**Microeconomía I - Primer Cuatrimestre 2009 - Parcial 1**
**Profesor: Enrique Kawamura - Asistentes: Damián Pierri - Damián Sainz de Aja**

1. (10 puntos) Las restricciones presupuestarias intra-temporales e intra-contingentes para cada consumidor $i$ son las siguientes:

   - para $t = 1$, $s = N$
   $$c_N^i = \delta x^i + y^i \tag{1}$$
   - para $t = 1$, $s = E$
   $$c_E^i = y^i \tag{2}$$
   - para $t = 0$ :
   $$qx^i + y^i = \omega^i \tag{3}$$

2. (5 puntos) Despejando $y^i$ de la restricción (3) y reemplazando en (1) y (2), y luego reemplazando estas dos expresiones en la utilidad esparada problema que resuelve cada consumidor $i$ en $t = 0$ se reduce a
$$\max_{x^i} \ (1-\eta)\ln\left(\omega^i + (\delta - q)\,x^i\right) + \eta \ln\left(\omega^i - qx^i\right)$$

3. (10 puntos) Dado el planteo escrito en el punto anterior la única condición de primer orden es
$$\frac{(1-\eta)(\delta-q)}{(\omega^i + (\delta-q)\,x^i)} = \frac{q\eta}{(\omega^i - qx^i)} \tag{4}$$
La condición de segundo orden se verifica por ser la función de utilidad esperada un promedio ponderado de funciones logarítimicas, las cuales son estroctamente cóncavas y por ende se verifica la condición de segundo orden.

4. (5 puntos) De la ecuación (4) tenemos que ésta es equivalente a
$$(1-\eta)(\delta-q)\left(\omega^i - qx^i\right) = q\eta\left(\omega^i + (\delta-q)\,x^i\right)$$
el cual constituye una ecuación lineal en $x^i$. Despejando entonces la demanda óptima individual de acciones $x^{i*}$ como función de $q$ y otras variables:
$$x^{i*}\left(q,\delta,\omega^i\right) = \frac{\omega^i\left[(1-\eta)\,\delta - q\right]}{q\,(\delta-q)} \tag{5}$$
Luego la función de demanda agregada de acciones es simplemente
$$X(q,\delta,\omega) = \frac{\omega\left[(1-\eta)\,\delta - q\right]}{q\,(\delta-q)} \tag{6}$$
donde $\omega \equiv \sum_{i=1}^{I} \omega^i$.

5. (10 puntos) Dado el valor de $K$, el problema de la empresa en la contingencia $s$ es
$$\max_{L_s} \ \left[pK^\theta L_s^{1-\theta} - w_s L_s\right] \tag{7}$$

6. (5 puntos) La condición de primer orden es
$$p\,(1-\theta)\,K^\theta L_s^{-\theta} - w_s = 0 \tag{8}$$
y la de segundo orden se verifica pues $pK^\theta L_s^{1-\theta}$ es una función estrictamente cóncava por ser $\theta < 1$.

7. (5 puntos) De la condición (8) obtenemos que

$$L_s^{\theta} = \frac{p\,(1-\theta)\,K^{\theta}}{w_s}$$

con lo cual la demanda óptima de trabajo en la contigencia $s$ es

$$L_s^d\,(p, w_s, K) = K\left(\frac{p\,(1-\theta)}{w_s}\right)^{\frac{1}{\theta}} \tag{9}$$

y reemplazando (9) en la función de beneficios a maximizar obtenemos que el beneficio maximizado en cada contingencia $s$ es

$$\begin{aligned} \pi_s &= pK^{\theta}\left(K\left(\frac{p\,(1-\theta)}{w_s}\right)^{\frac{1}{\theta}}\right)^{1-\theta} - w_s\left(K\left(\frac{p\,(1-\theta)}{w_s}\right)^{\frac{1}{\theta}}\right) \qquad (10)\\ &= \frac{p^{\frac{1}{\theta}}K}{w_s^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left[(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}-1} - (1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}\right] \\ &= \frac{p^{\frac{1}{\theta}}K\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_s^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) \end{aligned}$$

8. (10 puntos) En equilibrio debe verificarse que

$$\pi_N = \delta\bar{x} \tag{11}$$

pues el total de los beneficios se destina al pago de dividendos, el cual es igual al dividendo por acción $\delta$ multiplicado por el total de acciones emitidas, $\bar{x}$.

9. (5 puntos) Reemplazando (11) en (8) tenemos que

$$\frac{p^{\frac{1}{\theta}}K\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) = \delta\bar{x}$$

Pero sabemos que $K = q\bar{x}$ pues el total de lo recaudado por la emisión de acciones en $t = 0$ se destina a la inversión en capital, por lo tanto

$$\frac{p^{\frac{1}{\theta}}\bar{x}q\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) = \delta\bar{x}$$

y entonces la expresión de $\delta$ como función de $q$ es

$$\delta = \frac{p^{\frac{1}{\theta}}q\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) \tag{12}$$

10. (10 puntos) La condición de equilibrio en el mercado de acciones de $t = 0$ es simplemente

$$\bar{x} = X\,(q, \delta, \omega) = \frac{\omega\,[(1-\eta)\,\delta - q]}{q\,(\delta - q)} \tag{13}$$

11. (5 puntos) Reemplazando (12) en (13) tenemos que

$$\bar{x}q\,(\delta - q) = \omega\,[(1-\eta)\,\delta - q]$$

$\Leftrightarrow$

$$\bar{x}q\left(\frac{p^{\frac{1}{\theta}}q\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) - q\right) = \omega\left[(1-\eta)\,\frac{p^{\frac{1}{\theta}}q\,(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right) - q\right]$$

$\Leftrightarrow$

$$\bar{x}q\left(\frac{p^{\frac{1}{\theta}}\left(1-\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)-1\right)=\omega\left[\left(1-\eta\right)\frac{p^{\frac{1}{\theta}}\left(1-\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)-1\right]$$

Despejando $q$ entonces obtenemos el precio de equilibrio de las acciones

$$q^{*}=\frac{\omega\left[\left(1-\eta\right)\frac{p^{\frac{1}{\theta}}(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)-1\right]}{\bar{x}\left(\frac{p^{\frac{1}{\theta}}(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)-1\right)} \tag{14}$$

12. (20 puntos) Derivamos $q^*$ con respecto a $\eta$ :

$$\frac{\partial q^{*}}{\partial\eta}=-\frac{\omega\left[\frac{p^{\frac{1}{\theta}}(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)\right]}{\bar{x}\left(\frac{p^{\frac{1}{\theta}}(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)-1\right)}$$

Si $\frac{p^{\frac{1}{\theta}}(1-\theta)^{\frac{1}{\theta}}}{w_N^{\frac{1-\theta}{\theta}}}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)>1$ entonces claramente $\frac{\partial q^*}{\partial\eta}<0$. Esto significa que, bajo el supuesto mencionado aquí, un mayor riesgo de confiscación de la empresa (mayor $\eta$) reduce el precio de equilibrio de las acciones (y de hecho reduce la inversión, ésta es igual a $\bar{x}q^*$, con $\bar{x}$ exógeno). La intuición es muy simple: ceteris paribus un mayor valor de $\eta$ reduce la demanda por acciones (pues es mayor la probabilidad de que éstas no generen dividendos) y por lo tanto, con la oferta de acciones exógena, el precio de cada acción debe ser menor. En este sentido la condición aquí impuesta asegura que este ejercicio prediga lo que se afirmaba en el artículo mencionado en el enunciado.