Microeconomía I. Otros problemas para practicar. (Examen final)

Enrique Kawamura

Semestre Otoño

VARIAN

1. Equilibrio general con economías de intercambio, Capítulo 17, ejercicios 17.4, 17.8.

2. Equilibrio general con economías con producción, Capítulo 18, ejercicios 18.1a, 18.2.

SILBERBERG

1. Teoría del equilibrio, capítulo 17, ejercicios 2, 3 y 5.

1 El problema del Nafta, según un politólogo

En el artículo "El Nafta escindió a la economía mexicana", de la revista Negocios, el politólogo Jorge Castañeda afirma que el Nafta (acuerdo de integración comercial entre EEUU y México) derivó en asimetrías dentro de México. Este artículo afirma que para las empresas abocadas al mercado interno ha sido una etapa muy difícil (la que sigue al Nafta), debido a altas tasas de interés. Este ejercicio pretende atacar este problema desde otra perspectiva, aunque con el mismo objetivo: determinar si existen asimetrías entre sectores y consumidores.

Supongamos tres sectores. Un sector produce un bien que se consume dentro del país. Este es el sector 1, y su función de producción es $y_1 = L_1^{1/2}$, donde L_1 es la cantidad de horas de trabajo tipo N (trabajo no calificado). Los sectores 2 y 3 producen bienes que pueden transarse en el mercado mundial. El precio del bien 1 es q. El precio del bien 2 es igual a p, y el del bien 3 es igual a 1. Estos precios son dados para las empresas que producen estos dos bienes. El sector 2 produce con capital y trabajo tipo C (calificado). La funcion de produccion de este sector esta dado por $y_2 = H_2^{1/4} K_2^{3/4}$, donde H_2 es la cantidad de horas de trabajo $calificado$ y K_2 la cantidad de horas maquina utilizados en el sector 2. Del mismo modo la tecnologia del sector productor del bien 3 es $y_3 = H_3^{3/4} K_3^{1/4}$.

Existen dos tipos de consumidores. Los consumidores tipo N son los trabajadores no calificados. Cada uno de estos es dueño de su propia firma que produce el bien 1 (caracterizado por la funcion de produccion escrito en el parrafo anterior). Cada uno de estos son trabajadores autoempleados en su propia firma. Tienen un total de 1 hora de trabajo para utilizar en su propia fabrica. Existen 700 de estos trabajadores. La funcion de utilidad de estos trabajadores es $u^n = \sum_{i=1}^{3} \ln x_i^n$, donde x_i^n es el consumo del bien i por parte de estos trabajadores. Por otro lado hay 300 capitalistas-calificados, que tienen una dotacion de 1 hora de trabajo calificado para ofrecer a los sectores 2 y 3 y tambien una dotacion de 2 horas-maquina de capital para ofrecer a esos dos sectores. Estos consumidores son dueños de las 100 firmas productoras del bien 2 y de las 100 que producen el bien 3. Los consumidores de tipo C tienen una funcion de utilidad $u^c = \sum_{i=1}^{3} \ln x_i^c$.

1. Obtenga las demandas individuales de los trabajadores tipo n y los de tipo c.

2. Obtenga las funciones de costo mínimo de las firmas 2 y 3.

3. De la condicion de maximizacion de beneficios en 2 y 3 obtenga los precios de trabajo calificado y capital en funcion de p.

4. De las demandas condicionales de trabajo c y capital (las que minimizan el costo) obtenga y_i $(i = 2, 3)$ en funcion de p.

5. De la condicion de demanda agregada del bien 1 igual a oferta del bien 1 obtenga el precio q^* de equilibrio en funcion de p.

6. Obtenga la restriccion tal que el pais importa el bien 2 y exporta el bien 3. Suponiendo esta restriccion, en cuanto favorece o desfavorece un aumento en p a los trabajadores - productores tipo n?

7. Obtenga la restriccion tal que el pais importa el bien 3 y exporta el bien 2. Suponiendo esta restriccion, en cuanto favorece o desfavorece un aumento en p a los trabajadores - productores tipo n?

2 Un modelo para explicar los déficit de cuenta corriente

El modelo de equilibrio general competitivo es utilizado en la actualidad para explicar cuestiones macroeconómicas. Un ejemplo de ello es el análisis de la cuenta corriente. Podemos intentar explicar, por ejemplo, lo que hay atras de un deficit de cuenta corriente, mas especificamente, si tal deficit es o no sostenible en el tiempo.

Supongamos dos países, A y B. Ambos paises producen y comercian un unico bien de consumo. Todos los consumidores de ambos paises poseen las mismas preferencias representadas por la funcion de utilidad $u = \ln c_1 + \beta \ln c_2$, donde c_t es el consumo del bien en el periodo t $(t = 1, 2)$, y β es un número en el intervalo $(0, 1)$. Cada consumidor es dueno de una dotacion fija de capital. Sea $\bar{k}^i$ la dotación individual de capital del consumidor del país i en el período 1. Esta dotación puede usarse en ambos períodos para producir los bienes. En cada período el país i produce con una tecnología $y_t^i = \Theta^i \left(k_t^i\right)^{\alpha^i}$, donde $\Theta^A = 2$, $\Theta^B = 4$, $\alpha^A = \frac{1}{2}$, $\alpha^B = \frac{1}{4}$. Las empresas son directamente manejadas por los consumidores de cada país. En concreto, hay 100 consumidores en cada país y 100 firmas de las descritas, tal que cada consumidor es dueño de la firma. El consumidor puede invertir parte de la oferta de bienes en el período 1 para aumentar el stock de capital en el periodo 2. Por otro lado, cada consumidor puede pedir prestado o tomar préstamos a una tasa neta r común para ambos países (a determinar en el modelo). Nótese entonces que en un período el país puede consumir por encima de su producción, pero para ello debe tomar préstamos.

1. Escriba explícitamente las restricciones presupuestarias de cada período en cada país, y luego btenga la restricción presupuestaria intertemporal en cada país (recordar que cada consumidor directamente opera su firma).

2. Obtenga explícitamente los consumos óptimos en cada país.

3. Escriba cuidadosamente las condiciones de equilibrio en esta economía.

4. Compute la tasa de interés de equilibrio.

5. La definición de déficit de cuenta corriente se identifica con un endeudamiento del país. ¿Cuál de los dos países tiene un déficit en su cuenta corriente en equilibrio? Demuestre su respuesta.

3 La educacion pública e intervencion pública.

Usualmente la educacion es vista como el medio mas importante para aumentar la productividad de la mano de obra en una economia y asi asegurar crecimiento economico de largo plazo. Tambien es considerada un modo eficaz de mejorar la distribucion del ingreso. A pesar de que algunos de estos puntos no son tan claros, es verdad que en general un trabajador mejor educado tiene una mayor productividad que uno con menor nivel educativo.

Tambien fue y sigue siendo objeto de discusion politica la provision publica de educacion. Los gremios de los maestros (CTERA, por poner un ejemplo) siempre han recalcado la *importancia* de la educacion publica, aunque esta aseveracion no quede exento de interpretaciones politicas, mas alla de la conveniencia economica. El objeto de este ejercicio es el de analizar este caso con un modelo en el que una mayor educacion implica una mayor productividad de la mano de obra y verificar si una asignacion de equilibrio en el que los agentes economicos pagan un precio por la educacion implica una asignacion eficiente de educacion. Hay que aclarar que a pesar de que el modelo no nos servira directamente para analizar temas de distribucion del ingreso, es posible extender este modelo para estos objetivos.

Supongamos un unico tipo de consumidor. Este consumidor tiene una funcion de utilidad

$$u(x) = x$$

donde x es la cantidad del unico bien fisico de consumo de la economia. Para nuestra comodidad llamemos simplemente dolares. Entonces x es la cantidad de dolares consumidos por estos consumidores. Su dotacion consiste en una unidad de tiempo. Sin embargo, el consumidor dedica una parte, llamaremos l, a trabajar, y otra parte a producir *capital humano*. Esto quiere decir que la parte $1-l$ es utilizado para estudiar y perfeccionarse. Supongamos que (para simplificar) estudiar $1-l$ implica obtener un stock de capital humano es igual a $(1-l)^{\alpha}$, donde α es positivo pero estrictamente menor que uno. Producir esta cantidad de capital humano implica que puede vender este stock a la empresa productora de x por un precio igual a r. El problema del consumidor es

$$\max \quad x$$

sujeto a

$$x = wl + r\sqrt{(1-l)}$$

La empresa productora de x maximiza

$$f(L,h) - wL - rh$$

donde $f(L,h) = L^{1/2}h^{1/2}$, y donde h es el stock de capital humano. Suponga que existen N consumidores identicos. En equilibrio la cantidad de capital humano que le ofrecen los consumidores debe igualar a la cantidad h demandado por la firma. Tambien la cantidad total demandada por la firma debe igualar en equilibrio al total de oferta de trabajo por parte de los consumidores.

1. Calcule las cantidades y precios de equilibrio.
2. La cantidad eficiente se obtiene maximizando la utilidad del consumidor representativo sujeto a

$$Nx = Nl^{1/2}\left(\sqrt{(1-l)}\right)^{1/2}$$

   donde el lado izquierdo es el total de dolares consumidos, y el lado derecho el total de dolares producidos, en el suponemos que el total de trabajo utilizado es Nl y el total de capital humano es $N\sqrt{(1-l)}$. Es la cantidad eficiente la que se obtiene en (7.1)? Demuestre su respuesta.
3. Que conclusion obtiene en cuanto a la necesidad de intervencion publica?

4 Otro problema sobre el mercado de combustibles

En el número mencionado de la revista Negocios, el artículo de la página 66 se refiere a la recuperación del sector petrolero. Se menciona entre otros factores clave el incremento en el precio del crudo. Sin embargo, uno puede pensar que un aumento del crudo aumenta también el *costo* de producir combusibles líquidos. De todos modos, puede verse que para una firma que produce su propio crudo este último punto no es un problema. El siguiente es un ejercicio que ejemplifica estas cuestiones. Suponga una empresa que produce crudo a un costo de $c(y) = y^2$. La firma puede vender parte de este crudo en el mercado internacional a p dólares el metro cúbico. Esta firma también es monopolista en el mercado de combustibles interno. La función de producción es tal que por cada m^3 de crudo de produce 0.25 m^3 de combustible líquido. Si x es la cantidad de m^3 de combustible líquido la demanda de combustible líquido puede expresarse como $q = 5 - x$, donde q es el precio por m^3 de combustible.

1. ¿Cuál es la función de producción de combustible líquido?

2. Obtenga la cantidad de combustible líquido y de crudo vendido en el exterior en función de p.

3. ¿Cómo cambia estas cantidades cuando aumenta p? Obtenga una respuesta analítica.

4. Si la función de costos de extracción de crudo se reduce a $\bar{c}(y) = \frac{1}{2}y^2$, ¿cómo cambia las respuestas a 4.2?

5 Tasas de interés e incertidumbre

El concepto de riesgo país es una aplicación del concepto de riesgo crediticio a una determinada clase de activos financieros (bonos emitidos por un Gobierno soberano). Suponga que existe un mercado con N inversores, indexados con supraíndice $i = 1, 2, ..., N$. Cada inversor i vive dos períodos, *hoy* y *mañana*. Hoy recibe una riqueza de $w^i > 0$ pesos y 0 mañana. Este consumidor tiene la posibilidad de invertir en dos activos. El primero es un bono libre de riesgo, cuyo precio *hoy* es q pesos por bono. Este bono, *mañana*, paga con certeza exactamente 1 peso. El otro bono tiene un riesgo de default. El precio *hoy* de este activo es t pesos por bono. $Mañana$ promete pagar $\theta > 1$ pesos. De todos modos, existe una probabildad $\varepsilon > 0$ de que el emisor del bono haga default sobre el mismo y no pague nada. Suponemos que $(1 - \varepsilon)\theta > 1$. Las preferencias de cualquier inversor están representadas por la función de utilidad esperada $(1 - \varepsilon) u(c_N^i) + \varepsilon u(c_D^i)$, donde c_N^i representa los pesos obtenidos mañana por el inversor i si el bono riesgoso no sufre default, y c_D^i es la cantidad de pesos que obtiene el inversor i si el bono riesgoso sí sufre default. Sea b^i la cantidad de bonos libre de riesgos transados por el inversor i *hoy*, y sea z^i la cantidad de bono riesgoso comprado por i también *hoy*.

1. Escriba c_N^i y c_D^i en función de α, w^i, b^i, z^i, q y t.

2. Plantee el problema de maximización de la utilidad esperada, donde las variables de elección de i son b^i y z^i.

3. Supongamos que $u(c) = \ln c$. Obtenga b^{i*} y z^{i*} que maximizan la utilidad esperada.

4. Supongamos que existe una oferta total de bonos libres de riesgo a nivel de mercado igual a $B > 0$, y una oferta total de bonos riesgosos igual a $Z > 0$. Obtenga los precios de equilibrio q^* y t^* de cada uno de los bonos.

5. ¿Bajo qué condiciones $q^* > t^*$? Demuestre su respuesta.

6 Mercados de futuros sobre el clima

En The Economist del 14 de setiembre de 2003 (edición on-line) apareció un artículo ("A Hedge against the Heat"), sobre la próxima apertura de mercados de contratos de futuros sobre clima en Europa. Este artículo afirma que varias empresas cuya demanda por sus productos dependen decisivamente del clima han intentado ya transar en este tipo de productos. Este ejercicio intenta reflejar parte del análisis informal del artículo de la revista en un modelo basado en la teoría vista en clase. Supongamos un mercado poblado por consumidores de un bien que denominamos *chocolate*. Los agentes de este mercado viven en dos períodos, $t = 0$ y 1. En cada período t cada consumidor i recibe un ingreso de \$ $\omega_t^i > 0$. No existe para los consumidores ninguna institución que le permita ahorrar o pedir prestado en $t = 0$. Suponemos que todos los consumidores tienen idénticas preferencias, definidas sobre consumo de chocolate en 0 y en 1 y sobre el consumo de los otros bienes (medido en pesos) en 0 y en 1, representadas por una función de utilidad

$$u^i(y_0, y_1, z_0, z_1) = 2\sqrt{y_0} + z_0 + 2A\sqrt{y_1} + z_1$$

donde y_t denota el consumo de chocolate del período t, z_t el de los otros bienes en t. Aquí A es una variable aleatoria (desde el punto de vista del período 0). Puede tomar el valor A_L con probabilidad π y $A_H > A_L$ con probabilidad $1 - \pi$. Este coeficiente denota cuán frío estará el clima en $t = 1$ de modo tal que la demanda por chocolate dependerá de la realización de A. Esta A es común a todos los agentes. Existen N consumidores con estas caravterísticas. Por otra parte existen J productores idénticos que utilizan un insumo x_t para producir chocolate en el período t. La tecnología de producción de cada productor se representa por la función de producción $y_t = (x_t)^{1/2}$. Sea w_t el precio de x_t. Supongamos que $w = w_0 = w_1$ para simplificar. Denotamos con p_t el precio del período t del chocolate.

1. Dado A obtenga la demanda individual y de mercado por el chocolate en $t = 1$.

2. Obtenga la función de oferta por chocolate individual y de mercado en $t = 1$.

3. Obtenga el precio de equilibrio en $t = 1$ de chocolate en función de A. Obtenga el beneficio máximo (en pesos) para cada productor de chocolate en este equilibrio. A ese beneficio lo denotamos como $B_1^*(A)$

4. Replique el análisis de 1 a 3 para $t = 0$. Denotamos como B_0^* el beneficio máximo en equilibrio para cada productor.

5. Supongamos ahora que cada productor tiene una función de utilidad que sólo depende de sus ganancias en $t = 1$. Específicamente, si $B_1^*(A)$ es lo que obtenía en $t = 1$ en equilibrio, entonces su utilidad en el momento 0 es $\pi \ln [B_1^*(A_L)] + (1 - \pi) \ln [B_1^*(A_H)]$. Compute explícitamente esta utilidad.

6. Supongamos ahora que en el período 0 cada productor puede comprar o vender (en corto) cualquier cantidad de unidades de un contrato a futuro (usando exclusivamente sus ganancias de $t = 0$). Sea θ la cantidad que cada productor contrata de este fuuro en $t = 0$ y sea q su precio en $t = 0$. Cada unidad de contrato promete pagar \$1 si $A = A_L$ (si hace *calor*) pero promete 0 si $A = A_H$. Escriba las restricciones presupuestarias (de $t = 0$ y de $t = 1$ para cada contingencia, todo por separado) del productor individual. Supongamos que los pesos que no gaste en $t = 0$ en comprar estos contratos los puede guardar hasta $t = 1$.

7. Obtenga el portafolio óptimo de cada productor que maximice su utilidad esperada y obtenga entonces el total de lo que se debería pagar a los productores de esta industria en caso de que $A = A_L$.