

MODULO Nº 1

GENERACIÓN DE CORRIENTE ALTERNA

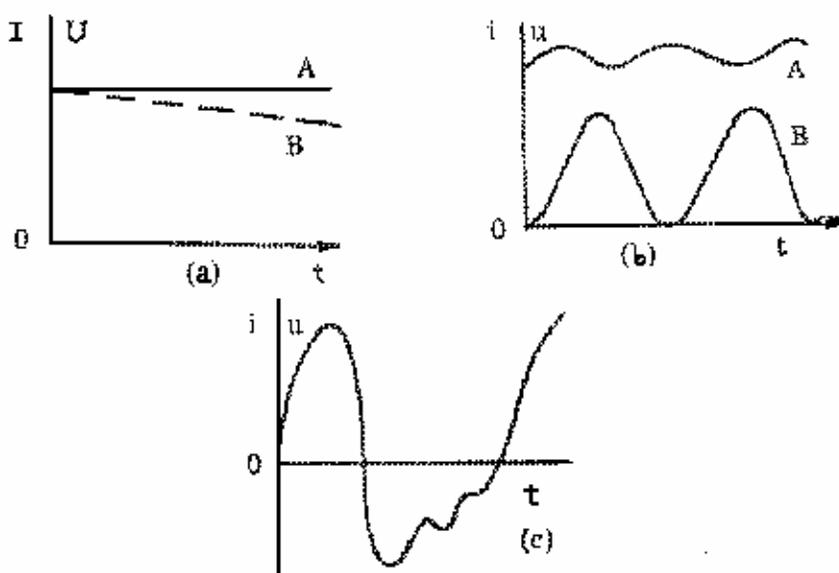
Generalidades

Distintas clases de corrientes. Las corrientes se distinguen por las variaciones de la intensidad y la tensión. De acuerdo con esto se distinguen dos tipos de corrientes: las continuas y las alternadas.

La figura 1.(a, b y c) muestran las curvas características de estas clases de corrientes; a) Corriente continua constante: es la corriente que mantiene su intensidad constante, sin cambiar de valor ni sentido en el tiempo. Curva A.

Cuando el valor de la intensidad de la corriente es alto y el tiempo durante el cual se mantiene su valor también lo es largo, la caída de tensión que se produce hará caer también el valor de la corriente, con lo cual su representación será la de la otra curva B.

Esta clase de corriente se obtiene preferentemente por medios químicos.



figuras 1
clases de corriente a) corriente continua constante, b) corriente continua pulsante;
(c) corriente alterna.

b) Corriente continua pulsante o pulsatoria: es la que cambia de magnitud pero no el sentido, es decir que mantiene permanentemente su signo.

Este tipo de corriente es la generada por medios electromecánicos (máquinas rotativas) o por medio de la rectificación de una corriente alterna. Curvas A y B de la figura 1-b. La curva A representa una corriente que varía entre límites estrechos.

La curva de la figura 1-B representa una corriente que varía entre cero y un valor máximo.

c) Corriente alterna (o alternada): es la que varía su magnitud y además su sentido. Estas corrientes varían entre cero y un valor máximo positivo para volver a cero y crecer hasta un valor máximo negativo repitiendo sucesivamente los valores en forma periódica

Estas condiciones son las que se muestran en la figura (1-c), que muestra una corriente alterna no simétrica, es decir que su semiperíodo en uno de los sentidos no pasa por los mismos valores por los que pasa durante el semiperíodo opuesto. Las corrientes para fines industriales suelen ser simétricas, y además su curva de variación obedece la Ley de las sinusoides.

Las curvas representativas de las corrientes alternas se representan en un sistema de coordenadas cartesianas. Uno de los sentidos de circulación de la corriente se denomina positivo, que se representa en el cuadrante superior del sistema y el opuesto se denomina negativo y se representa en el cuadrante inferior.

Como las corrientes se dividen en la forma antes mencionada, de igual modo se denominan las tensiones, esto es: tensiones continuas constantes o pulsantes o tensiones alternas.

Las corrientes y tensiones alternas pueden ser monofásicas o polifásicas; la diferencia entre sí se verá solamente sobre corrientes y tensiones monofásicas. Actualmente las corrientes continuas y alternas se emplean para usos diferentes, de acuerdo con las ventajas que cada una de ellas presenta en cada caso particular. Sin embargo, para aplicaciones industriales y domésticas

generales, la corriente que se utiliza en forma práctica y casi única, es la corriente alterna porque las facilidades que presenta para la transmisión y distribución de la energía eléctrica son muy superiores a las condiciones ofrecidas por la corriente continua, en términos generales. La corriente continua, en cambio, se utiliza para ser acumulada en baterías de acumuladores (cosa que no puede hacerse con la corriente alterna) y para procesos electrolíticos.

Período y frecuencia

Cada oscilación completa de una magnitud alterna, es decir, la variación entre los máximos positivo y negativo pasando por cero, repetidas sucesivamente, se denomina período o ciclo. La cantidad de veces, durante la unidad de tiempo, que se repite el periodo, se llama frecuencia, que se denomina con la letra **f** y se mide en hertz (Hz). La unidad de tiempo en el **SI** es el segundo, luego un hertz es igual a un período por segundo.

El tiempo que una magnitud alterna emplea para cumplir un ciclo o período completo se denomina tiempo de duración del periodo, o simplemente período, que se representa con la letra **T** y se mide en segundos. Si **f** es la frecuencia, se tiene

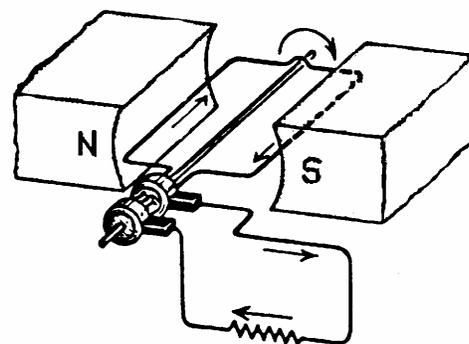
$$1 \text{ hertz} = \frac{1 \text{ período}}{1 \text{ segundo}} \qquad f = \frac{1}{T} \quad \text{recíprocamente} \quad T = \frac{1}{f}$$

La frecuencia utilizada para fines industriales es de 50 ó 60 Hz. En nuestro país se utilizan 50 Hz, al igual que en toda Europa. En los Estados Unidos de Norte América y la mayoría de los países cuyos equipos industriales reconocen esa procedencia (como Brasil) han adoptado la frecuencia de 60 Hz. Para ciertos usos industriales, como la calefacción por alta frecuencia, se utilizan miles de ciclos (que se miden en Kiloherztz - kHz), mientras que en comunicaciones, radar y otras aplicaciones, se usan millones de ciclos (medidos en megahertz - MHz).

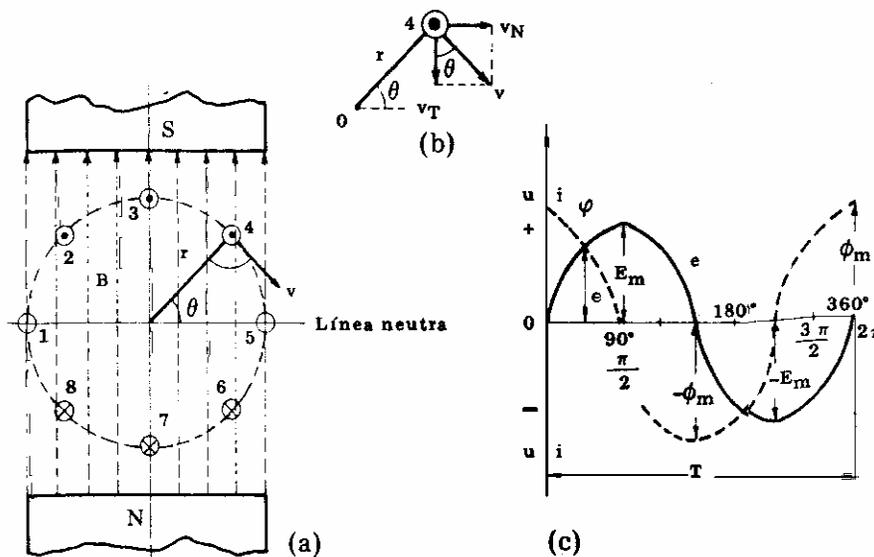
Producción de una corriente alterna.

Valores instantáneo y máximo de una corriente alterna.

Supóngase que en un campo magnético homogéneo, existente entre los polos de un imán permanente, NS, se desplaza un conductor describiendo una circunferencia, bajo la acción de una fuerza externa. Fig. 2 Al moverse el conductor dentro del campo magnético, cortando las líneas de fuerza, en él se induce una f.e.m. , **que es proporcional a la inducción magnética B, a la longitud activa del conductor y la velocidad con que el conductor intercepta las líneas de fuerza.** Esta velocidad es la componente normal de la velocidad circunferencial del conductor a las líneas de fuerza del campo magnético es **V_N** , cuyo valor es :



generador de c.a. en su forma más simple.



$$V_N = V \cdot \text{Sen } \varphi$$

La componente ,vertical de la velocidad V no desempeña papel alguno en la creación de la f.e.m.i. su valor es

$$V_T = V \cdot \text{Cos } \varphi$$

Cuando $\varphi = 90^\circ$, $V_N = V \cdot \text{Sen } 90^\circ = V$, es decir que en este caso la componente normal de la velocidad tiene su valor mayor. Luego, la f.e.m.i. tiene también su mayor valor en el mismo instante

$$e = B \cdot L \cdot V = E_m$$

donde E_m es el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida y e son los valores instantáneos de la misma. De acuerdo con esto, la expresión general de la f.e.m.i. en el conductor es

$$e = E_m \text{ Sen } \varphi$$

Durante el movimiento, el conductor ocupa diversas posiciones. Al examinar las posiciones del conductor, se observa que al pasar la línea neutra, la dirección de la f.e.m.i. , determinada según la regla de los tres dedos de la mano derecha, cambia. Componiendo una tabla de magnitudes y sentidos de la f.e.m.i., en función de las posiciones del conductor y del ángulo entre los vectores de inducción del campo y la velocidad del conductor, el fenómeno será apreciado con más claridad.

Para representar las variaciones de la f.e.m.i. se acude al trazado de la gráfica correspondiente, llevando sobre el eje de abscisas de un sistema de coordenadas cartesianas, los ángulos de giro del conductor, interpretados a escala (Fig. 2) y en eje de ordenadas la magnitud de la f.e.m.i. en el conductor en función del tiempo. En el eje de abscisas, los ángulos barridos por el conductor pueden indicarse en grados sexagesimales o en radianes. Ello también puede haberse tomando los valores, en segundos, de duración del período, dividiendo a éste último en los periodos de tiempo correspondientes a cada ángulo.

Las f.e.m.i. cuando el conductor pasa por debajo del polo Sur se consideran positivas y negativas cuando lo hace por debajo del polo Norte. Los puntos obtenidos a partir de los datos contenidos en la Tabla 1 , se unen con una línea continua, obteniéndose la curva llamada senoide. Por medio de esta curva puede determinarse cualquier valor de la f.e.m.i. "e" para un momento determinado. Para ello se traza una perpendicular al eje de abscisas en el tiempo o ángulo deseado, prolongándola hasta interceptar la curva. La longitud de la ordenada correspondiente al punto de intersección interpretada en la escala correspondiente, constituye el valor de la f.e.m. instantánea buscado. En el ejemplo descrito, el conductor gira en un campo magnético uniforme y homogéneo. En el conductor se induce una f.e.m. que varía según la Ley sinusoidal; esa f.e.m. se llama sinusoidal. En general en la electrotecnia se prefiere utilizar f.e.m. sinusoidales.

TABLA 1
 Magnitud y en función de la fuerza electromotriz inducida

posición del conductor	Ángulo O entre los vectores de inducción B y velocidad v	Sen	dirección de la f.e.m.
1	0	0	-----
2	45	0,707	hacia adelante
3	90	1	ídem
4	135	0,707	ídem
5	180	0	-----
6	225	-0,707	hacia atrás
7	270	-1	ídem
8	315	-0,707	ídem
9	360	0	-----

La fuerza electromotriz así generada da origen a una corriente que varía exactamente en la misma forma en que lo hace dicha f.e.m., o sea de acuerdo con la Ley sinusoidal y recibe asimismo el nombre de corriente sinusoidal. Esta corriente así obtenida es la llamada corriente alterna, que se

utiliza en todas las aplicaciones industriales . Suele abreviarse con C.A. y en los diagramas eléctricos se indica con un símbolo sinusoidal.

Si en lugar de un conductor en el campo magnético gira una espira se induce una f.e.m. en cada lado o conductor que la forman, luego la expresión determinada para el conductor se transforma en

$$e = 2 B \cdot L \cdot V_N \quad (\text{Volt})$$

Cuando $\phi = 90^\circ$ el plano de la espira se encuentra en posición vertical y ambos lados de la espira se encuentran cortando el flujo magnético a la velocidad V y la fuerza electromotriz generada alcanza su valor máximo E_m (Tensión máxima). Se deduce entonces que

$$E = 2 B \cdot L \cdot V \quad (\text{Volt})$$

Si b es el ancho de la espira (m) y n es la velocidad de rotación (r.p.s) se tendrá que

$$V = \pi \cdot b \cdot n \quad (m/s) \quad \text{y entonces}$$

$$E = 2 B L \pi \cdot b \cdot n \quad (V) \quad \text{pero} \quad b \cdot L = A \quad (m^2)$$

o sea la superficie encerrada por la espira, luego $E = 2 B \pi \cdot A \cdot n \quad (V)$

y entonces

$$e = E_m \cdot \text{Sen } \phi = 2 B \pi \cdot A \cdot n \cdot \text{Sen } \phi \quad (V)$$

pero $B \cdot A = \phi$, E_m se produce cuando $\phi = 90^\circ$ y entonces $V_N = V$ y $\phi = 0$

Para una posición cualquiera de la bobina que gira en el campo magnético, el flujo que la atraviesa es

$$\phi = \phi_{\text{máx}} \cdot \text{Cos } \phi$$

Si la espira que gira en el campo magnético se convierte en una bobina con N espiras, se tiene que

$$e = E_m \cdot \text{Sen } \phi = 2 B \pi \cdot A \cdot n \cdot N \cdot \text{Sen } \phi$$

y sustituyendo $B \cdot A$ por ϕ se tiene

$$e = E_m \cdot \text{Sen } \phi = 2 \pi \cdot \phi \cdot n \cdot N \cdot \text{Sen } \phi$$

La curva representativa de la variación del flujo que corta la bobina está indicada con trazos punteados en la figura 2.

Se ve que la curva que representa las variaciones del flujo es cosenoidal, la cual es simplemente una curva senoidal desplazada 90 grados, o sea que está en cuadratura con la corriente y la f.e.m.

Frecuencia angular.

El conductor de la figura 2 , efectúa f revoluciones en cada segundo, siendo f la frecuencia y como en cada revolución recorre 360° , su velocidad angular, en grados por segundo es $360 f$.

Si la velocidad angular del conductor se mide en radianes por segundo en lugar de hacerlo en la forma indicada arriba, su valor estará dado por $\omega = 2 \pi f$. y, el ángulo ϕ que forma el conductor en

cada instante con el campo estará dado por : $\phi = 2 \pi f t = \omega t$

donde

ω : es la velocidad angular del conductor.

Luego la ecuación fundamental puede escribirse ahora así :

$$e = E_m \cdot \text{Sen } \omega t$$

La relación entre la frecuencia, la velocidad y el número de pares de polos, se analiza de la siguiente forma: la onda de la f.e.m. generada en un alternador sufre un ciclo completo de variación cuando los conductores en los que se genera, pasan sucesivamente por un polo N y un polo S y la forma de la onda en la parte negativa es exactamente igual a la de la parte positiva. Esta simetría de

los semiciclos positivo y negativo no se mantiene necesariamente para las ondas de tensión y corriente generadas en circuitos que comprenden rectificadores, válvulas termoiónicas o transistores.

Si un alternador tiene p pares de polos y su velocidad es n revoluciones por segundo, la frecuencia f es igual al número de revoluciones por segundo multiplicado por el número de ciclos por revolución, es decir que

$$f = p \cdot n \text{ (Hz)}$$

siendo p (número de pares de polos) el conjunto formado por un polo N y un polo S. Si la velocidad de la máquina está expresada en revoluciones por minuto (**r.p.m.**) la expresión anterior se divide por 60

$$f \text{ (Hz)} = \frac{P \cdot n \text{ (r.p.m)}}{60}$$

Como no es posible una máquina con menos de dos polos (1 par) la velocidad más alta a que puede funcionar un alternador es

$$n = 50 \text{ (Hz)} \times 60 = 3\,000 \text{ r.p.m.}$$

Valores medio y eficaz de una corriente alterna.

Considérese el caso general de una corriente cuya forma de onda no puede representarse por una expresión matemática sencilla, como la onda de típica de la corriente que se forma en un transformador en vacío.

Si en uno cualquiera de los semiciclos se toman n coordenadas intermedias equidistantes, $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$, etc., el valor medio de la corriente será igual a la media aritmética de la suma de los valores tomadas

$$I_{me} = \frac{i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n}{n}$$

Alternativamente el valor medio I_{me} puede ser expresado como la superficie encerrada entre la parte de la curva correspondiente a un semiciclo, dividida por la longitud de la base del semiciclo. Esta última forma de expresión del valor medio es la que resulta más conveniente cuando se trata con ondas senoidales.

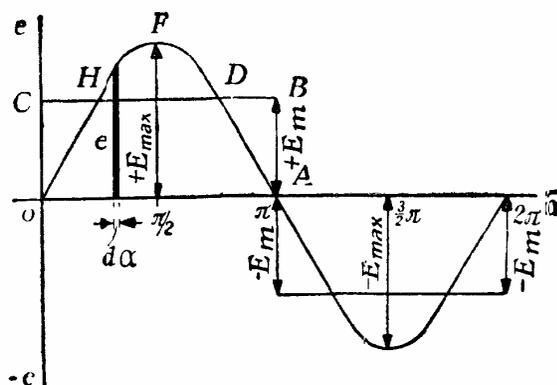


Fig. 3 Valores medio y eficaz

Sin embargo, en corriente alterna, el valor medio es comparativamente de poca importancia, debido a que lo que realmente interesa de ella es la potencia producida por la corriente eléctrica.

Supóngase que la corriente pasa por un resistor de resistencia R ohm. El efecto térmico producido está representado por la curva de la figura 3.

donde las ordenadas $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$, etc., representan, elevadas al cuadrado y multiplicadas por R , el valor de la potencia térmica desarrollada por cada valor instantáneo de la corriente.

$$I^2 R = \frac{i_1^2 R + i_2^2 R + i_3^2 R + \dots + i_n^2 R}{n}$$

La variación del efecto térmico producido durante el segundo semiciclo es exactamente igual a la del primer semiciclo. Por consiguiente, el efecto térmico medio es igual a

$$I^2 R = \frac{i_1^2 R + i_2^2 R + i_3^2 R + \dots + i_n^2 R}{n}$$

Supóngase que I sea el valor de una corriente continua, que pasando por la misma resistencia produce un efecto térmico igual al efecto térmico medio causado por la corriente alterna, luego de donde

$$I = \frac{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + \dots + i_n^2}{n}$$

o sea que I es igual a la raíz cuadrada del valor medio de los cuadrados de la corriente. Esta cantidad se conoce como el valor eficaz de la corriente alterna.

Luego el valor eficaz de la corriente alterna es igual al valor de la corriente continua que produce el mismo efecto térmico que aquella, cuando circula por la misma resistencia.

También el efecto térmico medio puede expresarse como sigue : " **el efecto térmico medio desarrollado por una C.A. en un semiciclo es igual a la superficie encerrada por la curva $i^2 \cdot R$ en un semiciclo, dividida por la longitud de la base del semiciclo** ".

Valor medio y eficaz de las tensiones y corrientes sinusoidales

Si I_m es el valor máximo de una corriente que varía sinusoidalmente, como indica la figura 4 (a), donde el valor instantáneo i estará representado por

$$i = I_m \cdot \text{Sen } \varphi$$

donde φ es el ángulo en radianes, desde cero, hasta el valor i . Para un intervalo $d\varphi$, amper-radián. La unidad amper-radián se usa para evitar la conversión a segundos de la escala del eje de las abscisas.

Entonces, la superficie comprendida debajo de la curva, en un semiciclo, es

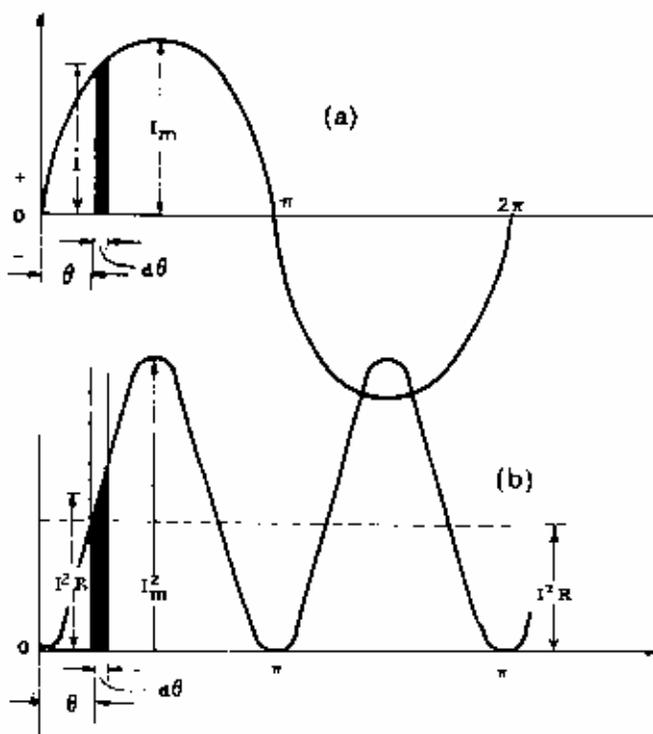
$$\int_0^\pi i \cdot d\varphi = I_m \int_0^\pi \text{Sen } \varphi \cdot d\varphi = I_m \cdot [\text{Cos } \varphi]_0^\pi = -I_m [-1 - 1] = 2I_m \text{ amper - radián}$$

Luego, siendo el valor medio de la corriente igual a la superficie comprendida debajo de la curva para un semiciclo, dividida por la longitud de la base, el valor medio de la corriente en un semiciclo es

$$I_{me} = \frac{2 I_m \text{ amper - radián}}{\text{radián}} = 0,637 \cdot I_m$$

Si la corriente pasa por un resistor cuya resistencia es R ohm el efecto térmico instantáneo es $i^2 \cdot R$ (watt.)

Fig. 4 Valores medio y eficaz de una corriente sinusoidal



La variación de $i^2 \cdot R$ durante un ciclo completo es la que muestra la figura 4 (b). Durante el intervalo $d\phi$ rad. el calor generado es $i^2 \cdot R d\phi$ (watt.radián) y está representado por el área de la faja sombreada. Por lo tanto: el calor generado durante el primer semiciclo es igual al área comprendida debajo de la curva $i^2 \cdot R$ y es igual a :

$$\int_0^\pi i^2 \cdot R \cdot d\phi = I_m^2 R \int_0^\pi \text{Sen}^2 \phi \cdot d\phi = \frac{I_m^2}{2} R \int_0^\pi (1 - \cos^2 \phi) \cdot d\phi =$$

$$= \frac{I_m^2 \cdot R}{2} \left[\phi - \frac{1}{2} \text{sen} 2\phi \right]_0^\pi = \frac{\pi}{2} I_m^2 R \text{ (watt - radián)}$$

Si I es el valor de la C.C. que al pasar por la misma resistencia produce el mismo efecto térmico.

$$I^2 \cdot R = \frac{1}{2} I_m^2 R \quad \text{luego} \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

Como la tensión en el resistor es directamente proporcional a la corriente, se deduce que las relaciones deducidas para la corriente son válidas para la tensión, luego, el valor medio de una tensión sinusoidal es

$$U_{me} = 0,637 U_m$$

donde U_m es la tensión máxima.

También el valor eficaz de una tensión sinusoidal es

$$U_{ef} = 0,707 U_m$$

La relación (I / I_{me}) es conocida como factor de forma de la onda sinusoidal y su valor es

$$k_f = \frac{0,707 \cdot I_m}{0,637 \cdot I_m} = \frac{0,707}{0,637} = 1,11$$

La relación entre el valor máximo de la onda sinusoidal, llamado también valor de amplitud, y su valor eficaz, se llama factor de amplitud y es :

$$k_a = \frac{I_m}{I} = \sqrt{2} = 1,41411$$

Vectores, complejores, fasores y diagramas fasoriales.

Una cantidad vectorial es la que tiene magnitud, dirección y sentido en un punto del espacio. Gráficamente se representa por un segmento de recta dibujado en la dirección adecuada y de la longitud apropiada a la magnitud de la cantidad. Cualquier cantidad eléctrica que tenga dirección puede expresarse vectorialmente. Sin embargo, ninguna de las cantidad eléctricas con que se ha operado hasta ahora son vectoriales; generalmente son escalares, que sólo tienen magnitud. Uno de los dispositivos analíticos más útiles, disponibles para la ingeniería eléctrica es el complexor. Este es una cantidad no vectorial que puede representarse gráficamente, de manera similar al vector, pero con la importante diferencia que se dibuja con una referencia coordenada o angular a un cierto elemento dado, por ejemplo, algún eje de referencia.

Si se hace girar un complexor sobre uno de sus extremos en el plano del diagrama con velocidad angular constante, su proyección geométrica sobre un eje de coordenadas varía en forma sinusoidal. este proceso puede ser invertido, de modo que el complexor pueda utilizarse para representar corrientes y tensiones alternas sinusoidales con más condición que la representación gráfica de la onda. Considérese un complexor OA que gira con velocidad angular constante, como muestra la figura 5. Si se mide el tiempo a partir de la posición horizontal, hasta una posición cualesquiera de OA dentro del primer cuadrante, sea OA_1 , la posición de OA para el tiempo ϕ / t (segundos). Se deduce que OA_1 forma un ángulo ϕ_1 , con el eje horizontal. De la figura 5 donde OP , es la proyección de OA , sobre el eje horizontal. Si este proceso se repite a intervalos regulares y los valores correspondientes a $A_1 P$, se representan en función del tiempo, el gráfico resultante es una senoide.

$$\frac{A_1 P_1}{OA_1} = \text{Sen} \varphi_1$$

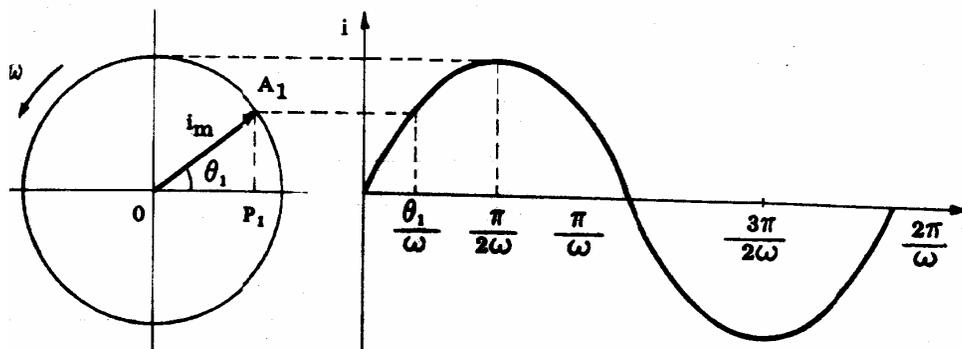


figura 5

Producción de una onda sinusoidal mediante un complexor.

El ángulo φ barrido por el complexor OA esta dado por $\varphi = \underline{\omega.t}$ (PAG. 4)

Cuando $\varphi = 2\pi$ en el gráfico se ha producido una onda sinusoidal completa. La longitud OA representa el valor máximo de la cantidad sinusoidal. Se ve que la rotación del complexor, es dependiente del tiempo. Un complexor (que representa una tensión o una corriente) que se obtiene de una cantidad sinusoidal variable en el tiempo, se conoce con el nombre de fasor; luego, el segmento OA de la figura antes mencionada, es un fasor.

Un circuito de C.A. se analiza generalmente en términos de las relaciones entre fasores que representan las varias cantidades físicas, como tensiones y corrientes. Estas tienen la misma frecuencia angular, y entre los fasores no existen movimientos relativos, por lo tanto éstos pueden exhibirse en diagramas instantáneos estacionarios, sin considerar la rotación angular común.

Dichos diagramas se llaman diagramas fasoriales.

Un fasor se indica de la misma manera en que se indica un vector, es decir, agregando un punto, un guión o una pequeña flecha sobre el símbolo de la magnitud, según se acostumbre.

En las consideraciones iniciales sobre el tema de la C.A. se ha establecido que una cantidad alterna es de la forma

$$i = I_m \cdot \text{Sen} (\omega.t)$$

De esto se infiere que para $i = 0$, $t = 0$ y viceversa. Sin embargo es muy posible que cuando $t = 0$ la cantidad tenga cierto valor.

Se supone que cuando $t = 0$, $i = I_m \cdot \text{Sen} \alpha$ La expresión general entonces se modifica para hacerse

$$i = I_m \cdot \text{Sen} (\omega.t + \alpha)$$

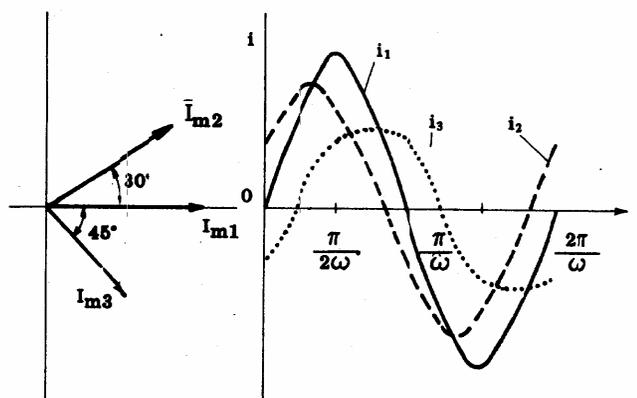
El ángulo φ , que establece la posición del fasor para cada valor instantáneo de la cantidad que se considera, se conoce como el ángulo de fase y si los valores instantáneos de dos cantidades forman el mismo ángulo en el mismo instante, se dice que están en fase. El ángulo α se llama ángulo de diferencia de fase o de desfase entre dos cantidades y se presenta cuando dos cantidades, al pasar por el mismo instante, tienen diferentes valores instantáneos correspondientes.

Los gráficos de las figuras 6 ilustran la relación entre la expresión anterior y las ondas correspondientes

$$i_1 = I_{m1} \cdot \text{Sen} (\omega.t)$$

$$i_2 = I_{m2} \cdot \text{Sen} (\omega.t + \pi/6)$$

$$i_3 = I_{m3} \cdot \text{Sen} (\omega.t - \pi/4)$$



graf. 6 Corrientes sinusoidales de la misma frecuencia

El diagrama de la figura 6 está dibujado para $t = 0$. Es admisible dibujar tres fasores en un diagrama porque todos tienen la misma frecuencia angular.

En lugar de dibujar el diagrama fasorial en una escala apropiada para los valores máximos, puede dibujarse en una escala apropiada a los valores eficaces, porque existe una relación fija entre los valores máximos y los eficaces. Los diagramas dibujados con valores eficaces se dibujan generalmente en la misma posición que los diagramas de fasores instantáneos, para $t = 0$.

Debe tenerse en cuenta que sólo los diagramas fasoriales instantáneos pueden hacerse rotar para producir los correspondientes gráficos de la onda. Los diagramas de valor eficaz no deben hacerse girar con ese propósito, ya que solamente muestran los valores eficaces de las cantidades alternadas. Los diagramas fasoriales en realidad son diagramas de complejos, pero como los valores eficaces están íntimamente relacionados con los valores máximos, se ha vuelto práctica general, el uso del término diagrama fasorial aplicado a los diagramas de valores eficaces.

Esta íntima relación supone las siguientes condiciones:

1. Los ángulos de desfase entre los fasores en el diagrama fasorial indican el orden en que las distintas cantidades alcanzan el valor máximo. En la figura 6, este orden es $\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}_3, \dots, \dot{i}_n$
2. Como \dot{i}_2 alcanza su valor máximo, o de pico, antes que \dot{i}_1 , e \dot{i}_3 se dice que adelanta a cada uno de los otros fasores. De modo igual, \dot{i}_1 se adelanta a \dot{i}_3 . Nótese que \dot{i}_2 adelanta a \dot{i}_1 de 30° , e \dot{i}_2 adelanta a \dot{i}_3 de 75° . Igualmente \dot{i}_1 adelanta a \dot{i}_3 de 45°
3. Como \dot{i}_3 alcanza su valor máximo después que \dot{i}_1 e \dot{i}_2 , se dice que atrasa de cada uno de los otros. Igualmente \dot{i}_1 atrasa de \dot{i}_2 . Nótese que \dot{i}_3 atrasa de \dot{i}_2 de 75° e \dot{i}_3 atrasa de \dot{i}_1 de 45° . También \dot{i}_1 atrasa de \dot{i}_2 de 30°
4. El ángulo de desfase permite que sean determinados los espacios de tiempo entre los valores de pico.

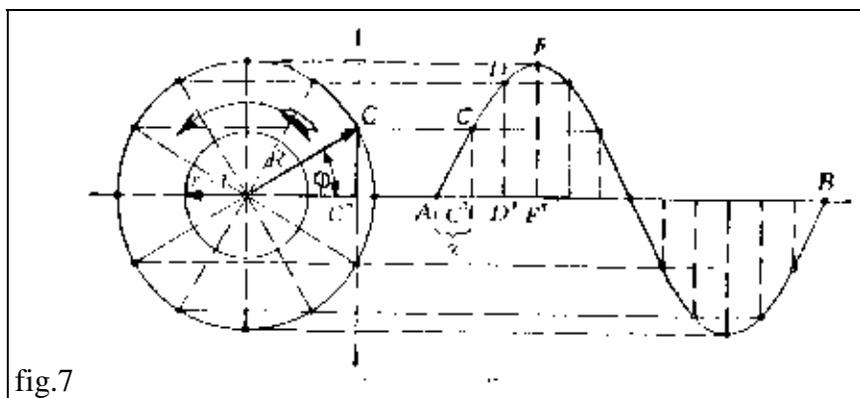
Así \dot{i}_2 adelanta a \dot{i}_3 de

$$\frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}}{\omega} = \frac{5\pi}{12\omega} \text{ segundos}$$

En cada caso la información se extrae de uno u otro diagrama, aunque los valores de arriba son los de los fasores del valor eficaz. Aunque en la discusión anterior se han utilizado las corrientes, los argumentos empleados pueden ser bien aplicados a cualquier otra cantidad alternada. En el análisis de las redes eléctricas el ángulo α es generalmente la diferencia de fase entre la tensión y la corriente.

ADICIÓN DE TENSIONES E INTENSIDADES ALTERNAS

Un circuito de alterna pueden coexistir con las tres clases de elementos antes mencionados, sí al mismo tiempo comprende resistencias inductivas, capacitivas y resistencias libres de inducción y de capacidad.



Ahora se procederá ver cómo se realiza la adición y sustracción de las magnitudes alternas (intensidades o tensiones). Estas operaciones se realizan, como ya hemos dicho, con la mayor sencillez cuando se trata de corriente continua, puesto que basta entonces sumar algebraicamente las magnitudes

en cuestión. También hemos dicho que tratando de corrientes alternas tiene aplicación la misma regla, pero sólo para los valores instantáneos actuantes en el mismo momento.

A este respecto pueden ocurrir dos casos: que las tensiones (o intensidades) pasen simultáneamente por los valores nulos y máximos, en cuyo caso se dice que las tensiones (o intensidades) están en fase, o que pasen por los respectivos valores nulos o máximos en tiempos diferentes, en cuyo caso se dice que las magnitudes consideradas están desfasadas o que presentan una diferencia de fase, y que una de las tensiones está en avance o con retardo con relación a la otra.

Unos medios auxiliares muy importantes para el cálculo de los circuitos de corriente alterna es decir, para adicionar las tensiones e intensidades de esta clase, son el llamado radio vector y los diagramas fasoriales .-

INTENSIDADES Y TENSIONES EN FASE

Las dos tensiones E_1 y E_2 que actúan en un mismo circuito, nos las podemos imaginar, igual que antes, generadas por el movimiento de dos alambres a lo largo de las dos trayectorias de radios $E_{1\text{máx}}$ y $E_{2\text{máx}}$ (fig. 8). Si ambos alambres están situados sobre el mismo radio, entonces están en fase las tensiones engendradas en ellos, puesto que pasarán en los mismos momentos por sus valores nulos y por sus valores máximos. Los dos radios vectores forman siempre con el eje el mismo ángulo.

Y como, además, las longitudes de los radios representan en una determinada escala los valores máximos de las tensiones E_1 y E_2 , los valores instantáneos en un momento determinado son:

$$e_1 = E_{1\text{máx}} \text{ Sen } (\omega t) \quad \text{y} \quad e_2 = E_{2\text{máx}} \text{ Sen } (\omega t).$$

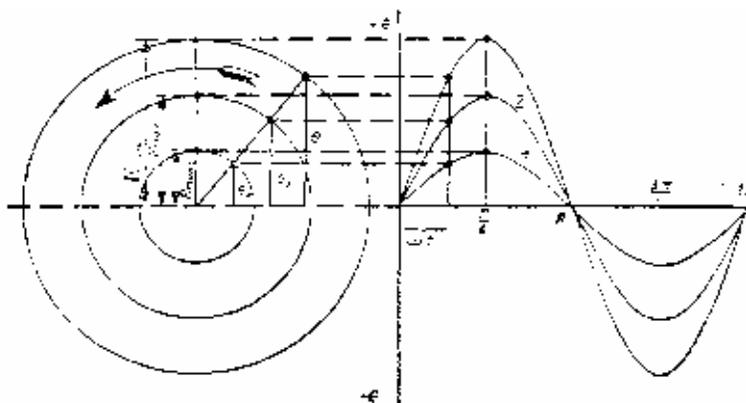
Por consiguiente, tenemos para valor instantáneo de la tensión total

$$e = e_1 + e_2 = E_{1\text{máx}} \text{ Sen } (\omega t) + E_{2\text{máx}} \text{ Sen } (\omega t).$$

$$e = (E_{1\text{máx}} + E_{2\text{máx}}) \text{ Sen } (\omega t).$$

La suma $(E_{1\text{máx}} + E_{2\text{máx}})$ constituye a su vez el valor máximo $E_{\text{máx}}$ de la tensión resultante. Se tiene así la sencilla proposición de que la suma de dos o más tensiones en fase se consigue sin más que adicionar sus valores máximos. Y como los valores eficaces sólo se diferencian de los máximos en el factor $\sqrt{2}$, esta proposición es válida también para aquéllos.

FIG. 8. Adición de tensiones alternas (diagrama vectorial)



La figura 8 es la representación gráfica de las tres tensiones $E_{1\text{máx}}$ y $E_{2\text{máx}}$ y $E_{\text{máx}}$. El valor instantáneo de la tensión total es igual a la suma de los instantáneos de las tensiones parciales e_1 y e_2

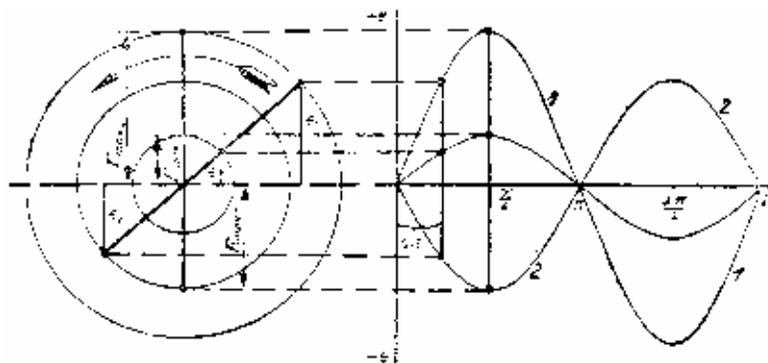


FIG. 9. Sustracción de tensiones en fase

El examen de las tres curvas corrobora que las tres tensiones tienen siempre el mismo signo, haciéndose al mismo tiempo positivas o negativas, que las tres pasan simultáneamente por el eje de abscisas, es decir, cambian simultáneamente de dirección, y, en fin, que las tres alcanzan sus respectivos máximos $E_{1\text{máx}}$ y $E_{2\text{máx}}$ y $E_{\text{máx}}$ en el mismo momento.

Lo mismo que para las tensiones rige también para las intensidades. En las ramificaciones de corriente tiene aplicación la primera Ley de Kirchhoff, según la cual, la suma de las corrientes que afluyen es igual a la suma de las que se alejan, lo que puede expresarse también diciendo que en un nudo la suma algebraica de todas las corrientes es igual a cero. Esta regla es aplicable, tratándose de corrientes en fase, tanto a los valores instantáneos como a los valores máximos y a los eficaces. Se deduce, pues, que la adición de las intensidades tensiones en fase se lleva a cabo de igual modo que en corriente continua. Puesto que los instrumentos de medida para corriente alterna marcan siempre y únicamente valores eficaces, son éstos los que generalmente se suman

Exactamente lo mismo es aplicable para la sustracción de tensiones e intensidades alternas. En la figura 9 vemos el diagrama vectorial de dos tensiones alternas desfasadas 180° , y que se trata de restar una de otra. A la derecha, en la representación senoidal, vemos de nuevo que la tensión resultante $E_{\text{máx}}$ es igual a la diferencia de las tensiones parciales $E_{1\text{máx}}$ y $E_{2\text{máx}}$ es decir,

$$E_{\text{máx}} = E_{1\text{máx}} - E_{2\text{máx}}$$

Corrientes y tensiones desfasadas

Si consideramos una vez más como generadores de corrientes alternas dos alambres 1 y 2 que se mueven alrededor del mismo centro siguiendo trayectorias circulares dentro de un campo magnético homogéneo, pero de tal modo que sus radios respectivos no coincidan ni en magnitud ni en dirección, formando entre ellos un ángulo Φ , entonces las fuerza electromotriz inducidas en ellos no tienen igual fase, es decir, no pasan simultáneamente por sus valores nulos o máximos. Con el sentido de rotación que señala la fig. 10, la f.e.m. E_2 está retrasada, o desfasada en retardo, en el ángulo Φ con respecto a la f.e.m. E_1 . A semejanza de antes, obtenemos el diagrama vectorial de ambas tensiones prescindiendo de la representación del campo magnético, dibujando ambos radios E_1 y E_2 , como indica la figura 10, o sea, formando entre ellos el ángulo constante Φ . El sentido de giro se supone siempre que es el contrario al de las agujas de un reloj.

Dibujando las curvas de ambas tensiones E_1 y E_2 , tenemos la parte derecha de la figura 10. El ángulo de desfase Φ está en ella sustituido por la separación entre los puntos en que cada una de ellas corta el eje de abscisas o por la separación entre dos máximos vecinos.

Para ello se ha dividido la longitud del período T en 360 partes iguales, supuesto que el ángulo Φ viene dado asimismo en grados sexagesimales.

La adición de estas dos tensiones alternas puede llevarse a cabo de tres modos distintos:

1. En primer lugar por cálculo. Los valores instantáneos de las dos tensiones vienen dados por las funciones periódicas

$$e_1 = E_{1\text{máx}} \cdot \text{Sen } \omega t \quad \text{y} \quad e_2 = E_{2\text{máx}} \cdot \text{Sen } \omega t$$

en donde el ángulo φ debe estar expresado en radianes. Ahora bien, es posible demostrar que la suma de las dos funciones periódicas e_1

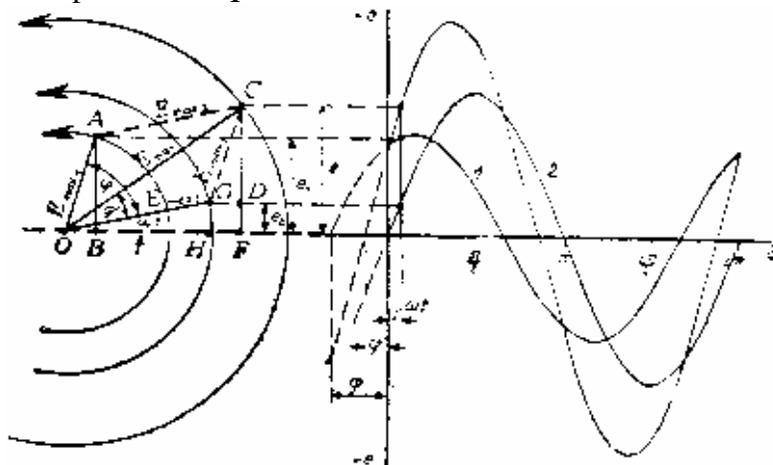


FIG. 10. Diagrama vectorial de tensiones alternas desfasadas

y e_2 constituye otra función periódica de la misma frecuencia pero de distinta amplitud. Se obtiene

$$e = e_1 + e_2 = E_1 \text{ Sen } \omega t + E_2 \text{ Sen } (\omega t + \varphi)$$

$$e = E_1 \text{ Sen } \omega t + E_2 \cdot \text{Sen } \omega t \cdot \text{Cos } \varphi + E_2 \text{ Cos } \omega t \text{ Sen } \varphi$$

$$e = (E_1 + E_2 \text{ Cos } \varphi) \text{ Sen } \omega t + (E_2 \text{ Sen } \varphi) \text{ Cos } \omega t$$

Los factores del segundo miembro encerrados entre paréntesis son constantes y pueden escribirse del siguiente modo:

$$E_1 + E_2 \text{ Cos } \varphi = E \text{ Cos } \varphi'$$

$$E_2 \text{ Sen } \varphi = E \text{ Sen } \varphi'$$

en donde E y φ' son igualmente números constantes. El valor E se encuentra elevando al cuadrado y sumando las dos igualdades anteriores, obteniendo, en consideración a ser: $\text{Cos}^2 \varphi + \text{Sen}^2 \varphi = 1$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\text{Cos}\varphi} \quad (\text{formula 1})$$

Llevando los valores $E \text{ Sen } \varphi'$ y $E \text{ Cos } \varphi'$ a las fórmulas sumatorias, tenemos

$$e = E (\text{Cos } \varphi' + \text{Sen } \omega t + E_2 \text{ Sen } \varphi' \cdot \text{Cos } \omega t)$$

$$e = E \text{ Sen } (\omega t + \varphi')$$

La tensión resultante es, pues, a su vez otra función senoidal de amplitud E dada por la fórmula 1, y desfasada del ángulo φ' respecto de la tensión E_2 , el cual en general es poco considerable.

Un caso especial es aquel en el cual es el desfase $\varphi = 90^\circ$, y por lo tanto, $\text{Cos } \varphi = 0$, resultando para la tensión total, en virtud de la fórmula 1,

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

2.. Por adición gráfica de los valores instantáneos parciales. Las curvas 1 y 2 (fig. 10, parte derecha) representan el curso de las tensiones alternas a sumar. La curva resultante se obtiene sumando algebraicamente dos a dos los valores instantáneos actuantes en cada momento. Se ve que su paso por el eje de abscisas se verifica entre los correspondientes a las tensiones parciales. Este modo de operar es incómodo y lento.

3. Por medio del diagrama vectorial. constituye el método más sencillo, siendo por esto el más empleado. En la figura 10, vemos que la suma de los valores instantáneos e_1 y e_2 de las tensiones parciales

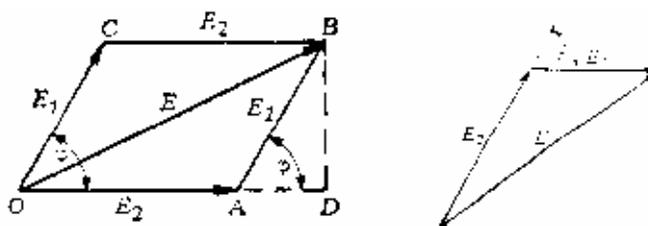


Fig., 11. Diagrama vectorial fig. 12. Triángulo de tensiones

E_1 y E_2 es igual a la longitud de la proyección vertical del vector E , que se obtiene como diagonal del paralelogramo formado por los dos vectores E_1 y E_2 . Tenemos, pues, de nuevo que es precisamente el valor instantáneo de la tensión suma $E_1 + E_2$.

$$e = e_1 + e_2$$

Así, pues, la mentada diagonal es el radio vector de dicha suma o tensión resultante. Prescindiendo de las líneas auxiliares de la figura 10, se obtiene la figura 11 como solución gráfica de la adición de ambas tensiones alternas, o bien la figura 12 aún más sencilla. La posición de los dos vectores $E_1 + E_2$ es aquí, naturalmente, indiferente como tal de que el ángulo ϕ que forman entre sí sea el debido. Según la fig. 12, se encuentra la tensión resultante E como línea de cierre del triángulo formado por los dos vectores E_1 y E_2 . La longitud de ese tercer lado viene dada por el teorema del coseno, de Trigonometría, en fórmula que concuerda con la encontrada por cálculo anteriormente

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos(180 - \phi)}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\phi} \quad (\text{fórmula 1}).$$

De un modo semejante podremos adicionar cuantas tensiones alternas queramos, siempre que conozcamos los ángulos ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 , etc., que forman entre sí un polígono vectorial, La construcción puede simplificarse dibujando un polígono cuyos lados concuerden, tanto en longitud como en dirección, con los diferentes vectores de tensión. Es indiferente el orden que se siga para dibujando los distintos vectores, de esta forma obtenemos la resultante, que es coincidente con los otros diagramas vectoriales o fasoriale .-

CALCULO DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA

Primero hemos aplicado la Ley de Ohm y las reglas de Kirchhoff en circuito de corriente continua, y era posible llegar al conocimiento de las intensidades v de las tensiones en cada una de las resistencias, por complicadas que fuesen las ramificaciones que éstas formaran. El cálculo resultaba allí tanto más sencillo cuanto que se trataba de valores constantes y que las tensiones y fuerza electromotriz, actuantes en cada circuito, tan pronto eran dadas, podían sin más comenzar los cálculos. Tratándose de circuitos de corriente alterna el caso es distinto, cierto que también aquí se presentan conexiones en serie o en paralelo de las diversas resistencias y que puede aplicárseles las mismas reglas que a los circuitos de corriente continua. Sin embargo, en los de alterna hay que considerar, además, que debido a los efectos de inducción a que da lugar esta clase de corriente, nacen nuevas fuerza electromotriz capaces de modificar profundamente la relación entre las tensiones externas aplicadas y las intensidades que resultan en los conductores. La inducción mutua entre dos o más circuitos envueltos por un mismo campo magnético o eléctrico, puede dar lugar también a nuevas fuerzas electromotrices, muy de tener en cuenta para el cálculo de la intensidad y de la tensión. En resumen, que el cálculo de los circuitos de alterna no es tan sencillo como el de los de continua, lo que ha impulsado a idear diferentes métodos tendientes a simplificar todo lo posible ese cálculo. A este respecto conviene distinguir distintos casos:

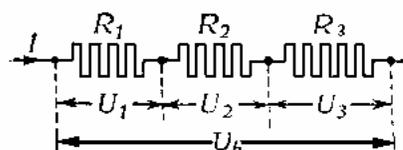
1. Circuitos sin campos magnéticos ni eléctricos (circuitos libres de inducción).
2. Circuitos con campos magnéticos (circuitos inductivos).
3. Circuitos con campos eléctricos (circuitos capacitivos)
4. Circuitos con campos de ambas clases (circuitos oscilantes)
5. Circuitos acoplados magnética o eléctricamente.

1) Circuitos no inductivo

El caso mas sencillo es el de circuitos de corriente que no dan lugar a la formación de campos magnéticos ni eléctricos. Rigurosamente hablando, tales circuitos no existen, puesto que todo conductor por el que circula una corriente crea siempre a su alrededor un campo magnético, y puesto que entre dos puntos entre los cuales reina una tensión eléctrica, se forma asimismo siempre un campo eléctrico.

Sin embargo, los campos magnéticos que engendran las resistencias no inductivas son tan pequeños que sólo provocan efectos de inducción sensibles cuando la intensidad de la corriente varía con mucha rapidez, como ocurre, por ej., en la Técnica de alta frecuencia.- En la Técnica de la corriente fuerte lo usual son frecuencias de 50 Hz ; con ellas, e incluso con las de varios miles de hertzios que se alcanzan en la Técnica de baja frecuencia, las resistencias en cuestión pueden considerarse efectivamente como completamente libres de inducción También tratándose de conductores paralelos de gran longitud, por el de canalizaciones a larga distancia, pueden los campos magnéticos tener una cierta influencia sobre el curso de la corriente. Por medio ciertas precauciones, por ej., por torsión de los conductores forman cables o por cruzamientos de trecho en trecho en las canalizaciones aéreas, es posible reducir esta influencia en una cierta medida. También la capacidad de las canalizaciones de gran longitud formadas por conductores paralelos, puede en algunas circunstancias e incluso con frecuencia medias, originar en los circuitos ciertos fenómenos que ejercen una sensible influencia en el curso de la corriente.

Si un circuito consta únicamente de resistencias R_1 , R_2 , R_3 , libres de inducción, capacidad, conectadas en serie (fig. 13), con las tensiones en cada una de ellas así como la U_b , pasan en el mismo momento por sus valores nulos y máximos, es decir, están en fase. Su suma se obtiene aplicando las normas dadas anteriormente para la adición de tensiones en fase, teniendo para los valores máximos la igualdad



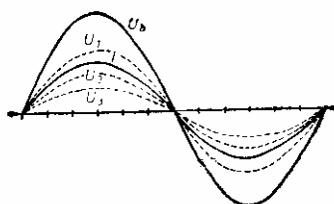
$$U_{b\text{máx}} = U_{1\text{máx}} + U_{2\text{máx}} + U_{3\text{máx}}$$

FIG. 13 . Conexión en serie de resistencias no inductivas

y para los valores eficaces.

$$U_b = U_1 + U_2 + U_3$$

Como la intensidad en todo momento es proporcional a la tensión y en el circuito no actúan otras tensiones, existe también igualdad de fase entre la intensidad y cada una de las tensiones, es decir que cuando a tensión se anula o pasa por su máximo, la corriente a su vez se anula o pasa por su máximo. En la figura 14 vemos las curvas representativas de las distintas tensiones y de la intensidad. Aún mayor sencillez ostenta el diagrama vectorial (fig. 15), donde vemos que todas los vectores de corriente y de tensión coinciden en dirección



Curvas de tensiones en fase con la corriente

FIG. 14.

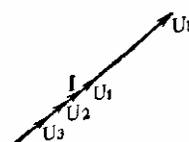


Diagrama vectorial de varias tensiones en fase

FIG. 15

Lo anterior es aplicable también a la conexión en paralelo de varias resistencias no inductivas fig.16 Las corrientes de las diversas ramas están en fase entre sí con la corriente total y con la tensión U aplicada. Encontraremos, pues, tanto el valor máximo como el eficaz de la corriente total, por simple adición de los correspondientes valores de las corrientes parciales, así:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Los circuitos de alterna libres de inducción no se diferencian, pues, en nada de los de corriente continua, e incluso la resistencia total se obtiene en los en serie por simple adición de las resistencias parciales, o sea,

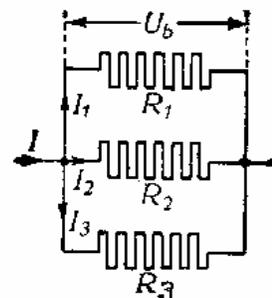
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

conexión serie

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots$$

conexión paralelo

FIG.16



Conexión en paralelo de resistencias no inductivas

2) Circuito Inductivos Puros

Supongamos ahora un circuito, desprovisto totalmente de resistencia R , pero que, en cambio, tenga un gran coeficiente de autoinducción L , (por ej.: una bobina de muchas espiras de un alambre bastante grueso, tal que su resistencia podamos considerarla nula, en tanto que crea un intenso campo magnético.)

A toda variación de corriente corresponde en la misma medida o proporción en el campo mag., el cual, en virtud de las Leyes de la inducción da nacimiento en las espiras de la bobina a una fuerza electromotriz de autoinducción tanto más intensa cuanto más rápida sea la variación de la corriente

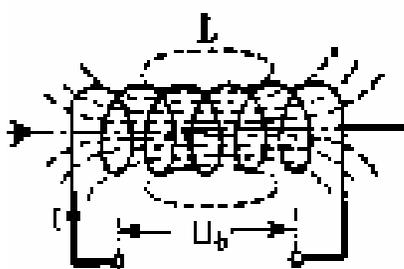


FIG. 17. circuito inductivo puro

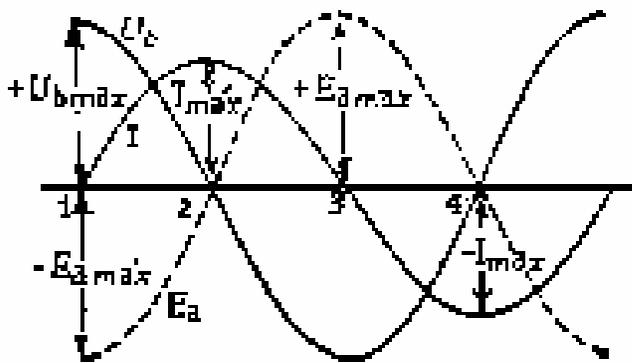


FIG. 18. Curvas de corriente y tensión correspondientes a la figura 17

y cuyo sentido es siempre tal que se opone a la citada variación. Mientras aumenta la corriente actúa en contra de ella y tiende a impedir este aumento. Si, por el contrario, la intensidad de la corriente disminuye, entonces actúa en la dirección de ésta y tiende a impedir su disminución.

En la figura 17, una bobina de esta naturaleza está conectada en los bornes de un generador de corriente alterna de tensión constante U_b . En estas condiciones circula por la bobina una corriente alterna de intensidad I representada en la figura 18 por la curva senoidal I . Cuando la corriente aumenta, o sea, a partir del momento 1, nace, según lo antes dicho, una fuerza electromotriz de autoinducción en las espiras de la bobina, la cual actúa en sentido opuesto a la corriente y, por consiguiente, sí ésta, como está dibujado, aumenta en sentido positivo, tiene a su vez una dirección negativa. En el momento de la más fuerte variación de corriente, que corresponde a cuando la curva alcanza mayor inclinación, la fuerza electromotriz de autoinducción alcanza su máximo valor, cosas que ocurren precisamente en el momento 1. Ese valor es $E_{a\text{máx}}$ y está representado en la figura 18 hacia abajo, es decir, en la región de los valores negativos. Aumentando la intensidad aumenta ciertamente también el campo magnético, pero este aumento va siendo cada vez más pequeño hasta reducirse a 0 (cero) en el momento 2, correspondiente al valor máximo $I_{\text{máx}}$ de la intensidad. El campo permanece ahora un corto tiempo constante, y como los efectos de inducción no dependen del

valor absoluto de dicho campo, sino de la velocidad con que varía, tenemos que en el momento 2 la fuerza electromotriz de autoinducción ha de ser nula. Ha pasado, pues, del valor $E_{a\text{ máx}}$ al valor 0 (cero). A partir de 2 comienza la disminución de la corriente, y al mismo tiempo, por lo tanto, la de su campo magnético, naciendo en las espiras de la bobina una nueva fuerza electromotriz de autoinducción que ahora se opone a esa disminución de la corriente y tiende, en consecuencia, a mantenerla invariable. Para esto necesita tener ahora igual dirección que la corriente, ser positiva como ella, volviendo a alcanzar su máximo valor $+ E_{a\text{ máx}}$ en el momento en que la variación de la corriente es más aguda, esto es, en el momento 3 en el que precisamente se anula.

A partir de ahora la intensidad de la corriente vuelve a crecer, pero en sentido negativo; de nuevo la fuerza electromotriz de autoinducción se opone a ese crecimiento, conservando para ello valor positivo, sí bien, en disminución, tanta más cuanto más se acerca la corriente a su máximo negativo, y anulándose al alcanzarse éste en el momento 4.

Finalmente, vuelve la corriente a regresar a 0 (cero), y la fuerza electromotriz de autoinducción opera en este intervalo en la propia dirección de aquélla, toma, pues, valores negativos y alcanza el máximo de esta clase cuando la corriente se anula a su vez. A partir de aquí todo el proceso se reproduce.

Observamos en el proceso anterior cómo la fuerza electromotriz de autoinducción pasa por sus valores máximos cuando la corriente es nula, y se anula a su vez cuando la corriente pasa por un máximo. Total, que entre la f. e. m. de autoinducción y la corriente existe un desfase de 90° ó $\frac{1}{4}$ de período. Ahora bien, para que la corriente pueda, por ej., en el momento 1, crecer a pesar de que en el mismo momento actúe la f.e.m. antagonista $- E_{a\text{ máx}}$ es preciso que la tensión de bornes sea capaz de crear corriente no obstante esa acción contraria. Como el circuito lo hemos supuesto a priori exento de resistencia, se desprende que la tensión de bornes U_b debe tener un valor exactamente igual al de la fuerza electromotriz de autoinducción, pero en dirección contraria.

Así, pues, el curso de dicha tensión de bornes es una curva U_b simétrica, con relación al eje de abscisas, de la curva de la f.e.m. de autoinducción E_a (fig. 18). También esa curva está desfasada 90° o $\frac{1}{4}$ de período de la curva de corriente, pero con la diferencia de que va en avance con respecto a ésta, es decir, alcanza sus valores máximos $\frac{1}{4}$ de período antes de que la intensidad alcance los suyos de la misma clase. Decir que la tensión avanza sobre las corriente es lo mismo que decir que la corriente retrasa con respecto a la tensión. Este retraso puede explicarse también porque la autoinducción actúa como una inercia semejante a la de las masas, y da lugar, por consiguiente, a un retraso de efecto (corriente) con respecto a la causa (tensión)

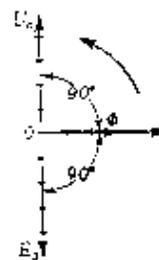


fig 19

El diagrama vectorial de este circuito lo representa la figura 19.

El vector de intensidad es el OI . El de la f. e. m. de autoinducción retrasa 90° con respecto al anterior y viene dado en OE_a en una determinada escala de tensión. El vector $O U_b$ de la tensión de bornes está a su vez desfasado 180° con relación al de la f. e. m. de autoinducción y tiene el mismo valor. También el campo magnético alterno puede representarse vectorialmente, y como está en fase con la intensidad se representará por una línea $O\phi$ en la misma dirección que ésta :

Según Faraday la fuerza electromotriz de auto inducción, ya hemos $e_a = -N \frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$

dicho que esta última es cuantitativamente igual a la f.e.m. de autoinducción cuyo valor instantáneo es a su vez, según las Leyes de la inducción . La tensión de bornes tiene, pues, en cada momento, este mismo valor, pero como, por otra parte, está dirigida en dirección contraria, la expresión de su valor instantáneo será

$$U_b = L \frac{di}{dt}$$

Si la corriente sigue un curso instantáneo es perfectamente senoidal, su valor

$$i = I_{\text{máx}} \text{ Sen } \omega t \quad (\text{PAG. N}^\circ 8)$$

luego su derivada o cociente diferencial vale $U_b = L \frac{d(I_{\text{max}} \cdot \text{Sen } \omega t)}{dt}$

$$U_b = L I_{\text{máx}} \omega \text{ Cos } (\omega t) = L I_{\text{máx}} \omega \text{ Sen } ((\omega t) - 90^\circ)$$

Esta fórmula nos dice claramente que entre la tensión de bornes y la intensidad existe también un desfase. Cuando la función senoidal toma su máximo valor $\text{Sen}((\omega t) - 90^\circ) = 1$, entonces la tensión de bornes toma también el suyo

$$U_{b\text{máx}} = I_{\text{máx}} \omega L$$

Del mismo modo encontramos para el valor eficaz de la tensión de bornes, siendo I el valor eficaz de la corriente,

$$U_b = I \cdot \omega L$$

de donde, a su vez, la intensidad viene expresarla por :

$$I = \frac{U_b}{\omega \cdot L} = \frac{U_b}{X_L}$$

Vemos como este circuito de corriente alterna es semejante a la Ley de Ohm, en donde el denominador X_L es designado con el nombre de reactancia inductiva. Ésta viene a ser una resistencia especial que no tiene nada que ver con la resistencia en corriente continua R, dependiente, como sabemos, de la sección y de la longitud del hilo, y cuya resistencia la hemos supuesto igual a 0 (cero) en nuestro caso. La reactancia es una magnitud genuina de la corriente alterna. Es tanto más pequeña cuanto menor la pulsación ω , anulándose con ella (corriente continua). A medida que aumenta la frecuencia aumenta ella también. Si la bobina que hemos supuesto exenta de resistencia la conectásemos a una tensión continua, se produciría un corto circuito, la corriente se haría infinitamente grande. En cambio, conectándola a una tensión alterna, la corriente, también alterna, que resulta es tanto menor cuanto más elevada la frecuencia.

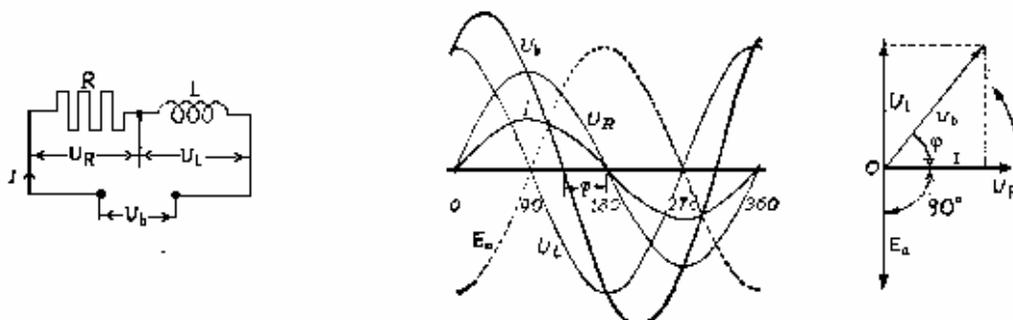
c) Circuito con Resistencia Y Autoinducción

Un circuito de alterna sin resistencia propiamente dicha, sólo es posible teóricamente, pues en la práctica toda bobina posee junto a su coeficiente de autoinducción L , una cierta resistencia condicionada a la longitud, a la sección y a la naturaleza del alambre. Así, en el circuito de la fig. 20. intervienen, tanto la resistencia representada por el símbolo R , como la reactancia $X_L = \omega L$.

circuito R-L fig 20

Curvas de corriente y tensión- fig 21

. Diagrama vectorial fig.22



Se necesitan, por consiguiente, dos tensiones para el vencimiento de estas dos resistencias, a saber, una para la resistencia llamada por ello tensión o caída óhmica, y otra para vencer la reactancia, que se llama a su vez tensión o caída reactiva. En cuanto a la caída óhmica, sus valores, con arreglo a la Ley de Ohm, son:

Valor instantáneo $U_R = i \cdot R$
 Valor máximo $U_{\text{máx}} = I_{\text{máx}} R$
 Valor eficaz $U_R = I \cdot R$

La caída reactiva (inductiva) tiene, por su parte, los siguientes:

Valor instantáneo	$U_L = L \frac{di}{dt}$
Valor máximo	$U_{m\acute{a}x} = I_{m\acute{a}x} XL = I_{m\acute{a}x} \omega L$
Valor eficaz	$U_L = I XL = I \omega L$

La caída óhmica U_R está en fase con la corriente, mientras que la caída inductiva está en avance 90° con respecto a esa misma corriente. figura 21 . La curva I es la intensidad, la U_R en fase con la intensidad, es la tensión óhmica, y la curva U_L en avance $\frac{1}{4}$ de período respecto de la intensidad, es la tensión reactiva. Las dos tensiones se componen por adición algebraica de sus valores instantáneos para dar la tensión total de bornes U_b .

La adición de los valores instantáneos tomados de las curvas es incómoda y lenta; mucho más sencillo es hacer uso del ya conocido diagrama vectorial (fig. 22). I es el vector de intensidad; en fase con éste se dibuja el vector U_R de la tensión óhmica, y 90° en avance el vector U_L de la tensión reactiva. Las dos tensiones U_R Y U_L dan como resultante el vector de la tensión de bornes U_b .

Los vectores U_R y U_L pueden representar lo mismo los valores máximos que los valores eficaces de ambas tensiones, pero en el caso de representar estos últimos corresponden a una escala ampliada en una determinada proporción.-

Vemos, por consiguiente, que el valor instantáneo de la tensión total es la suma algebraica de los valores instantáneos U_R Y U_L de las tensiones respectivas, suma algebraica que no puede realizarse, en cambio, ni para los valores máximos ni para los eficaces, los que más bien deben componerse con arreglo al diagrama vectorial (fig. 22). Este modo de componer las magnitudes vectoriales se llama adición vectorial o adición geométrica.

Según el diagrama vectorial, la tensión de bornes U_b se deduce de las tensiones U_R Y U_L mediante la fórmula

$$U_b = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

El vector de la tensión de bornes forma con el de la corriente y con el de la tensión óhmica, ya que estos dos últimos coinciden, el ángulo ϕ , denominado ángulo de diferencia de fase o de desfase, y cuyo papel en el calculo de los circuitos de corriente alterna es muy importante. Del diagrama se deduce

$$\cos\phi = \frac{U_R}{U_b} \quad \text{sen } \phi = \frac{U_L}{U_b} \quad \text{tg } \phi = \frac{U_L}{U_R}$$

Sustituyendo en la fórmula anterior U_R Y U_L por sus valores

$$U_R = I R$$

$$U_L = I .XL = I \omega L$$

entonces resulta la igualdad

$$U_b = \sqrt{I^2 R^2 + I^2 xL^2} \quad ; \quad U_b = \sqrt{I^2 (R^2 + XL^2)}$$

$$U_b = I \sqrt{R^2 + xL^2} \quad \text{despejando} \quad I = \frac{U_b}{\sqrt{R^2 + xL^2}} = \frac{U_b}{Z}$$

Obtenemos, pues, de nuevo la expresión de la Ley de Ohm, y al denominador lo denominamos impedancia o resistencia aparente del circuito de corriente alterna. La tensión de bornes, en consecuencia :

$$Z = \sqrt{R^2 + xL^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$“ U_b = I Z “$$

Dividiendo las tensiones U_R , U_L y U_b por el valor de intensidad, los vectores resultantes pasan a representar las resistencias R , X_L y Z , formando así un diagrama vectorial de impedancias. Luego las resistencias se pueden sumar vectorialmente a pesar de que no son vectores giratorios sino valores constantes (para una frecuencia dada). Por lo tanto se representa de la siguiente forma para el calculo de la resistencia gráficamente.(fig 23 y fig 24)

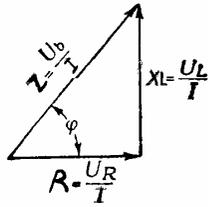
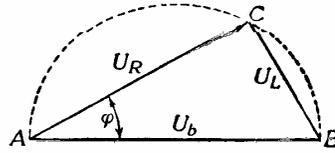


Diagrama vectorial de las resistencias
 fig 23



Curva lugar geométrico de una resistencia variable
 fig 24

del diagrama se deduce :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \qquad \text{sen } \varphi = \frac{X_L}{Z} \qquad \text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Generalmente la tensión eficaz de bornes U_b es constante, mientras que las tensiones U_R y U_L dependen de las resistencias, reactancia inductiva y de la frecuencia.-

