Microeconomía I - Primer Cuatrimestre 2009 - Parcialito: soluciones.
Profesor: Enrique Kawamura - Asistentes: Damián Pierri - Damián Sainz de Aja

1. (10 puntos) El problema del consumidor que elige no comprar ningún auto es (utilizando las restricciones intra-temporales):

$$\max_{s} \ \{\ln[\omega_0 - s] + \beta \ln[\omega_1 + s(1+r)]\} \tag{1}$$

2. (10 puntos) La condición de primer orden del problema planteado en el punto anterior es:

$$\frac{1}{\omega_0 - s} = \frac{\beta(1+r)}{\omega_1 + s(1+r)} \tag{2}$$

   La condición de segundo orden se verifica por ser la función de utilidad una transformación logarítmica de preferencias Cobb-Douglas, las cuales son estrictamente convexas como fue demostrado en clase.

3. (10 puntos) De la condición (2) despejamos s^* :

$$\omega_1 + s(1+r) = \beta(1+r)(\omega_0 - s)$$

   con lo cual

$$s^* = \frac{\omega_0\beta(1+r) - \omega_1}{(1+r)(1+\beta)} \tag{3}$$

   y la canasta óptima de quien no adquiere el auto es:

$$c_0^* = \omega_0 - s^* = \frac{\omega_0(1+r) + \omega_1}{(1+r)(1+\beta)} \tag{4}$$

$$c_1^* = \omega_1 + s^*(1+r) = \frac{\beta[\omega_0(1+r) + \omega_1]}{(1+\beta)} \tag{5}$$

4. (5 puntos) La utilidad indirecta de este consumidor cuando elige no comprar ningún auto es

$$V^* = (1+\beta)\ln\left[\frac{[\omega_0(1+r) + \omega_1]}{1+\beta}\right] + \beta\ln\beta - \ln(1+r) \tag{6}$$

5. (10 puntos) Para plantear el problema del consumidor que elige comprar un auto tipo $j \in \{A, B\}$ introducimos (para acortar la longitud de estas notas) la siguiente notación:

$$\widetilde{\omega}_0^j \equiv \omega_0 - \theta_j K_j, \ j = A, B \tag{7}$$

$$\widetilde{\omega}_1^j \equiv \omega_1 - (1-\theta_j) K_j R_j, \ j = A, B \tag{8}$$

   Nótese que implícitamente supondremos que $\theta_j K_j \leq \omega_0$ y que $(1-\theta_j) K_j R_j \leq \omega_1$ para todo j. De lo contrario el consumidor no tendría dotación para afrontar la compra de al menos uno de los dos tipos de autos y el problema dejaría de ser relevante. Por lo tanto, suponiendo las dos desigualdades anteriores, si el consumidor decide comprar el auto tipo j entonces el problema se reduce a

$$\max_{s^j} \left\{\ln\left[\widetilde{\omega}_0^j - s^j\right] + \beta\ln\left[\widetilde{\omega}_1^j + s^j(1+r)\right]\right\} \tag{9}$$

6. (10 puntos) La condición de primer orden del problema planteado en (9) es:

$$\frac{1}{\widetilde{\omega}_0^j - s^j} = \frac{\beta(1+r)}{\widetilde{\omega}_1^j + s^j(1+r)} \tag{10}$$

7. (10 puntos) De la condición de primer orden (10) despejamos nuevamente s^j óptimo:

$$\widehat{s}^j = \frac{\widetilde{\omega}_0^j \beta (1+r) - \widetilde{\omega}_1^j}{(1+r)(1+\beta)} = \frac{(\omega_0 - \theta_j K_j)\beta (1+r) - (\omega_1 - (1-\theta_j) K_j R_j)}{(1+r)(1+\beta)} \tag{11}$$

La canasta óptima de consumo intertemporal en el caso en que el consumidor elige comprar un auto tipo $j \in \{A, B\}$ es

$$\widehat{c}_0^j = \omega_0 - \widehat{s}^j = \frac{\widetilde{\omega}_0^j (1+r) + \widetilde{\omega}_1^j}{(1+r)(1+\beta)} = \frac{(\omega_0 - \theta_j K_j)(1+r) + (\omega_1 - (1-\theta_j) K_j R_j)}{(1+r)(1+\beta)} \tag{12}$$

$$\widehat{c}_1^j = \omega_1 + \widehat{s}^j (1+r) = \frac{\beta \left[\widetilde{\omega}_0^j (1+r) + \widetilde{\omega}_1^j\right]}{(1+\beta)} = \frac{\beta \left[(\omega_0 - \theta_j K_j)(1+r) + (\omega_1 - (1-\theta_j) K_j R_j)\right]}{1+\beta} \tag{13}$$

8. (5 puntos) La utilidad indirecta de este consumidor cuando elige comprar un auto tipo $j \in \{A, B\}$ es:

$$V^j = (1+\beta)\ln\left[\frac{[(\omega_0 - \theta_j K_j)(1+r) + (\omega_1 - (1-\theta_j) K_j R_j)]}{1+\beta}\right] + \beta \ln \beta - \ln(1+r) + \bar{u}_j \tag{14}$$

9. (15 puntos) Este consumidor está dispuesto a comprar un auto tipo A antes que comprar ningún auto si y sólo si

$$\begin{aligned} & \bar{u}_A + (1+\beta)\ln[(\omega_0 - \theta_A K_A)(1+r) + (\omega_1 - (1-\theta_A) K_A R_A)] \\ > \; & (1+\beta)\ln[\omega_0(1+r) + \omega_1] \end{aligned}$$

o bien

$$\bar{u}_A > \ln\left[\frac{[\omega_0(1+r) + \omega_1]}{[\omega_0(1+r) + \omega_1] - \theta_A K_A (1+r) - (1-\theta_A) K_A R_A}\right] \tag{15}$$

y el consumidor prefiere no comprar ningún auto a comprar un auto tipo B si y sólo si

$$\begin{aligned} & (1+\beta)\ln[\omega_0(1+r) + \omega_1] \\ > \; & \bar{u}_B + (1+\beta)\ln[(\omega_0 - \theta_B K_B)(1+r) + (\omega_1 - (1-\theta_B) K_B R_B)] \end{aligned}$$

o bien

$$\ln\left[\frac{[\omega_0(1+r) + \omega_1]}{[\omega_0(1+r) + \omega_1] - \theta_B K_B (1+r) - (1-\theta_B) K_B R_B}\right] > \bar{u}_B \tag{16}$$

Nótese que como $0 < K_B < K_A$ y $R_A > R_B$ entonces claramente $K_A R_A > K_B R_B$. De todos modos los valores de θ_j hacen que no podamos decir si $-\theta_B K_B (1+r) - (1-\theta_B) K_B R_B$ es mayor o menor que $-\theta_A K_A (1+r) - (1-\theta_A) K_A R_A$.

10. (15 puntos) La interpretación propuesta es la siguiente: en la práctica podemos pensar que los modelos incluidos en el plan (modelos tipo B) son de una calidad tal que se puede suponer $\bar{u}_B \to 0$, con lo cual la desigualdad (16) en ese caso se cumple. También podemos pensar que las marcas excluidas del plan son las de tipo A con un $\bar{u}_A \to +\infty$, con lo cual (15) se verifica también allí, a pesar de la diferencia de precios y de financiamiento. En otras palabras: el problema es que para consumidores que pueden aplicar al plan del gobierno la valuación intrínseca de los autos incluídos es tan baja que no vale la pena hundir dinero en esos modelos de autos.