? ¿Por qué sí o por qué no?
- (10 puntos) Suponga primero que $K = \bar{K}$. Obtenga la función de costo mínimo atribuible a los insumos internacionales, dado \bar{K} , como función de (\bar{K}, w, X) .
- (15 puntos) Dada su respuesta en el punto 2, obtenga los beneficios de la empresa monopólica como función de p, \bar{K} y w , entre otros.
- (15 puntos) Dada su respuesta anterior, escriba la restricción presupuestaria del inversor tanto cuando $p = p_H$ como cuando $p = p_L$ dado que invierte \bar{K} en el monopolio.
- (15 puntos) Escriba la utilidad esperada del inversor en $t = 0$ si decide invertir en el monopolio y luego escriba a utilidad esperada del mismo inversor si decide no invertir en el monopolio.
- (10 puntos) Dada su respuesta anterior, ¿cuál es la desigualdad que caracteriza el hecho de que el inversor decide invertir \bar{K} en el monopolio? (Suponga que si se encuentra indiferente entre las dos opciones el inversor decide invertir el capital en el monopolio)
- (15 puntos) Supongamos que

$$p_L = \frac{w}{\bar{K}} + \varepsilon \quad y \quad p_H = p_L + v$$

con $v > \varepsilon > 0$. ¿Qué condición debe cumplir ε para que $p_L < \Phi$? Luego, responda la siguiente pregunta: si $\varepsilon \rightarrow 0$, ¿se cumplirá en este caso la desigualdad del punto 6?

- (10 puntos) Siga suponiendo que $\varepsilon \rightarrow 0$. En función de su respuesta del punto 7 y de los supuestos del problema, indique cuál es la utilidad indirecta de cada consumidor $i = 1, 2, \dots, I$ en este caso.

UdeSA, Semestre Otoño 2008. Examen final.

Durante la semana entre el 4 y el 11 de julio de este año (2008) el Congreso Nacional se encuentra tratando el proyecto de ley enviado por el Poder Ejecutivo Nacional sobre la implantación del sistema de retenciones móviles (dependientes del precio internacional) a las exportaciones de granos. En las sesiones realizadas en la Cámara de Diputados algunos legisladores de la bancada oficialista (*Frente para la Victoria*) decidieron introducir algunos cambios al proyecto original, incluyendo el proyecto finalmente aprobado por la Cámara de Diputados una cláusula por la cual los productores que vendan menos de una cierta cantidad de toneladas sólo pagarán la alícuota previa al inicio del conflicto en marzo de 2008 (un 36%) mientras que los productores que vendan por encima de esa cantidad sí estarán sujetos al nuevo arancel móvil. El siguiente ejercicio intenta reflejar esta asimetría en el contexto de una industria de competencia perfecta (con precios internacionales) y su impacto sobre el nivel de inversión de cada uno de esos dos tipos de productores.

Supongamos un mercado donde existen J_1 productores denominados *pequeños* y $J_2 (< J_1)$ productores denominados *grandes*, productores todos de trigo, cuyo precio internacional en dólares está dado por p^* . Cada productor en realidad también es un consumidor que vive dos periodos, $t = 0, 1$. En $t = 0$ cada productor pequeño recibe una dotación de capital igual a $\varepsilon > 0$, medido en dólares, mientras que cada productor grande obtiene una dotación de capital igual a $\omega (> \varepsilon)$ dólares. Cada productor consume en ambos periodos, $t = 0$ y $t = 1$, denotando c_t^j el consumo del productor j en el período t , consumo éste medido también en dólares. Las preferencias intertemporales de cada productor-consumidor satisfacen los supuestos usuales en la teoría convencional neoclásica, tales que aquéllas pueden representarse a través de una función de utilidad intertemporal:

$$U(c_0^j, c_1^j) = \frac{(c_0^j)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{(c_1^j)^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad 0 < \sigma \neq 1$$

En $t = 0$ su consumo es esencialmente la dotación no invertida en la producción de trigo (que se realiza en el período $t = 1$), mientras que el consumo en $t = 1$ se financia con el beneficio que obtiene como

productor en ese mismo período. Cada productor a su vez también posee una dotación de tierra en $t = 1$. Cada productor pequeño posee una dotación de $\bar{T} > 0$, mientras que cada productor grande posee una dotación de $N \cdot \bar{T}$, con $N > 1$. Para producir y^j toneladas de trigo (en $t = 1$) cada productor j debe utilizar k^j dólares de capital, los cuales son invertidos en $t = 0$, a partir de la dotación inicial de dólares de ese mismo período, y también debe utilizar su dotación de tierra (que se supone sólo productivo en esta tecnología, con lo cual esta tierra no tiene otro uso alternativo, e.g., no puede ser alquilado a otros productores o a consumidores) y contratar una cantidad de insumos importados cuyo precio en dólares es q^* . La tecnología de producción dados el capital k^j , la tierra T^j y la cantidad de insumos x^j para cada productor individual j está dada por la siguiente función de producción:

$$y^j = (k^j T^j)^{1/2} (x^j)^{1/2}$$

Con respecto al destino de este trigo, para simplificación nuestra, suponemos que es íntegramente dirigida a la exportación. Sin embargo el gobierno grava las ventas (en dólares) de trigo de cada productor al exterior: si la cantidad que decide producir y vender el productor individual j no excede una cantidad predeterminada de \bar{y} toneladas de trigo, entonces el gobierno solo se lleva una proporción $\tau \in (0, 1)$ de esas ventas. Pero si la cantidad de trigo que decide producir y vender el productor individual es mayor que \bar{y} toneladas entonces el gobierno se lleva una proporción de las ventas igual a $\tau + \phi(p^*)$, donde

$$\phi(p^*) = \frac{(1 - \tau) \cdot p^*}{\eta + p^*}$$

con $\eta > 1$.

1. (10 puntos) Dados k^j y T^j , obtenga el costo mínimo de cada productor individual j como función de k^j , T^j , y^j y otras variables.
2. (10 puntos) De la solución del punto anterior plantee el problema de producción óptima dados k^j y T^j y los precios y alícuotas, siendo muy cuidadoso con la función de beneficios como función de y^j y las alícuotas.
3. (10 puntos) Supongamos por ahora que cada productor j pequeño decide una producción óptima por debajo de \bar{y} mientras que cada productor grande decide una producción óptima por encima de \bar{y} . Obtenga entonces estas dos funciones de ofertas individuales.
4. (10 puntos) Reemplace su respuesta del punto anterior en la función objetivo del problema del punto (2) y obtenga los beneficios máximos como función de las respectivas dotaciones de tierra, k^j y otras variables.
5. (10 puntos) Escriba cuidadosamente las restricciones intratemporales de cada productor pequeño y las de cada productor grande.
6. (15 puntos) Reemplazando las respectivas restricciones en la función de utilidad intertemporal de cada consumidor obtenga la condición de primer orden y luego el monto de capital que óptimamente elige cada productor invertir en su propia tecnología.
7. (5 puntos) Reemplace la solución encontrada en el punto anterior en las ofertas individuales óptimas de cada productor.
8. (10 puntos) Escriba cuidadosamente las restricciones que deben satisfacerse sobre las variables exógenas del problema para que efectivamente, en este equilibrio, cada productor individual pequeño produzca una cantidad de equilibrio menor a \bar{y} y cada productor individual grande produzca una cantidad de equilibrio mayor a \bar{y} . En particular, muestre qué condición deben cumplir respectivamente ε y ω .
9. (10 puntos) ¿Es posible que $\frac{\eta}{p^*}$ ser tal que $\phi(p^*) \rightarrow 1 - \tau$ para mantener la consistencia de alguna de las dos condiciones del punto anterior? Demuestre su respuesta. (**Nota: toda ausencia de demostración equivale a solamente dos puntos sobre el total de diez de este punto**)

10. (10 puntos) Suponga que $\frac{\eta}{p^*}$ no es tal que $\phi(p^*) \rightarrow 1 - \tau$. Obtenga ahora la derivada de la inversión ptima de cada productor individual grande con respecto a $\phi(p^*)$. Interprete el signo obtenido.

UdeSA, Semestre Otoño 2008. Examen recuperatorio del final.

En los últimos dos años se registró un evento que hacía décadas no se registraba en los países más desarrollados: la caída de distintos bancos de inversión con activos mayormente invertidos en el mercado inmobiliario por un default generalizado en los préstamos hipotecarios. Tanto en EEUU como en Gran Bretaña y Europa existe todavía hoy (agosto de 2008) una incertidumbre sobre las posibles consecuencias de la denominada "crisis *subprime*". Esto también a nosotros nos recuerda el evento de crisis registrado hacia fines de 2001, que terminó con la declaración de default de la deuda soberana externa argentina. Este ejercicio intenta racionalizar el problema del default, no como una cuestión estratégica sino de necesidad para el deudor

Suponga una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un único bien de consumo que, para nuestra mayor comodidad, llamaremos directamente *dólares*. En esta economía existen dos tipos de consumidores, prestamistas (o también llamados ahorristas) y prestatarios (o también llamados deudores). Para nuestra mayor simplicidad supondremos que existe el mismo número de ambos tipos de consumidores, $I > 1$ de cada uno. Cada ahorrista recibe una dotación de $\omega > 0$ dólares en $t = 0$ y de 0 dólares en $t = 1$. Este ahorrista tiene acceso a dos oportunidades de inversión: prestar una parte en un mercado de crédito (de competencia perfecta) y el resto dejarlo ahorrado bajo la forma de dólares líquidos (debajo del colchón). Denotamos como k los dólares que el ahorrista típico presta en el mercado de crédito. Debajo del siguiente párrafo, una vez que describimos a los deudores, seguiremos con la descripción de los ahorristas.

Respecto a los deudores, éstos no reciben ninguna dotación de dólares en ningún período, pero poseen una tecnología de producción de dólares: esta tecnología requiere de \bar{k} dólares (monto *fiijo*) en $t = 0$ para producir $A\bar{k}$ dólares en $t = 1$. Aquí A es, desde la perspectiva de $t = 0$, una variable aleatoria que puede tomar dos valores: A_L y A_H , con $0 < A_L < 1 < A_H$. Todos los deudores reciben la misma realización de A . Para poder financiar esta producción, cada deudor acude al mercado de crédito anteriormente presentado para pedir prestados los \bar{k} dólares que necesita esta tecnología en $t = 0$. Sin embargo, el instrumento de crédito existente en el mercado es tal que la tasa de retorno del mismo no depende de la realización de A . El retorno (bruto) por dólar tomado en $t = 0$ es igual a $R^* > 0$. En el período $t = 1$, dado el préstamos que tomó en el período anterior, en principio tiene dos posibilidades: o bien paga la totalidad de los dólares que debe al mercado de crédito (en cuyo caso paga $R^*\bar{k}$ dólares) o bien se declara en default. En este ejercicio suponemos que, en la medida que el deudor tiene suficientes dólares para pagar su deuda en $t = 1$ elige pagar la deuda. Sólo se declara en default si los dólares que obtiene de la tecnología son insuficientes para afrontar el pago de la deuda. En caso de default, un juzgado le quita todo el valor del producido de dólares de la tecnología (parte de ella será transferido a los acreedores). Cada deudor posee preferencias sobre consumo de dólares en $t = 1$ exclusivamente, y para simplificar sus preferencias se representan directamente por la función de utilidad $U(c^d(A)) = c^d(A)$, donde d denota "deudor" y $c^d(A)$ es el consumo de dólares del deudor individual en $t = 1$ dada la realización de A .

Dada esta realidad del lado de los deudores, cada acreedor sabe entonces que su consumo futuro de dólares eventualmente depende de la realización de A (o al menos, de si los deudores se declaran en default o no). Suponemos que en caso de que se declaran en default, cada prestamista que prestó k dólares en $t = 0$ recibe k multiplicado por la realización de A multiplicado por $\phi \in (0, 1)$. Aquí suponemos que $1 - \phi$ será la fracción del producto del deudor que el juzgado se queda en su poder como comisión dado que en esa realización de A los deudores se declararon en default. Si no hay default el ahorrista recibe R^*k dólares. Las preferencias de los ahorristas dependen únicamente de los dólares consumidos en $t = 1$. Dado que estos agentes deben decidir inversiones en $t = 0$, las preferencias relevantes son del tipo de utilidad esperada, las cuales suponemos en este caso como iguales a

$$U^a = \pi \ln c^a(A_L) + (1 - \pi) \ln c^a(A_H)$$

donde a denota "ahorrista". Suponemos que $\pi A_L + (1 - \pi) A_H > 1$.

1. (10 puntos) Supongamos en primer lugar que no hay default para ninguna de las realizaciones de A . Plantee (sin resolver todavía) el problema de cada ahorrista en este caso.

2. (10 puntos) Reemplazando todas las restricciones presupuestarias en la utilidad esperada del ahorrista, derive ésta con respecto a k . Demuestre que esta derivada es no negativa si y sólo si $R^* \geq 1$
3. (10 puntos) Para cada deudor escriba la o las restricción/es presupuestaria/s. Muestre que suponer que el deudor sólo se declara en default si los dólares que obtiene en $t = 1$, realización A , es insuficiente para pagar la deuda, es equivalente a suponer que $c^d(A) \geq 0$ para todo A . De esta desigualdad deduzca otra involucrando a R^* .
4. (10 puntos) Escriba la condición de demanda igual a oferta de mercado de crédito en $t = 0$.
5. (10 puntos) Dados los supuestos del ejercicio, demuestre (por contradicción) que no existe realmente un equilibrio competitivo tal que los deudores no hagan nunca default. (Ayuda: guíese por las respuestas en las partes 2 y 3)
6. (10 puntos) Dado el resultado anterior, la intención ahora es demostrar la existencia de un equilibrio con default (bajo algunos supuestos adicionales sobre los parámetros del ejercicio). Suponga por ahora que cada deudor sólo se declara en default si $A = A_L$ pero no si $A = A_H$. Plantee el problema de cada ahorrista en este caso.
7. (10 puntos) Del problema anterior obtenga la condición de primer orden y luego obtenga la cantidad k^* individualmente óptima (como función, entre otras variables, de R^*)
8. (15 puntos) Dada la condición expuesta en el punto 4, obtenga el valor de R^* de equilibrio y luego los consumos de equilibrio en cada contingencia y para cada tipo de consumidor.
9. (15 puntos) Suponga que $A_H = 1 + \gamma$, $A_L = 1 - \gamma$, con $\gamma \in (0, 1)$. Reemplazando estos nuevos supuestos en la expresión obtenida en R^* del punto 8, obtenga $\frac{\partial R^*}{\partial \gamma}$ y obtenga su signo cuando $\pi\omega > \bar{k}$. Interprete este signo en este caso.

UBA, Cuatrimestre I 2008. Parcial 2.

El último jueves 19 de junio de 2008, en la sección 2 del Diario La Nación, el título de primer plana era: "**Analizan aplicar Ganancias sobre la renta financiera**". En el artículo se menciona que el Gobierno estudia eliminar algunas exenciones al impuesto a la renta financiera. Una de las dudas que se plantea "*pasa por saber si la extensión de Ganancias (...) también se aplicara sobre acciones o plazos fijos.*" (pág 1, sección 2) Este ejercicio intenta formalizar los posibles efectos de un impuesto sobre los dividendos sobre acciones de una empresa sobre los incentivos a financiar a la misma por medio de la emisión de acciones.

Supongamos una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$, en el que hay un sólo bien de consumo que llamaremos genéricamente "dólar". Existen $H > 1$ consumidores-ahorristas y un emprendedor. Cada consumidor $h = 1, \dots, H$ recibe en $t = 0$ una dotación de $\omega > 0$ dólares y de 0 en $t = 1$. El consumidor puede comprar acciones (cuya cantidad denotamos como z^h) a un precio de mercado de p dólares por acción en $t = 0$. Este mercado se supone de competencia perfecta. El resto de los dólares no utilizados en la compra de acciones en $t = 0$ es guardado como dólares líquidos. En $t = 1$ cada acción paga un dividendo d (en dólares), el cual depende de la realización de un shock aleatorio que describiremos más abajo. Esto es, desde la perspectiva de $t = 0$ la variable d es aleatoria. El emprendedor es el dueño de una tecnología que produce dólares en $t = 1$, la cual está representada por la función de producción

$$y = k^{1/2}x^{1/2}$$

Aquí x denota la cantidad de insumos importados que utiliza en $t = 1$, y k es el capital invertido en $t = 0$. El precio de x es aleatorio (desde la perspectiva de $t = 0$), cuya realización denotamos como q . Suponemos que q puede tomar dos posibles valores, $q = q_L$ o $q = q_H$, con $q_H > q_L > 0$. Para obtener el capital, el emprendedor emite $\bar{y} < 1$ acciones en $t = 1$. Toda la recaudación de la empresa en $t = 0$ es invertida como capital. En $t = 1$, luego de producir los dólares con la tecnología, el emprendedor paga los costos de los insumos importados y el resto es repartido así: una proporción \bar{y} es repartido entre los accionistas que compraron acciones en $t = 0$ y la proporción $1 - \bar{y}$ es consumido por el emprendedor. Por

lo tanto, el dividendo d que obtiene cada accionista es igual a los beneficios que le queda a esta empresa luego de pagar por los insumos importados dividido por el total de acciones emitidas en $t = 0$, dividendo que depende de la realización de q . Denotamos como $d(q)$ al dividendo por acción dependiente de la realización de q . Por cada dólar que cobra cada consumidor h como dividendo el gobierno se lleva una proporción $\tau \in (0, 1)$. La recaudación es consumida totalmente por un conjunto de burócratas. Por lo tanto, el consumidor consume en cada estado de la naturaleza (i.e., para cada realización de q) un monto de dólares proveniente de los dividendos cobrados por las acciones adquiridas en $t = 0$ neto de impuestos más los dólares líquidos guardados (los cuales no están gravados por el impuesto). Cada consumidor h posee preferencias sobre consumo en $t = 1$ contingente a la realización de q . Las mismas satisfacen todos los axiomas necesarios para poder representarse como

$$U^h = \pi \ln c^h(q_H) + (1 - \pi) \ln c^h(q_L)$$

con $\pi \in (0, 1)$, $h = 1, \dots, H$.

1. (10 puntos) Plantee la restricción presupuestaria de cada consumidor en cada contingencia q , y luego la del período $t = 0$.
2. (5 puntos) Plantee entonces el problema que debe resolver cada consumidor h dados p , $\{d(q)\}_{q=q_L}^{q=q_H}$ y el resto de las variables relevantes.
3. (10 puntos) Obtenga las condiciones de primer orden del problema anteriormente planteado. De las mismas deduzca la cantidad de acciones individualmente óptima dado p .
4. (5 puntos) Plantee el problema de la empresa dados k y q (este es el problema *ex - post* del período 1).
5. (10 puntos) Del punto anterior obtenga la demanda óptima de insumos importados dado q y luego los beneficios máximos *ex-post* en $t = 1$, realización q .
6. (10 puntos) Plantee las condiciones (sin despejar ninguna variable todavía) de equilibrio de competencia perfecta.
7. (10 puntos) De alguna de las condiciones anteriores, y de su respuesta en 5 obtenga la expresión $d(q)$ que es función también de p .
8. (10 puntos) De las condiciones de equilibrio obtenga el precio de cada acción p^* de equilibrio competitivo como función, entre otras variables, de (q_L, q_H) y de τ .
9. (10 puntos) Obtenga la recaudación *ex-post* en cada contingencia q .
10. (10 puntos) Suponga ahora que en lugar del impuesto a los dividendos el gobierno decide cobrar un impuesto a toda la renta de $t = 1$, cuya alícuota es $\theta \in (0, 1)$. Sin realizar cálculos nuevos, obtenga ahora el precio p^{**} de equilibrio en este caso, como así también la recaudación con este nuevo impuesto.
11. (10 puntos) Suponga que para cada q , el gobierno recauda el mismo monto de dólares bajo los dos tipos de impuestos. Despeje entonces el valor de θ que satisface este par de restricciones. Llamando a este resultado θ^* . ¿Es θ^* dependiente de τ ?

Solución

1. (10 puntos) La restricción presupuestaria de cada consumidor en cada contingencia q es

$$c^h(q) = z^h d(q) (1 - \tau) + D^h$$

y la del período $t = 0$ es

$$pz^h + D^h = \omega$$

con lo cual podemos reducirlo a

$$c^h(q) = z^h (d(q) (1 - \tau) - p) + \omega, \quad q \in \{q_L, q_H\}$$

2. (5 puntos) El problema que debe resolver cada consumidor h es

$$\max_{z^h} \pi \ln(z^h (d(q_H) (1 - \tau) - p) + \omega) + (1 - \pi) \ln((z^h (d(q_L) (1 - \tau) - p) + \omega))$$

3. (10 puntos) La condición de primer orden del problema anteriormente planteado es:

$$\frac{(p - d(q_H) (1 - \tau)) \pi}{(z^h (d(q_H) (1 - \tau) - p) + \omega)} = \frac{(1 - \pi) (d(q_L) (1 - \tau) - p)}{(z^h (d(q_L) (1 - \tau) - p) + \omega)}$$

O bien

$$\pi (p - d(q_H) (1 - \tau)) (z^h (d(q_L) (1 - \tau) - p) + \omega) = (1 - \pi) (d(q_L) (1 - \tau) - p) (z^h (d(q_H) (1 - \tau) - p) + \omega) \quad (13)$$

Despejando de (13) la variable z^h :

$$\begin{aligned} z^h(p, q_H, q_L) &= \frac{\omega [(1 - \pi) (d(q_L) (1 - \tau) - p) + \pi (d(q_H) (1 - \tau) - p)]}{(p - d(q_H) (1 - \tau)) (d(q_L) (1 - \tau) - p)} \\ &= \frac{\omega [(1 - \tau) [(1 - \pi) d(q_L) + \pi d(q_H)] - p]}{(p - d(q_H)) (d(q_L) - p)} \end{aligned} \quad (14)$$

4. (5 puntos) El problema de la empresa dados k y q (ex-post) es

$$\max_x k^{1/2} x^{1/2} - qx$$

5. (10 puntos) La demanda óptima de insumos importados dado q proviene de la condición de primer orden:

$$\frac{1}{2} k^{1/2} x^{-1/2} = q \Rightarrow x(k, q) = \frac{k}{4q^2}$$

y los beneficios máximos ex-post en $t = 1$, realización q , son

$$k^{1/2} \frac{k^{1/2}}{2q} - \frac{k}{4q} = \frac{k}{4q}$$

6. (10 puntos) Las condiciones de equilibrio de competencia perfecta son

- equilibrio en el mercado de acciones en $t = 0$

$$\sum_{h=1}^H z^h = \bar{y} \quad (15)$$

- consistencia entre dividendos pagados y beneficios ex-post

$$\bar{y} \frac{k}{4q} = \left(\sum_{h=1}^H z^h \right) d(q) \quad (16)$$

- consistencia entre capital invertido y recaudación de la empresa en $t = 0$

$$k = p\bar{y} \quad (17)$$

- el equilibrio en los mercados de bienes se verifica por ley de Walras

7. (10 puntos) De las dos condiciones (15), (17) y (16), tenemos simplemente que

$$d(q) = \frac{\bar{y}}{\left(\sum_{h=1}^H z^h \right)} \frac{k}{4q} = \frac{\bar{y}}{\bar{y}} \frac{k}{4q} = \frac{k}{4q} = \frac{p\bar{y}}{4q} \quad (18)$$

8. (10 puntos) Reemplazando (18) en (14) tenemos que

$$\begin{aligned}
\sum_{h=1}^H z^h(p) &= \sum_{h=1}^H \left(\frac{\omega [(1-\tau) [(1-\pi)d(q_L) + \pi d(q_H)] - p]}{(p-d(q_H))(d(q_L)-p)} \right) = \frac{H\omega [(1-\tau) [(1-\pi)d(q_L) + \pi d(q_H)] - p]}{(p-d(q_H))(d(q_L)-p)} \\
&= \frac{H\omega \left[(1-\tau) \left[(1-\pi) \left(\frac{p\bar{y}}{4q_L} \right) + \pi \left(\frac{p\bar{y}}{4q_H} \right) \right] - p \right]}{\left(p - \left(\frac{p\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{p\bar{y}}{4q_L} \right) - p \right)} \\
&= \frac{pH\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{p^2 \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} = \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{p \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)}
\end{aligned}$$

y utilizando (15) obtenemos p^* :

$$\frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{p \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} = \bar{y}$$

\Rightarrow

$$p^* = \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\bar{y} \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} \quad (19)$$

9. (10 puntos) La recaudación del impuesto ex-post en cada contingencia q es

$$\begin{aligned}
\frac{\tau p^* \bar{y}^2}{4q} &= \frac{\tau \bar{y}^2}{4q} \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\bar{y} \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} \\
&= \frac{\tau \bar{y}}{4q} \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)}
\end{aligned} \quad (20)$$

10. (10 puntos) Si en lugar del impuesto a los dividendos el gobierno decide cobrar un impuesto a toda la renta de $t = 1$, con $\theta \in (0, 1)$ entonces tenemos que la restricción de cada consumidor se convierte en

$$c^h(q) = [z^h(d(q) - p) + \omega] (1 - \theta)$$

con lo cual, al reemplazar en la función de utilidad esperada, al ser ésta *logarítmica*, el término $(1 - \theta)$ desaparece de la condición de primer orden. Esto implica que θ no afecta z^h ; dado que tampoco puede afectar la elección de x entonces no puede afectar los beneficios obtenidos por cada consumidor. Esto implica que el precio p^{**} es el mismo que se obtuvo en (19) excepto que ahora $\tau = 0$, con lo cual

$$p^{**} = \frac{H\omega \left[\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\bar{y} \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} \quad (21)$$

11. (10 puntos) Si, para cada q , el gobierno recauda el mismo monto de dólares bajo los dos tipos de

impuestos entonces

$$\begin{aligned}
\frac{\tau \bar{y}}{4q_L} \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} &= \theta [\bar{y} (d(q_L) - p^{**}) + H\omega] \quad (22) \\
&= \theta \left[\bar{y} p^{**} \left(\frac{\bar{y}}{4q_L} - 1 \right) + H\omega \right] \\
&= \theta \left[\frac{H\omega \left[\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\bar{y} \left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} \left(\frac{\bar{y}}{4q_L} - 1 \right) + H\omega \right] \\
&= \theta \left[\frac{H\omega \left[\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right)} + H\omega \right]
\end{aligned}$$

para q_L , y

$$\begin{aligned}
\frac{\tau \bar{y}}{4q_H} \frac{H\omega \left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} &= \theta \left[\frac{H\omega \left[\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right)} \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} - 1 \right) + H\omega \right] \quad (23) \\
&= \theta \left[\frac{H\omega \left[\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) \right)} + H\omega \right]
\end{aligned}$$

para q_H . Por lo tanto, dividiendo a ambos lados (suponiendo τ y θ distintos de cero):

$$\frac{q_H}{q_L} = \frac{\left[\frac{\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right)} + 1 \right]}{\left[\frac{\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) \right)} + 1 \right]} \quad (24)$$

Si este supuesto (24) entre q_H , q_L , \bar{y} se verifica entonces las dos ecuaciones (22) y (23) son linealmente dependientes y por lo tanto θ se obtiene de cualquiera de ellas, por ejemplo

$$\theta = \frac{\tau \bar{y}}{4q_H} \frac{\left[(1-\tau) \frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1 \right]}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_H} \right) \right) \left(\left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) - 1 \right) \left[\frac{\frac{\bar{y}}{4} \left(\frac{(1-\pi)}{q_L} + \frac{\pi}{q_H} \right) - 1}{\left(1 - \left(\frac{\bar{y}}{4q_L} \right) \right)} + 1 \right]}$$

Si (24) no se verifica, entonces el sistema anterior sólo tiene una solución: $\theta = \tau = 0$.

UBA, Cuatrimestre I 2008. Recuperatorio Parcial 2.

En el Suplemento Económico de La Nación del 28/06/2008, en la página 1 aparece la nota más importante con el título "**Autorizó Scioli un alza en la luz a un millón de usuarios**". En este artículo el autor (Pablo Morosi) aclara que se trata de una decisión que implica un incremento de \$4,50 en el cargo fijo (de carácter "extraordinario", según fuentes oficiales) en la tarifa que pagan usuarios de ciudades del interior de la provincia de Buenos Aires, que incluyen ciudades como Pergamino, Luján, Zárate, 9 de Julio, Olavarría, Azul, Tandil y Tres Arroyos. Según el testimonio de Nicolas Ambrosius, presidente de la Asociación de Prestadores Eléctricos de Buenos Aires (APEBA) publicado en este artículo: "*esto nos da un poco de aire para afrontar aumentos de insumos, la mayor demanda y otorgar aumentos salariales a nuestros empleados, pero el cargo fijo no deja de ser un parche*". Por otra parte, no deja de ser sugerente el hecho de que este incremento sólo corresponde a ciudades de zonas rurales de la provincia de Buenos Aires pero no afectaría al Gran Buenos Aires, por ejemplo. Esto sugiere también una dimensión de "redistribución" similar a la discusión planteada con el tema de la suba de las retenciones sobre exportaciones. Este problema aplica la teoría del monopolio (con regulación) y

de la producción para entender mejor algunas dimensiones de esta noticia. Suponga dos ciudades, C y R . En cada ciudad $i \in \{C, R\}$ existen H_i consumidores, con H_C no necesariamente igual a H_R , siendo ambos mayores a uno. Cada consumidor en C recibe un ingreso nominal de m pesos (exógenos). Cada consumidor en R es dueña de una tecnología de producción de trigo, cuyo precio internacional en pesos es π^* ; para producir x toneladas de trigo la tecnología utiliza insumos importados por un monto k , cuyo precio por tonelada en pesos es q^* . La tecnología de producción de trigo está dada por la función de producción

$$x = k^{3/4} \quad (25)$$

Cada consumidor-productor en la ciudad R obtiene como ingresos para su consumo personal los beneficios de explotar esta tecnología luego de pagar los costos asociados a los insumos importados. Cada consumidor h en cualquiera de las dos ciudades posee preferencias definidas sobre dos bienes de consumo, pesos y electricidad. Sea z^h los pesos consumidos por h e y^h los kilowatts de electricidad consumidos por h . Estas preferencias satisfacen todos los axiomas conocidos de la teoría neoclásica convencional, por lo que puede representarse a través de una función de utilidad, la cual suponemos que posee la siguiente forma:

$$U^h(y^h, z^h) = -\frac{1}{2}(y^h)^2 + \Phi^i y^h + z^h \quad (26)$$

donde h es el consumidor de la ciudad de i , con $\Phi^i > 0$. El precio en pesos de z^h es por supuesto 1, mientras que el precio de cada kilowatt es igual a p pesos. La electricidad es producida por una única empresa cuya tecnología está representada por

$$y = L^{1/2} I^{3/2} \quad (27)$$

donde L representa la cantidad de horas de trabajo utilizadas para producir y kilowatts (para las dos ciudades) e I representa insumos importados. El precio de cada hora trabajada es igual a w pesos y el precio de cada unidad de I es igual a q^* (¡sí, el mismo que el anterior q^* !) Esta empresa actúa como un monopolio pero bajo regulación. Existe un regulador que le impone una tarifa de dos partes: cada consumidor h de electricidad de la ciudad i debe pagar un monto fijo T^i y un precio \bar{p}_i por kilowatt. Suponemos que en rigor $\bar{p}_C = \bar{p}_R \equiv \bar{p}$, y \bar{p} se fija de modo tal que a la cantidad de equilibrio de este monopolio regulado \bar{p} es igual al costo marginal del monopolio. Suponemos también que $\bar{p} < \min\{\Phi^R, \Phi^C\}$. Se supone que T^i es menor que el ingreso que percibe cualquier consumidor de cada ciudad.

1. (10 puntos) Para un consumidor h de la ciudad R , plantee el problema de beneficio máximo de h como productor de trigo
2. (10 puntos) Del problema del punto anterior obtenga la cantidad k que soluciona el problema planteado y luego los beneficios máximos como función, entre otras variables, de π^* y q^*
3. (10 puntos) Plantee el problema del consumidor h en la ciudad R dada su respuesta del punto anterior.
4. (10 puntos) Obtenga entonces la demanda óptima individual por electricidad de cualquier consumidor h en la ciudad R , y luego la demanda agregada por electricidad de toda la ciudad R , y luego su demanda inversa
5. (15 puntos) Repita los puntos (3) y (4) pero para los consumidores h de la ciudad C
6. (10 puntos) Dadas las respuestas en (4) y (5), obtenga entonces el valor de \bar{p} según los datos del ejercicio.
7. (15 puntos) Dado este valor de \bar{p} , suponga que ahora T^R y T^C se fijan de modo tal que, por un lado, el total de lo recaudado por estos cargos fijos cubra exactamente la pérdida (si es que la hay) que obtiene el monopolio en equilibrio con el \bar{p} obtenido en el punto (6), y además que el excedente de cada consumidor de cada ciudad, neto de T^i , sea la misma entre las ciudades. Plantee estas condiciones y luego obtenga T^C y T^R .

8. (10 puntos) Suponga ahora que los precios internacionales cambian de la siguiente manera: π^* se incrementa a $(1 + \eta)\pi^*$, con $\eta > 0$, y q^* aumenta a $q^*(1 + \tau)$, con $\tau > 0$ y $\eta > \frac{3}{4}\tau$, y supongamos también que w aumenta a $w(1 + \tau)$. Manteniendo el mismo precio \bar{p} por kilowatt que el obtenido en 6 y los mismos T^C y T^R que en (7), muestre ahora si el monopolio comienza a obtener pérdidas.
9. (10 puntos) Como reacción a los cambios en los precios mencionados en el punto anterior, suponga ahora que el regulador decide aumentar T^R de modo tal de que este incremento en T^R potencialmente cubra las pérdidas que potencialmente pudo haber obtenido en el punto 8 de este ejercicio. En ese caso compute el nuevo valor de T^R y luego re-compute los excedentes de cada consumidor, netos de los T^i . ¿Son estos nuevos excedentes netos de cada consumidor iguales entre consumidores de distintas ciudades?

UBA, Cuatrimestre I 2008. Examen final.

Los meses de marzo a junio del año 2008 están caracterizados por el conflicto sobre las "retenciones" (impuestos a la exportación) de productores de cereales y otros productos agropecuarios. El factor detonante fue la implementación de retenciones "móviles", esto es, alcúotas impositivas dependientes del precio internacional del producto a exportar. Este ejercicio intenta realizar una evaluación (un tanto primitiva) de la conveniencia o inconveniencia de este tipo de políticas para el productor desde una perspectiva "ex-ante". Considere una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe un productor que en $t = 0$ recibe una dotación de un factor llamado "capital" (medido en dólares) igual a $\bar{K} > 0$, pero sus preferencias dependen del consumo de dólares de $t = 1$ (ver abajo). Una parte de esta dotación lo destina a comprar dólares y guardarlos hasta $t = 1$. La otra parte de esta dotación, cantidad que denotaremos como K , lo destina a producir soja, producto que se cosecha en $t = 1$. Concretamente, el productor invierte K dólares de capital en $t = 0$ y luego, en $t = 1$ debe comprar materiales a un precio internacional de q^* dólares (ver abajo para más detalles), cantidad que denotamos como x , y de ese modo se produce una cantidad y de toneladas de soja en $t = 1$ con una tecnología de producción representada por la función de producción

$$y = x^{1/2}K^{1/2}$$

Sea p^* el precio internacional en dólares de la tonelada de soja. El Estado aplica un impuesto al valor de las ventas del productor dada por una alcúota τ (el cual podría ser eventualmente negativo, vease más abajo) que depende de p^* . Suponemos que en $t = 1$ hay dos posibles estados de la naturaleza: una donde $p^* = p_H$ y $q^* = q_H$, y otra donde $p^* = p_L$ y $q^* = q_L$, donde $p_H > p_L > 0$ y $q_H > q_L > 0$. El productor posee preferencias en $t = 0$ definidas sobre consumos contingentes de dólares (c_H, c_L), donde c_H es el consumo en el estado de la naturaleza donde $p^* = p_H$ y $q^* = q_H$, y c_L es el consumo en el estado de la naturaleza donde $p^* = p_L$ y $q^* = q_L$. Sus preferencias se caracterizan a través de la función de utilidad esperada

$$U(c_H, c_L) = \pi \ln c_H + (1 - \pi) \ln c_L$$

con $0 < \pi < 1$.

1. (10 puntos) Dado K , y dados (q^*, p^*, τ^*) , plantee el problema de elección de x (ex-post) por parte del productor.
2. (10 puntos) Obtenga la cantidad de materiales x que resuelve el problema planteado en el punto anterior.
3. (10 puntos) Obtenga los beneficios máximos (en dólares) ex-post del productor dados K, q^*, p^*, τ^*
4. (10 puntos) Escriba ahora las restricciones presupuestarias del productor como consumidor de dólares utilizando los supuestos del problema y su respuesta en el punto inmediato anterior.
5. (10 puntos) Utilizando las restricciones del punto anterior, plantee el problema de elección óptima de K por parte del consumidor (recuerde que K se elige en $t = 0$, antes de conocer cuál estado de la naturaleza se realizará en $t = 1$)
6. (10 puntos) Escriba la condición de primer orden del problema anterior y argumente sin demostrar que se verifican la o las de segundo orden.

7. (10 puntos) De la condición de primer orden del punto anterior obtenga la cantidad K óptima. ¿Qué restricción debe cumplirse para que este K óptimo sea estrictamente positivo y estrictamente menor a \bar{K} ?
8. (10 puntos) Suponga primero que $\tau_H = \tau_L = 0$ (i.e., no hay retenciones). Obtenga los consumos que alcanzan la solución al problema planteado en el punto 5 y luego escriba la utilidad esperada "indirecta" del productor (ex-ante)
9. (10 puntos) Suponga ahora que $\tau^* = \frac{\bar{p}}{ep^*}$, donde $\bar{p} > 0$ es un precio "target" del Estado en pesos y e es el tipo nominal de cambio. Para simplificar suponemos que $e = 3$ hasta el final del ejercicio. Suponga en primer lugar que

$$36q_L < \bar{p}^2 < 36q_H$$

y que

$$\bar{p}^2 > \frac{36}{\left(\frac{\pi}{q_H} + \frac{1-\pi}{q_L}\right)}$$

Obtenga ahora los consumos que alcanzan la solución al problema planteado en el punto 5 y luego escriba la utilidad esperada "indirecta" del productor (ex-ante) en este caso. ¿Es esta última utilidad esperada menor o mayor al obtenido en el punto 9?

10. (10 puntos) Suponga otra vez que $\tau^* = \frac{\bar{p}}{ep^*}$ y $e = 3$. Suponga ahora que $\bar{p}^2 < 36q_L$. Utilizando simplemente la respuesta en el punto 6 de este ejercicio demuestre que el K óptimo ahora es 0 y por lo tanto, no produce nada de soja. ¿Cómo es su utilidad indirecta respecto de la obtenida en el punto 8?

Cuatrimestre II 2008 - Parcial 2 UBA

Una de las discusiones más recurrentes sobre la tensión entre eficiencia y redistribución se relaciona con la idea de que una política redistributiva puede atentar contra los incentivos a invertir por parte de quienes tienen los "recursos" para hacerlo. Un ejemplo reciente de esta discusión se puede encontrar en el anuncio del incremento al impuesto inmobiliario en la provincia de Buenos Aires (véase Suplemento Económico de La Nación, 20/11/08). En este ejercicio se presenta un ejemplo diferente al del impuesto mencionado pero donde esta tensión aparece de un modo explícito.

Suponga una economía que dura dos períodos, $t = 0, 1$. Existe en cada período un único bien de consumo que llamaremos simplemente "dólares". Para producir estos dólares existe una tecnología que utiliza trabajo (denotado como L) y capital (denotado como K). En cada período $t = 0, 1$ la tecnología de producción puede representarse por la siguiente función de producción:

$$y_t = L_t^{1/2} K_t^{1/2}$$

(donde t denota el período, e y la cantidad de dólares producida). Existen dos grupos de consumidores. Para una nomenclatura más simple los llamaremos "trabajadores" y "capitalistas". Existe un número idéntico de ambos tipos de consumidores igual a $H > 1$. Cada trabajador posee una dotación de \bar{L} horas de trabajo en cada período $t = 0, 1$. Cada trabajador decide en cada período t la cantidad de horas trabajadas ofrecidas a las empresas. El salario en cada período t (medido en dólares) es w_t . Ningún trabajador tiene acceso a ningún medio de ahorro/préstamo. Por otra parte, cada capitalista nace en $t = 0$ con un stock de capital $k_0 > 0$ y siendo dueño, además, de una empresa que produce dólares en cada período t . Este capital es de uso exclusivo para la empresa que posee el capitalista, esto es, no existe ningún mercado de alquiler de capital físico en ningún período. En el primer período ($t = 0$) el capitalista debe decidir cuánto de k_0 guardará como inversión en capital físico para usarse en $t = 1$ y el resto es utilizado en la producción de dólares de $t = 0$. Denotamos como x la inversión decidida en $t = 0$. El capitalista cobra la totalidad de los beneficios que obtenga la empresa en $t = 0$ luego de pagar los salarios en ese período. En el período $t = 1$ el capitalista tiene una cantidad de capital igual a la inversión decidida en $t = 0$, que es la que utiliza para producir dólares en $t = 0$. El capitalista también cobra la totalidad de los beneficios que obtenga la empresa en $t = 1$ luego de pagar los salarios en ese período. El capitalista no tiene acceso a ningún medio de ahorro o préstamo. Los dos tipos de agentes

tienen las mismas preferencias, las que satisfacen los axiomas suficientes para que sean representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U(c_0^h, c_1^h) = \ln c_0^h + \beta \ln c_1^h$$

donde c_t^h es el consumo de dólares por parte de cada agente tipo h (trabajador o capitalista) en $t = 0, 1$, y $\beta \in (0, 1)$. En el período $t = 1$ un gobierno grava a cada capitalista cobrándole un impuesto de T dólares (con T pequeño). Cada trabajador, a su vez, recibe un subsidio (de suma fija también) en $t = 1$ de T dólares.

1. (10 puntos) Denote como K_t la cantidad de capital que la empresa utiliza para producir en cada período t . Plantee el problema del capitalista, dado K_t , de elección óptima (en términos de beneficios de la empresa) de la cantidad de trabajo en t , denotado como L_t .
2. (10 puntos) Obtenga la demanda óptima de trabajo en cada período t como función, entre otras variables, de K_t .
3. (10 puntos) Obtenga el beneficio máximo en cada período t como función, entre otras variables, de K_t , denotado como π_t .
4. (5 puntos) De acuerdo a la notación anterior, exprese K_0 y K_1 en función de k_0 y x , según lo que corresponda. Luego reemplace estas igualdades en π_t , para $t = 0, 1$.
5. (10 puntos) Dada su respuesta en (4), plantee el problema de elección óptima de inversión del capitalista, dados los salarios en cada período.
6. (10 puntos) Obtenga la cantidad óptima de inversión como función de los salarios y de T .
7. (5 puntos) Plantee las condiciones de equilibrio en el mercado laboral de cada período t utilizando resultados de puntos anteriores.
8. (10 puntos) Concentrándose primero en la respuesta del punto (7) correspondiente al período $t = 1$, obtenga el salario de equilibrio w_1^* como función de T . ¿Es w_1^* una función creciente de T ?
9. (10 puntos) Del resultado del punto (8) y del de (6) obtenga la cantidad de inversión de equilibrio x^* como función de T . ¿Es x^* una función creciente de T ?
10. (10 puntos) De los puntos anteriores obtenga w_0^* de equilibrio como función de T . ¿Es w_0^* necesariamente una función creciente de T ?
11. (10 puntos) Dados los resultados de los puntos anteriores, ¿considera universalmente cierto (independientemente de los supuestos) que una política marginalmente más redistributiva a favor de los trabajadores (en nuestra notación, un incremento infinitesimal de T) implica un menor incentivo a la inversión? Muestre su respuesta en función de los resultados de los puntos anteriores, presentando también una intuición. Su respuesta no debe contener más de cinco renglones (las restantes serán consideradas **inexistentes** y serán debidamente tachadas).

Soluciones

1. (10 puntos) Denote como K_t la cantidad de capital que la empresa utiliza para producir en cada período t . El problema del capitalista, dado K_t , de elección óptima de la cantidad de trabajo es simplemente:

$$\max_{L_t} \left\{ L_t^{1/2} K_t^{1/2} - w_t L_t \right\}$$

2. (10 puntos) La demanda óptima de trabajo en cada período t se obtiene a partir de la CPO con respecto a L_t

$$\frac{1}{2} L_t^{-1/2} K_t^{1/2} = w_t$$

lo cual implica que

$$L_t^d = \frac{K_t}{4w_t^2}$$

3. (10 puntos) El beneficio máximo en cada período t es

$$\pi_t(K_t, w_t) = \left(\frac{K_t}{4w_t^2}\right)^{1/2} K_t^{1/2} - w_t \left(\frac{K_t}{4w_t^2}\right) = \frac{K_t}{4w_t}$$

4. (5 puntos) De acuerdo a la notación anterior, tenemos que

$$K_0 = k_0 - x$$

y

$$K_1 = x$$

Reemplace estas igualdades en π_t , para $t = 0, 1$ tenemos

$$\pi_0 = \frac{k_0 - x}{4w_0}; \quad \pi_1 = \frac{x}{4w_1}$$

5. (10 puntos) Dada la respuesta en (4), el problema de elección óptima de inversión del capitalista, dados los salarios en cada período, es

$$\begin{aligned} & \max_x \left\{ \ln \left(\frac{k_0 - x}{4w_0} \right) + \beta \ln \left(\frac{x}{4w_1} - T \right) \right\} \\ &= \max_x \left\{ \ln(k_0 - x) + \beta \ln \left(\frac{x}{4w_1} - T \right) \right\} - \ln(4w_0) \end{aligned}$$

6. (10 puntos) La cantidad óptima de inversión surge de la CPO con respecto a x

$$\frac{1}{k_0 - x} = \frac{\frac{\beta}{4w_1}}{\left(\frac{x}{4w_1} - T\right)}$$

con lo cual

$$\frac{x}{4w_1} - T = \frac{\beta}{4w_1} (k_0 - x)$$

Despejando x se obtiene la respuesta

$$x^d = \frac{4w_1}{1 + \beta} \left(\frac{\beta k_0}{4w_1} + T \right) = \frac{\beta k_0}{1 + \beta} + \frac{4w_1 T}{1 + \beta} \quad (28)$$

Nótese entonces que

$$k_0 - x^d = \frac{k_0}{1 + \beta} - \frac{4w_1 T}{1 + \beta}$$

7. (5 puntos) Las condiciones de equilibrio en el mercado laboral de cada período son simplemente

$$H \frac{K_t}{4w_t^2} = H\bar{L}$$

o bien en cada período

$$\begin{aligned} \frac{k_0 - x^d}{4w_0^2} &= \frac{k_0 - 4w_1 T}{4(1 + \beta)w_0^2} = \bar{L}, \quad t = 0 \\ \frac{x^d}{4w_1^2} &= \frac{\beta k_0 + 4w_1 T}{(1 + \beta)4w_1^2} = \bar{L}, \quad t = 1 \end{aligned}$$

8. (10 puntos) El salario de equilibrio w_1^* proviene de la segunda de las ecuaciones:

$$\beta k_0 + 4w_1 T = \bar{L}(1 + \beta) 4w_1^2$$

o bien

$$\bar{L}(1 + \beta) 4w_1^2 - 4Tw_1 - \beta k_0 = 0$$

Notese que se trata de una función cuadrática en w_1 . Las raíces son

$$w_1 = \frac{4T \pm \sqrt{16T^2 + 16\bar{L}(1 + \beta)\beta}}{8\bar{L}(1 + \beta)4}$$

Nótese también que si tomase la raíz con "-" obtendríamos un salario negativo, con lo cual el salario de equilibrio es

$$w_1^* = \frac{4T + \sqrt{16T^2 + 16\bar{L}(1 + \beta)\beta}}{8\bar{L}(1 + \beta)4}$$

Nótese que el término T sólo entra en el numerador, y el numerador es claramente creciente en T (ya que lo es $4T$ y también $16T^2$ dentro de la raíz cuadrada), con lo cual w_1^* es creciente en T .

9. (10 puntos) La cantidad de inversión de equilibrio x^* es

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{\beta k_0}{1 + \beta} + \frac{4w_1^* T}{1 + \beta} \\ &= \frac{1}{1 + \beta} \left[\beta k_0 + 4T \left(\frac{4T + \sqrt{16T^2 + 16\bar{L}(1 + \beta)\beta}}{8\bar{L}(1 + \beta)4} \right) \right] \end{aligned}$$

Se puede observar claramente que x^* una función creciente de T ya que w_1^* lo es y por lo tanto

$$\frac{\partial x^*}{\partial T} = \frac{4}{1 + \beta} \left[\frac{\partial w_1^*}{\partial T} T + w_1^* \right] > 0$$

pues lo es w_1^* también.

10. (10 puntos) El salario w_0^* de equilibrio proviene de

$$\frac{k_0 - 4w_1 T}{4(1 + \beta)w_0^2} = \bar{L}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} w_0^* &= \left(\frac{k_0 - 4w_1 T}{4(1 + \beta)\bar{L}} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{k_0 - 4T \left(\frac{4T + \sqrt{16T^2 + 16\bar{L}(1 + \beta)\beta}}{8\bar{L}(1 + \beta)4} \right)}{4(1 + \beta)\bar{L}} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Nótese que el único término en el cual aparece T es en el numerador dentro del paréntesis, precedido con un "-", con lo cual claramente cuando T crece el numerador decrece y por lo tanto w_0^* cae.

11. (10 puntos) Dados los resultados de los puntos anteriores, claramente no es siempre cierto que una política marginalmente más redistributiva a favor de los trabajadores (en nuestra notación, un incremento infinitesimal de T) implica un menor incentivo a la inversión, pues x^* de hecho crece con T . La intuición surge de la expresión (28). Nótese que la demanda por inversión es en sí misma creciente, y lo es por lo tanto w_1^* . La razón es que un incremento en T reduce el consumo en $t = 1$. Dadas las preferencias estrictamente convexas, el consumidor tiene un incentivo a suavizar consumo en el tiempo y por lo tanto reacciona a una quita de su consumo futuro incrementando la inversión para compensar en parte esa quita.

Cuatrimestre II 2008 - Receperatorio del Parcial 2 UBA

En medio de la crisis que actualmente se desarrolla en el mundo, una pregunta que probablemente se estén haciendo varios productores pequeños es qué tipo de impacto puede esta crisis tener sobre este tipo de productores. Especialmente relevante puede resultar esta pregunta para empresarios pequeños que venden su producción a pocas (o una sola) empresa grande (por ejemplo, el caso de empresarios tamberos que venden leche a una única empresa láctea), ya que el incremento en el costo del financiamiento de la empresa grande puede impactar en la demanda para los productores pequeños. Este ejercicio intenta reflejar este posible impacto a través de una variante del problema del monopsonio visto en clase. Suponga un producto intermedio llamado leche, cuya cantidad se denota genéricamente como x . El precio de cada litro de leche es igual a q . Existen J productores de leche que utilizan un único insumo (el cual podemos interpretar como un combo que incluye trabajo, fertilizantes, etc) cuya cantidad se denota como z . El precio de z se denota como w . La tecnología de cada uno de los j productores de leche está dada por la función de producción

$$x^j = (z^j)^{\frac{2}{3}}$$

Por otra parte, existe un único demandante de leche, la empresa productora de lácteos. Sea y los m^3 de lácteos producidos por esta empresa, y p el precio por m^3 de lácteo. Esta empresa es tomadora de precios en el mercado lácteo pero es monopsonista en el mercado de leche. Para producir lácteos, la empresa utiliza la leche comprada a los productores pero también utiliza "capital de trabajo", cuya cantidad es igual a k , el cual denota la cantidad de fondos financieros que se necesitan para el giro comercial usual de la empresa. El "precio" que debe pagar por este capital de trabajo es igual a la tasa de interés por el fondeo, denotado como r . La tecnología de producción de la empresa productora de lácteos está dada por la función de producción

$$y = [\min\{x, k\}]^{1/2}$$

1. (10 puntos) Plantee el problema de cada productor de leche
2. (15 puntos) Obtenga la función de oferta de leche de cada productor individual y luego la oferta agregada de leche. Obtenga luego la función de oferta inversa de mercado de leche.
3. (10 puntos) Plantee el problema de la empresa productora de lácteos
4. (10 puntos) Argumente (sin necesidad de realizar cálculo alguno) que parte de la decisión de la empresa de lácteos es fijar $k = x$.
5. (10 puntos) Dada la respuesta del punto anterior, obtenga la condición de primer orden que caracteriza la solución de la empresa de lácteos.
6. (15 puntos) Del punto anterior, obtenga la cantidad x^* de equilibrio de monopsonio. (Ayuda: defina $\tilde{x} \equiv x^{1/2}$ y de la CPO debería poder trabajar con un polinomio de grado 2)
7. (10 puntos) Del punto anterior, compute la derivada de x^* con respecto a r . (Ayuda: derive primero \tilde{x}^* con respecto a r y luego utilice el hecho de que $\frac{\partial x^*}{\partial r} = 2\tilde{x}^* \frac{\partial \tilde{x}^*}{\partial r}$).
8. (20 puntos) ¿Qué signo tiene $\frac{\partial x^*}{\partial r}$? ¿Qué ocurre con $\frac{\partial x^*}{\partial r}$ cuando $J \rightarrow \infty$? Interprete.

Cuatrimestre II 2008 - Examen final. UBA

En el diario Financial Times del 2 de diciembre de 2008, edición europea, en su página 4, puede encontrarse el artículo "*Industry prompts EU to rethink on pollution permits*", firmado por Joshua Chaffin (desde Bruselas). En este artículo, el autor comenta acerca de la "presión", por parte de empresas de distintas industrias en Europa, para obtener una mayor cantidad de certificados de "contaminación" (gratuitamente) debido a la competencia internacional por parte de empresas fuera de Europa, las cuales, se presupone, no debenn obedecer los standard de control de polución como las empresas europeas. Este ejercicio intenta reflejar parte de esta discusión a partir de un esquema de equilibrio parcial con externalidades (negativas). Suponga entonces una empresa productora de un bien de consumo (para nuestra más fácil interpretación llámémoslo "chocolate"). En esta economía el mercado de chocolates se

la supone totalmente abierta al comercio internacional, siendo su precio internacional igual a p^* euros. La tecnología de producción de chocolates de esta empresa está dada por la función de producción

$$y = z^\theta$$

con $0 < \theta < 1$. Aquí z denota un combo de insumos y factores cuyo precio genéricamente denotamos como w (euros) e y es la cantidad (kg.) de chocolate producidos. La producción de chocolate (en rigor, la utilización de insumos) genera también contaminación. Sea \tilde{x} la cantidad de contaminación (en m^3) generada a partir del uso de z unidades del combo de insumos. Entonces la relación que se supone es

$$\tilde{x} = Az$$

con $A > 0$. De toda esta cantidad de contaminación, la empresa decide no procesar x metros cúbicos de polución y procesar el resto. El costo de procesar $\tilde{x} - x$ metros cúbicos de contaminación se la supone igual a $(\tilde{x} - x)^2$ euros.

Por otra parte, existen I consumidores idénticos en este mercado, cuyas preferencias dependen del consumo de chocolate, de otros bienes (denotado genéricamente como d y cuyo precio nominal es igual a 1 euro) y también dependen de la contaminación no procesada por la empresa. Estas preferencias satisfacen los axiomas usuales, lo cual permite su representación via la siguiente función de utilidad:

$$U(y, d, x) = \left(\frac{1}{1+x} \right) \left(-\frac{1}{2}y^2 + \eta y \right) + d$$

con $\eta > p^* > 0$. Cada consumidor tiene unan dotación total de \bar{L} horas de trabajo, y el salario por hora es igual a ω euros.

1. (10 puntos) Obtenga en primer lugar la demanda de insumo z que minimiza el costo de producir y kg. de chocolate. A partir de este resultado, obtenga la cantidad de contaminación total asociado a esta demanda de insumo z .
2. (10 puntos) Teniendo en cuenta que el costo total es la suma de los costos de producción más el de procesamiento de contaminación, entonces, del punto anterior y de los supuestos del ejercicio obtenga la función de costo mínimo en función (entre otras variables) de y y de x .
3. (5 puntos) Plantee el problema de la empresa y obtenga las dos condiciones de primer orden.
4. (10 puntos) Utilice la condición de primer orden con respecto a la cantidad de contaminación no procesada y reemplácela en la otra condición de primer orden. De este reemplazo obtenga entonces la oferta de la empresa en equilibrio.
5. (10 puntos) A partir de la función de oferta y de la condición de primer orden con respecto a la cantidad de contaminación no procesada obtenga entonces la cantidad de m^3 de contaminación no procesada en equilibrio (sin regulación).
6. (10 puntos) ¿En cuánto cambia la la cantidad de m^3 de contaminación no procesada en equilibrio cuando p^* se reduce? ¿Es cierto entonces que sin regulación un incremento en la competencia internacional que necesariamente dé lugar a una reducción en el precio internacional aumente el incentivo a contaminar?
7. (5 puntos) Plantee el problema de cada consumidor.
8. (10 puntos) De reemplazar la restricción presupuestaria del consumidor en la función de utilidad, obtenga la demanda individual por chocolate; luego obtenga la demanda agregada.
9. (10 puntos) Como punto de comparación, se pide ahora plantear el problema que resolvería un "planificador" para caracterizar la solución Pareto-eficiente. Suponga que el objetivo del planificador es maximizar la suma de las utilidades de cada consumidor más los beneficios de la empresa. Plantee el problema del planificador (nótese que este planificador opera en una economía abierta, i.e., la demanda y la oferta agregadas de chocolate no tienen por qué igualarse dado que la economía es abierta)

10. (10 puntos) Obtenga las tres condiciones de primer orden del planificador.
11. (10 puntos) Reemplace la cantidad de m^3 de contaminación no procesada obtenida en equilibrio (punto 5) en alguna de las condiciones de primer orden del planificador. Demuestre que de hecho ésta no se satisface en la cantidad de contaminación de equilibrio. ¿Es esta mayor que la "Pareto-eficiente"? Argumente su respuesta sólo a partir de su demostración.