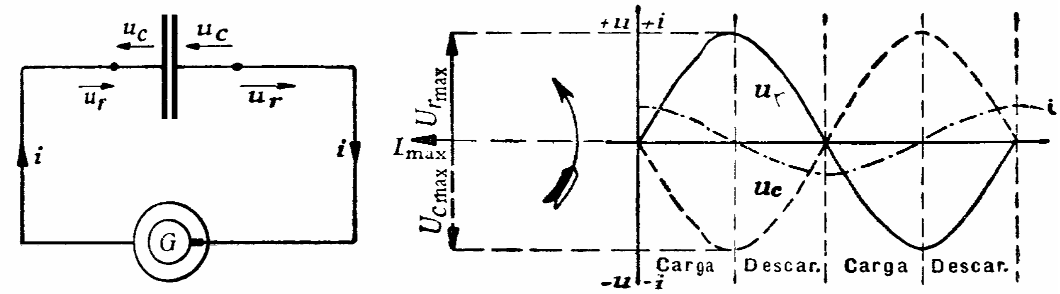
MODULO Nº 4
CAPACIDAD EN CORRIENTE ALTERNA

El condensador en el circuito de corriente alterna

Si condensador C de la figura 1 se une a un generador de tensión continua constante, por ej., a una batería de acumuladores B, fluirá una corriente de carga de una placa hasta la otra a través de la batería hasta que la tensión en el condensador Uc sea igual a la f. e. m. E de la batería.

fig 1



Durante 1a carga del condensador, su tensión es menor que la fuerza electromotriz de la batería en el valor de la pérdida de tensión en el circuito Si **i** es el valor instantáneo de la intensidad de corriente y R la resistencia del circuito, esto es, la resistencia de los conductores más la de la batería, el valor instantáneo de la tensión en el condensador será

$$Uc = E - i\,R$$

Se ha supuesto que la resistencia del material aislador contenido entre las placas del condensador es infinitamente grande.

El valor instantáneo **i** de la intensidad de la corriente varia en forma continua, y sólo puede considerarse como constante durante el tiempo muy corto dt. En este tiempo el condensador toma la cantidad de electricidad,

$$dq = i\,dt$$

debido a lo cual, su tensión aumenta **dUc**, cuando un condensador se conecta a los bornes de un generador de corriente alterna, la cantidad de electricidad es absorbida o rechazada alternativamente por cada placa del condensador. Existe, pues, una corriente alterna. aunque el circuito esté interrumpido por una capa aislante del condensador.

Si durante el tiempo dt sale de la armadura positiva del condensador la corriente **i** perderá la cantidad de electricidad :

$$dq = -\,i\,d\,t$$

el signo menos, por significar disminución. Durante este tiempo la tensión Uc en el condensador debida a las cargas de sus armaduras baja en la cantidad **dUc**. Siendo **C** la capacidad del condensador, tendremos

$$C = \frac{dq}{dUc}$$

Ahora bien,

$$dq = -i\ dt = C\ dUc$$

$$dUc = -\frac{1}{C}\ i\ dt$$

En caso de curva senoidal será, la siguiente: $i = I_{max}\ Sen\ (\omega t)\ dt$

Por lo tanto, se obtiene

$$dUc = -\frac{I_{max}}{C}\ Sen(\omega t)\ dt$$

$$Uc = \int -\frac{I_{max}}{C}\ Sen(\omega t)\ dt$$

$$Uc = \frac{I_{max}}{C\omega}\ Cos\ (\omega t)$$

en donde expresaremos **Uc** en voltios, I_{max} en amperios, **C** en Faradio , **t** en segundos y **f** en hertzios. El valor máximo de Uc va en avance 90° con relación al máximo de la corriente, como se deduce de las fórmulas anteriores. La tensión del generador de corriente alterna G es igual, pero de signo contrario, a la del condensador (fig. 1), donde las flechas puestas junto a las letras **i** se refieren al sentido técnico de la corriente durante la carga . La tensión en los bornes del generador de corriente, o sea, la que se aplica al condensador, se denomina tensión reactiva capacitiva o caída de tensión capacitiva, y se tiene:

$$Uc = -\ Ur$$

El valor máximo de la tensión reactiva capacitiva va retrasado 90° ,con relación al máximo de la corriente En las curvas de la figura 1 , puede verse que a medida que aumenta la tensión **Ur** la corriente disminuye, hasta que finalmente a la tensión U_{max} y la intensidad de la corriente **i** es nula, el condensador ha tomado la carga máxima a la tensión alterna correspondiente. Ahora comienza a bajar la tensión **Ur**, el condensador se descarga, la corriente aumenta en sentido contrario.

Cuando Ur = 0 el condensador se ha descargado; luego, la tensión **Ur**, aumenta en sentido contrario y el condensador se carga, también en sentido contrario. La intensidad de la corriente **i** tiene su valor máximo en el momento en que **Ur = 0** , disminuyendo de un modo continuo a medida que aumenta Ia carga, y así sucesivamente

La tensión del condensador es siempre en este proceso es igual a la tensión reactiva que tiene aplicada, pero dirigida en sentido contrario.

Resumiendo : "En una bobina, la corriente va adelantada 90° con relación a la f. e. m. de autoinducción y retrasada 90° con respecto a la tensión aplicada o caída de tensión inductiva. En un condensador, 1a corriente va retrasada 90° con relación al valor máximo de la tensión del condensador y adelantada 9()° con respecto a la tensión aplicada o caída de tensión capacitiva."

Si se hace $Cos(\omega t) = 1$, tendrá **Uc**, su valor máximo, siendo entonces

$$Uc_{max} = \frac{I_{max}}{C\omega}$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por $\sqrt{2}$, se obtendrán los valores eficaces

$$Uc = \frac{I}{C\omega} \qquad \text{y también} \qquad Ur = \frac{I}{C\omega}$$

de donde la intensidad de la corriente viene dada por

$$I = \frac{Ur}{\frac{1}{C\omega}} = Ur.C\omega$$

La tensión Ur,(tensión reactiva) es la tensión aplicada al condensador y puede medirse con un voltímetro.
La magnitud C se comporta como una resistencia, por lo que se llama resistencia reactiva capacitiva o reactancia capacitiva y se expresa en ohmios,
expresándose **Xc** en ohmios, **C** en faradios, y **f** en hertzios.

$$\boxed{Xc = \frac{1}{C\omega}}$$

Trabajo y potencia del campo eléctrico

El valor instantáneo de la tensión del condensador es **Uc** . Sus dos armaduras (placas metálicas) están unidas entre si por un material conductor; por consiguiente, circula de una armadura a otra una corriente, y el condensador se pierde durante el tiempo **dt** la cantidad de electricidad

$$dq = -i\,dt$$

El trabajo desarrollado (**dA**) durante el tiempo **dt** es :

$$dA = Uc.d\,q = -Uc\,.\,i\,.\,d\,t$$

Ahora bien :

$$-\,i\,dt = d\,q = C\,.\,d\,Uc$$

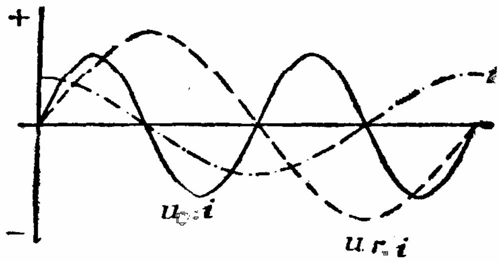
luego

$$dA = -Uc.\,C\,dUc$$

El trabajo suministrado durante la descarga desde la tensión Uc_{max} , la tensión cero es, pues,

$$A = \int_{Ucmax}^{0} -Uc\;C\;dUc = -C\left[\frac{U_c^2}{2}\right]_{Uc\,max}^{0} \qquad \text{resultando igual a} \qquad A = \frac{C\,U_{c\,max}^2}{2}$$

en donde expresaremos A en vatios-segundos o julios, C en faradios, y Uc_{max} ,en voltios.-
Este trabajo es la energía del campo eléctrico, y es desarrollado por el condensador, esto es, por su campo eléctrico durante la descarga (signo positivo). En el proceso de carga este trabajo se suministra al condensador para la formación del campo (en la integración se obtiene un signo negativo). fig. 2



Curva de la potencia de un condensador deducida de las de corriente y tensión fig. 2

Puesto que $\mathbf{Uc}_{\mathbf{max}} = \mathbf{-\ Ur}_{\mathbf{máx}}$, será también

$$\mathbf{A = \frac{C\ U^2_{r\,max}}{2}}$$

Este trabajo lo desarrolla. la maquina y, por lo tanto, se obtiene para la carga el signo positivo y para la descarga el negativo. Haremos notar expresamente que los signos se obtienen exclusivamente después de haber integrado y que nunca se pueden deducir de las fórmulas anteriores.

En el caso de corriente alterna, la máquina cede al condensador el trabajo **A** durante el primer cuarto de período de la tensión, originándose un campo eléctrico, mientras que en el cuarto de período siguiente el condensador se descarga el campo eléctrico desaparece y este devuelve a la máquina el trabajo. Con corriente alterna senoidal el valor eficaz será : $\mathbf{Ur = \frac{Ur_{max}}{\sqrt{2}}}$

siendo, por lo tanto, $\mathbf{A = C\ U^2_r}$

expresando A en voltios - segundo , C en faradios, y Ur en voltios

El valor instantáneo de la potencia que se comunica al campo durante la carga es **(-Uc i)**. El valor instantáneo de la potencia que cede la máquina durante la carga es (+ **Uc i)**. Por consiguiente,

-Uc i = + Ur i. En la descarga cambian los signos.

En medio periodo de la tensión, la suma de trabajos es igual a cero, y por lo tanto también la potencia media. No desaparece potencia alguna, sino que se traslada alternativamente de la máquina al condensador Sin tener en cuenta la significación física, se multiplica el valor eficaz de la tensión reactiva por el de la corriente y se obtiene

$$\mathbf{P_{rc} = Ur\ I}$$

Esta potencia se denomina potencia reactiva capacitiva, en contraposición potencia reactiva inductiva, y se indica igualmente en voltamperios reactivos (VAr) o kilo voltamperios reactivos (KVAr)

Conexión en serie y paralelo

La resolución de la asociación serie, paralelo y mixto en CC , fue desarrollada en un módulo anterior.-

Circuitos con resistencia, inductancia y capacidad

Todo circuito posee resistencia, inductancia y capacidad. Sin embargo, no siempre estas tres magnitudes ejercen un efecto sensible sobre la distribución de la intensidad y de la tensión. Así, por ej., una corriente continua constante es independiente de la inductancia y la capacidad (para el cálculo de circuitos de corriente continua). En las instalaciones de luz y fuerza de poca tensión e importancia puede también despreciarse en corriente alterna la capacidad (para el calculo de circuitos de alterna con resistencia e inductancia sin capacidad (módulo -8)

Conexión en serie RC en CA

Sean una resistencia R y un condensador C conectados en serie (figu-3), Entre los bornes b_1 y b_3 se aplica una tensión alterna Ub. Esta tensión da lugar a una corriente de valor máximo **Imax**

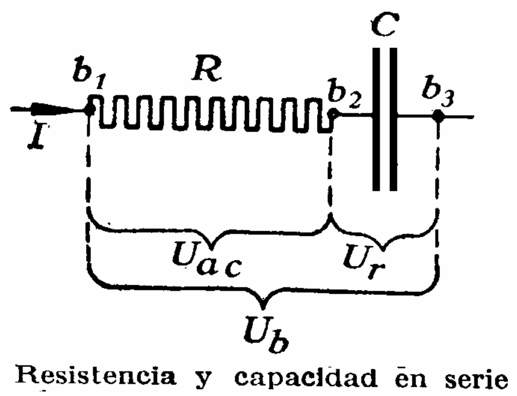


fig. 3

El valor máximo de la tensión activa es

$$Uac_{max} = I_{max} R$$

El valor máximo de la tensión reactiva es,

$$Ur_{max} = \frac{I_{max}}{C\omega} = I_{max} Xc$$

El vector de la tensión activa (fig. 4) tiene la misma dirección que el de la corriente; por el contrario, el vector de la tensión reactiva va retrasado 9O° con relación al de la corriente. El vector de la tensión en los bornes es la suma geométrica de la tensión activa y del de la tensión reactiva.

$$Ub_{max} = Uac_{max} + Ur_{max}$$

Lo mismo que con reactancia inductiva, el triángulo de tensiones es también rectángulo en el caso de tratarse de reactancia capacitiva (fig. 4), pero la tensión de bornes va retrasada con respecto a la intensidad o a la tensión activa, en el ángulo φ . Se tiene, pues,

$$Ub^2_{max} = Uac^2_{max} + Ur^2_{max}$$

y para los valores eficaces

$$Ub^2 = U^2_{ac} + U^2_r$$

El valor instantáneo Ub de la tensión en los bornes se la suma aritmética de los valores instantáneos simultáneos de la tensión activa Uac y de la tensión reactiva Ur

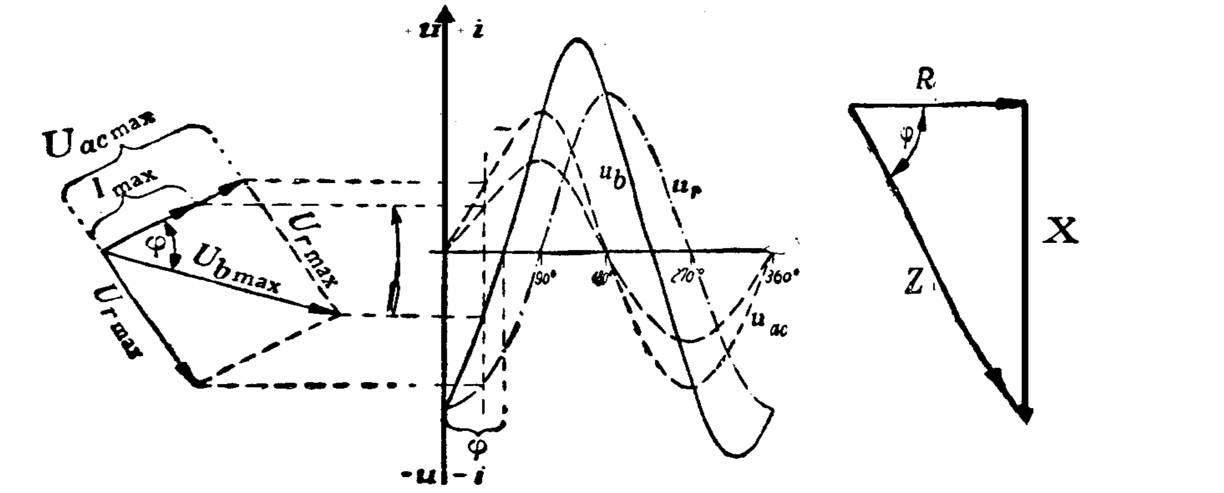


Diagrama vectorial y curvas para la conexión de la figura 1

Triángulo de resistencias

fig 4

Pero se tiene **Uac = I R** y **Ur** = $\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{C\omega}}$; por lo tanto,

$$\mathbf{Ub} = \sqrt{\mathbf{U}_{\mathbf{ac}}^{2} + \mathbf{U}_{\mathbf{r}}^{2}} = \sqrt{(\mathbf{I\ R})^2 + \left(\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{C\omega}}\right)^2}$$

$$\mathbf{Ub} = \mathbf{I}\ .\ \sqrt{(\mathbf{R})^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\omega}}\right)^2} = \mathbf{I\ .Z}$$

La magnitud Z se llama resistencia aparente o impedancia, siendo, por lo tanto,

$$\mathbf{Z} = \sqrt{(\mathbf{R})^2 + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{C\omega}}\right)^2}$$

En este caso, lo mismo que en el de circuitos de resistencia y reactancia inductiva, se puede trazar un triángulo de resistencias . Como la resistencia no es una magnitud dirigida, no es un vector, se dice que el triángulo de resistencias no tiene más que una importancia de cálculo sin significado físico.

Si un generador de corriente alterna actúa sobre un circuito con resistencia y capacidad. el valor instantáneo de la potencia

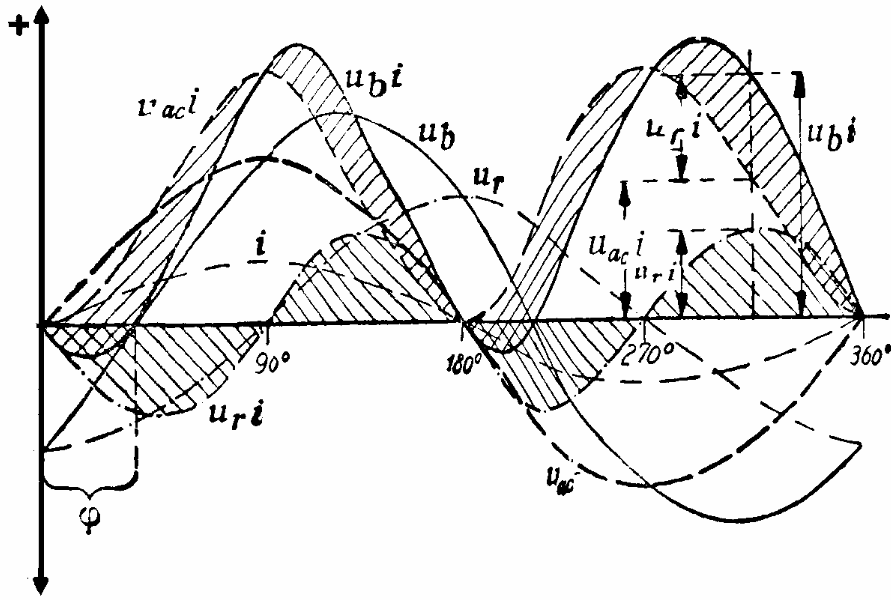
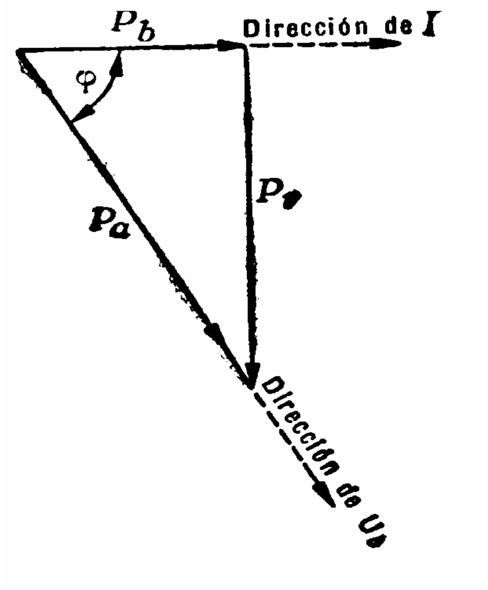


Fig 5 **Curvas de potencia correspondientes a la conexión de la figura 3**

será **Ub i**. De esta potencia se transforma una parte, la real, en calor en la resistencia, siendo su valor **Uac i = i² . R** ; el resto de la potencia se consume durante un cuarto de periodo en la carga del condensador, pero ésta, que es la llamada potencia reactiva (**Ur . i**) , es devuelta por el condensador en el cuarto de periodo siguiente.-
Se obtienen las mismas curvas de potencia que can Ia conductancia, a diferencia de que ahora la tensión reactiva va retrasada 90° con relación a la corriente, y que, por lo tanto, la potencia reactiva capacitiva está desplazada 180º con relación a la potencia reactiva inductiva (fig. 5).

Si se multiplica el triángulo de tensiones por la corriente **I** , se obtiene el triángulo de potencias (fig. 6) que consta:

Potencia Aparente **Pa = Ub I**
Potencia Reactiva **Pr = Ur I**
Potencia Real **Pb = Uac I = I² R**
Pb = Ub I Cos φ.



Triángulo de potencias

FIG 6

La potencia real representa el valor medio de la potencia efectivamente consumida y se puede medir con un vatímetro ; por el contrario la potencia aparente y la reactiva no son mas que magnitudes de calculo sin sentido físico.
Si están conectadas en serie varias resistencias y condensadores sumarán aritméticamente las magnitudes de igual dirección se sumaran aritméticamente, como se deduce de las fig 7 , pero las de distinta dirección se sumaran geométricamente

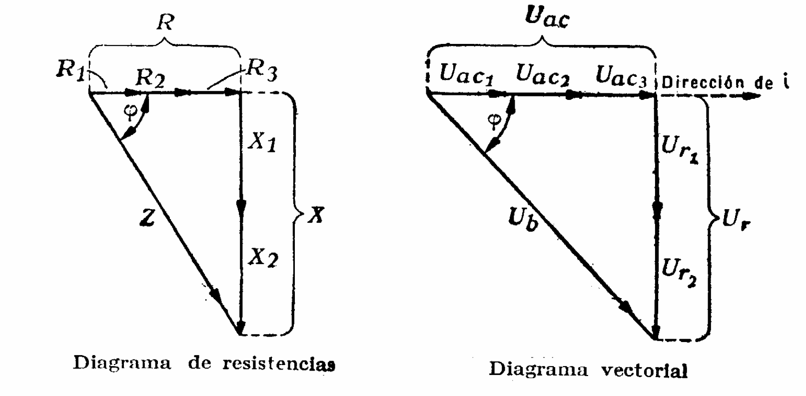


Fig. 7

.

Conexión en serie de resistencia, capacidad e inductancia

Sea una bobina B conectada en serie con un condensador **C** (fig. 8). El valor máximo de la tensión $\mathbf{Ub_{2\,max}}$, en los bornes de la bobina es igual a la suma geométrica de los valores máximos de la tensión activa $\mathbf{Uac_{max}}$, y de la tensión reactiva inductiva $\mathbf{Uac_{max}}$.(Fig 9) , esto es,

$$\mathbf{Ub^2_{2max} = Uac^2_{max} + Ur^2_{max}}$$

Por consiguiente, se tiene también para los valores eficaces

$$\mathbf{Ub^2_2 = Uac^2 + Ur^2}$$

La tensión total de bornes $\mathbf{Ub_1}$, se obtiene de la suma geométrica de la tensión activa **Uac** y de la tensión reactiva total **Ur**.

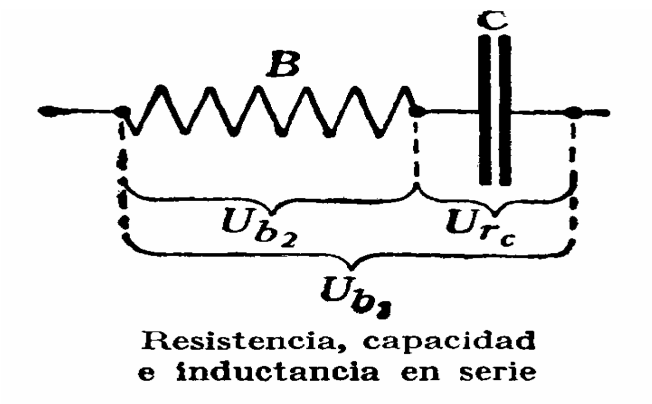


Fig 8 RLC en serie

La tensión reactiva inductiva **Uri** esta dirigida en sentido contrario a la tensión reactiva capacitiva **Urc** y por consiguiente, la tensión reactiva total es :

$$\mathbf{Ur = Uri - Urc}$$

La tensión total en bornes es :

$$\mathbf{Ub^2_1 = Uac^2 + \left(Ur_i - U_{rc}\right)^2}$$

o también

$$Ub_1^2 = (I.R)^2 + \left(I.L\omega - I\frac{1}{C\omega} \right)^2$$

$$Ub_1 = I.\ \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \ = \ I\ .\ \sqrt{R^2 + (XL - Xc)^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \ = \ \sqrt{R^2 + X^2}$$

La magnitud Z_1 es la impedancia: total de la conexión en serie. La impedancia de la bobina es

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + XL^2}\ ,$$

donde φ_2 es el ángulo de fase entre $Ub_{2\,max}$ e I_{max} , y φ_1 es el ángulo de fase entre $Ub_{1\,max}$ e I_{max}
Según esto, el calculo de la conexión en serie se efectúa siguiendo el mismo procedimiento que en el caso del circuito ***RL*** con la diferencia que se introduce con signo negativo la tensión capacitiva y la reactancia capacitiva

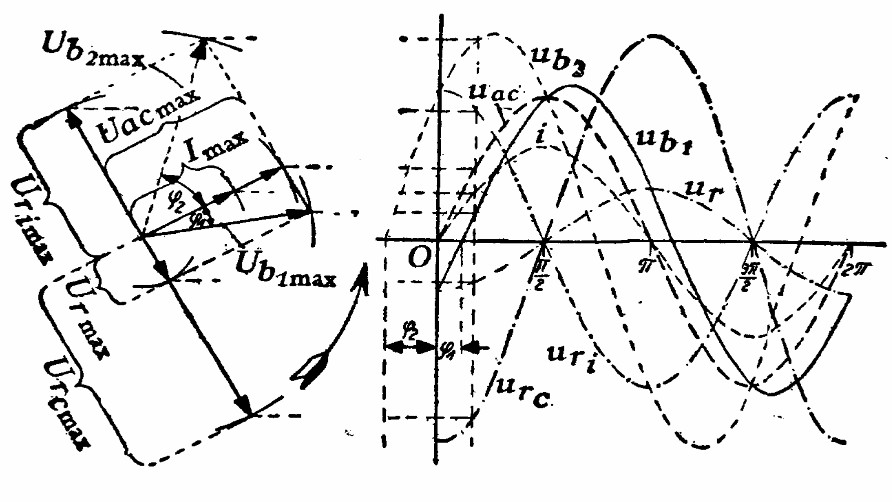
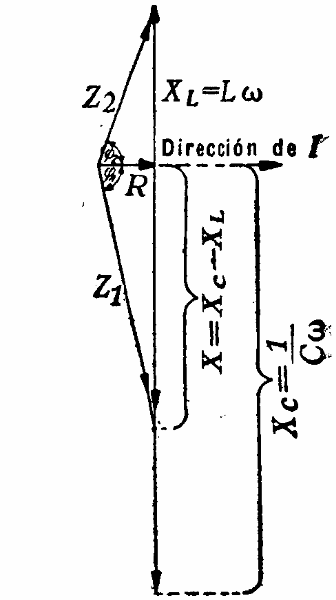


Diagrama vectorial y curvas para la conexión de la figura 8



Triángulos de resistencias

Fig 9

Si la tensión reactiva inductiva es mayor que Ia tensión reactiva capacitiva, la corriente **Imax**, va retrasada en el ángulo φ_1 , con relación a la tensión total entre bornes $Ub_{1\,max}$, en el caso contrario, la corriente va adelantada en el ángulo φ_1 con relación a la tensión entre bornes. Si la tensión reactiva inductiva fuese igual a la tensión reactiva capacitiva. no existiría diferencia de fase entre la corriente y la tensión de bornes . Cada una de las tensiones reactivas ser mayores que la tensión total entre bornes,

como puede deducirse del triángulo de tensiones (fig. 9). Sin embargo, la tensión reactiva total es siempre menor que la tensión total de bornes.
En la conexión serie de dos bobinas **B_1** y **B_2** y un condensador **C** (fig. 9), se obtendría para la impedancia total

$$Z=\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left(L_1\omega+L_2-\frac{1}{C\omega}\right)^2}=\sqrt{R^2+X^2}$$

El triángulo de resistencias lo vemos en la fig 9 , **R_1** y **R_2** son las resistencias de las dos bobinas , **$L_1\ \omega$** y **$L_2\ \omega$** sus reactancias inductivas , **Z_1** y **Z_2** sus impedancias. **Z_3** es la impedancia capacitiva, donde $\boxed{Xc=\frac{1}{C\omega}}$ es la reactancia (capacitiva) del condensador, Z la impedancia total, R la resistencia total y X la reactancia total de la conexión en serie. φ_1 es el ángulo de fase entre **I** y **Ub_1** , φ_2 es el ángulo de fase entre **I** y **Ub_2** , φ_3 el ángulo de fase entre **I** y **$Ub_3 = I\ Z_3$** , y φ es el ángulo de fase entre **I** y **Ub.-**

Un generador de corriente alterna que trabaja sobre un circuito con resistencia, inductancia y capacidad, da una potencia real de valor instantáneo $i^2 R = U_{ac\ i}$; con relación a la máquina esta potencia es siempre positiva. Al aumentar el valor de la intensidad de la corriente se forma durante el primer cuarto de periodo un campo magnético en la bobina la máquina suministra para esto una potencia de valor instantánea **+ Ur . i** . Durante el cuarto de periodo siguiente el campo desaparece, devolviendo la
potencia, cuyo valor instantáneo con relación a la maquina es una, y así sucesivamente . Al aumentar la corriente disminuye la tensión reactancia capacitiva (fig. 1) , el condensador se descarga, el campo eléctrico desaparece y devuelve una potencia, cuyo valor con relación a la máquina es **- Ur . i** .
Durante el cuarto de periodo siguiente el condensador se descarga de nuevo y se forma otra vez el campo eléctrico , suministrándose para ello al condensador la potencia (**+ Urc . i)**. El valor instantáneo de la potencia reactiva total es, por consiguiente, durante el primer cuarto de período,

$$-Ur\ i = Ur_L\ .\ i\ -\ Ur_C\ .\ i = (Ur_L\ -\ Ur_C\ )\ .\ i$$

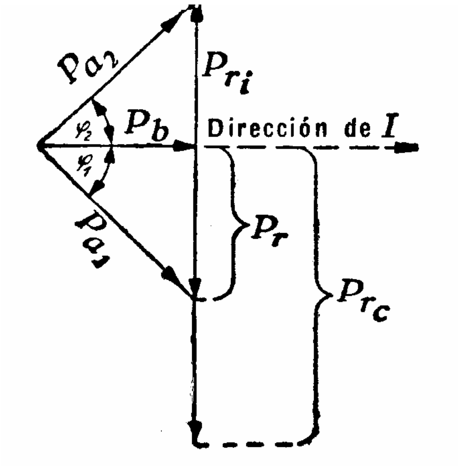
Durante el cuarto de período siguiente su valor es

$$+Ur\ i = -\ Ur_L\ .\ i\ +\ Ur_C\ .\ i$$

Si fuera un $Ur_L > Ur_C$ se invertiría el signo de **Ur . i**

De lo anterior resulta que se acumula alternativamente energía en el campo eléctrico y en el diagnostico. El condensador está cargado cuando la tensión reactiva capacitiva tenga el máximo, y entonces aquél posee su intensidad de campo eléctrico máximo y, por lo tanto, el máximo contenido de energía.

En este instante no circula corriente alguna, todas las potencias reactivas son igual a cero. Pero cuando el condensador se descarga, disminuye su carga y por lo tanto, su intensidad también habrá. alcanzado el flujo de fuerza concatenado con el circuito su máximo valor, y el campo magnético contiene entonces la cantidad máxima de energía . Las tensiones reactivas y las potencias reactivas son en este momento iguales a cero e invierten su sentido. Ahora vuelve a disminuir la corriente y con la del flujo de fuerza, la energía eléctrica almacenada en el campo magnético se reintegra al circuito. El condensador se carga de nuevo y así sucesivamente.



Triángulo de potencias

Fig 10

Obsérvese que siempre coinciden los fenómenos siguientes: campo eléctrico máximo con contenido máxima de energía, tensiones reactivas máximas, potencia reactiva, intensidad de corriente y flujo de fuerza nulos; y un cuarto de período más tarde: corriente flujo de fuerza y contenido de energía en el campo magnético máximos, tensiones reactivas, campo eléctrico en el condensador y potencias reactivas nulas.
El valor instantáneo de la potencia total de la máquina Ub i es la suma de la potencia real y de la reactiva

$$\mathbf{Ur\ i = Uac\ .\ i + Ur\ .\ i}$$

El triángulo de potencias se obtiene multiplicando los lados del triángulo de tensiones en valores eficaces por el valor eficaz de la corriente. Entonces (fig 10), y con la conexión de la fig 8 , se tiene :

Potencia Aparente Total $\mathbf{Pa_1 = Ub_1 . I}$

Potencia real total $\mathbf{Pb = Ub_1 . I .Cos\ \varphi_1 = U_{ac} . I = Ub_2 . I\ Cos\ \varphi_2}$

Potencia reactiva capacitiva $\mathbf{Prc = Ur_C . I}$

Potencia reactiva inductiva $\mathbf{Pr_{ac} = Ur_L . I}$

Potencia total $\mathbf{Pr = Ur . I = Pr_L - Pr_C}$

Potencia Aparente de la bobina $\mathbf{Pa_2 = Ub_2 . I}$

En serie de bobinas y condensadores se suman aritméticamente las potencias reales lo mismo que las potencias reactivas (teniendo cuenta sus signos), mientras que las potencias aparentes se sumarán geométricamente.

CONEXIÓN EN PARALELO RLC

1) Conexión en paralelo de resistencia y capacidad

Sean una resistencia **R** y un condensador **C** conectados en paralelo (fig. 11). Si Ub es la tensión en los bornes de la conexión, será , a corriente $\mathbf{I_1}$ es .a corriente reactiva capacitiva $\mathbf{Ir_C}$; por lo tanto,

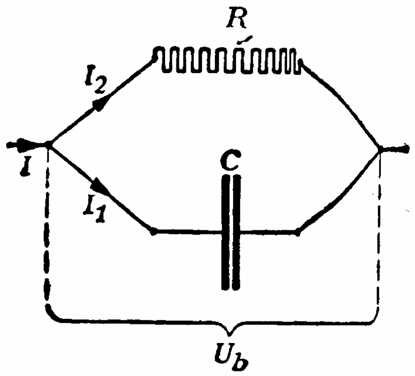
$$\mathbf{I_1 = Ir_C = \frac{Ub}{Xc}} \quad \text{pero} \quad \mathbf{Xc = \frac{1}{C\omega}} \quad \text{se tiene :} \quad \mathbf{Ir_C = Ub\ C\omega = Ub\ 2\pi f\ C}$$

esta corriente va adelantada 90° con relación a la tensión reactiva $\mathbf{Ur_C}$ y por lo tanto, con relación a la tensión en los bornes **Ub**, a corriente $\mathbf{I_2}$ es la corriente activa **Iac** siendo, por lo tanto;

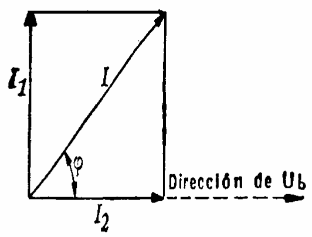
$$\mathbf{I_1 = Iac = \frac{Ub}{Rac} = \frac{Ub}{R}}$$

Esta corriente coincide en sentido con la tensión n. activa **Uac**, y por lo tanto, también, en la tensión en los bornes Ub. La corriente total **I** en el conductor de entrada es la suma geométrica de $\mathbf{I_1}$ y $\mathbf{I_2}$, siendo

$$\mathbf{I} = \sqrt{\mathbf{I_1^2 + I_2^2}}$$



Resistencia y condensador en paralelo



Triángulos de corrientes

fig 11

La corriente **I** va adelantada al ángulo **φ** con relación a la tensiones en los bornes.
Del triángulo de corrientes tenemos:

$$\text{Sen } \varphi = \mathbf{\frac{Irc}{I} = \frac{I_1}{I}} \qquad \mathbf{I_1 = I \text{ Sen } \varphi}$$

$$\text{Cos } \varphi = \mathbf{\frac{Iac}{I} = \frac{I_2}{I}} \qquad \mathbf{I_2 = I \text{ Cos } \varphi}$$

$$\mathbf{I} = \sqrt{\mathbf{I_1^2 + I_2^2}}$$

El condensador consume la potencia reactiva

$$\mathbf{Prc = Ur_C \cdot I_1}$$

$\mathbf{Prc = I_1\, Ub}$ por ser un condensador solamente

$$\mathbf{Prc = Ub \cdot I \cdot Sen\, \varphi}$$

La resistencia con este la potencia real

$$\mathbf{Pb = U_{ac} \cdot I = Ub \cdot I \text{ Cos } \varphi_2}$$

La potencia aparente es

$$\mathbf{Pa = Ub \cdot I}$$

Las tres potencias forman el triángulo de potencia . Varios condensadores y resistencias conectados en paralelo, las magnitudes de igual dirección se suman aritméticamente, mientras que las de distinta dirección se sumarán geométricamente.

2) CIRCUITOS CON RESISTENCIA, INDUCTANCIA y CAPACIDAD

Supongamos que están conectadas en paralelo una bobina con coeficiente de auto inducción L_1 y resistencia R_1 ; un capacitor C_2 con una resistencia R_2 y un capacitor C_3 con una resistencia R_3 .-

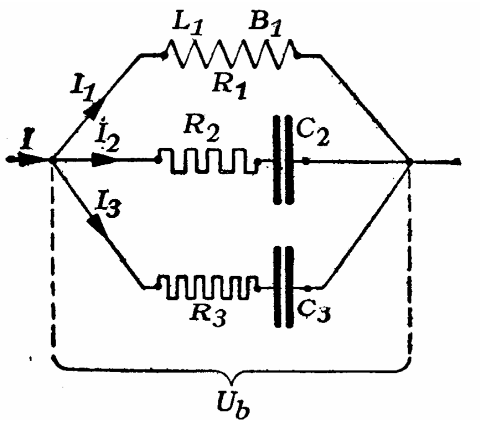


Fig. 12

Para la conexión de resistencias e inductancias en paralelo se aplican los conceptos del módulo anterior.

Si a mas de las inductancias hay capacidades conectadas en paralelo, también pueden aplicarse aquellas fórmulas, introduciendo en ellas los valores capacitivos (corrientes reactivas, conductancias reactivas, potencias reactivas) con signos negativos.
Si analizamos el circuito (fig. 13) ; donde los índices de las distintas magnitudes corresponden al orden de sucesión de las ramas de corriente. La corriente reactiva total es

$$\mathbf{Ir = Ir_{L2} - (Ir_{C2} - Ir_{C3}) = Ir_L - Ir_C}$$

La corriente activa total es

$$\mathbf{Iac = Iac_1 + Iac_2 + Iac_3}$$

Por ultimo la corriente total que circula por el circuito será :

$$\mathbf{I} = \sqrt{\mathbf{Iac_1^2 + Ir_2^2}}$$

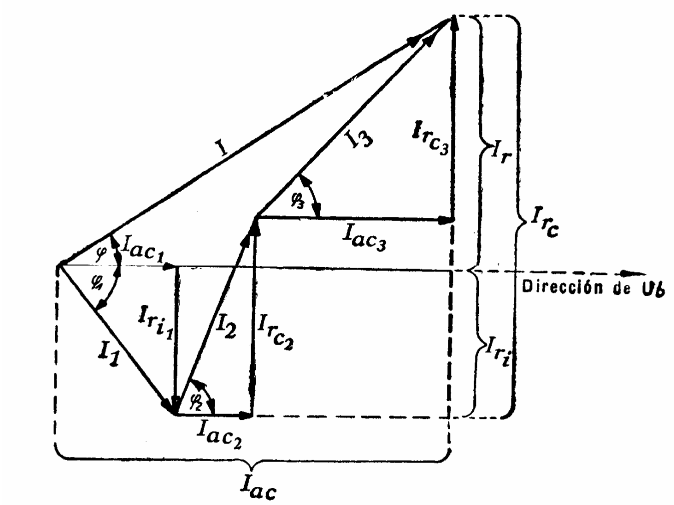
En el triángulo de intensidades se observa :.
Para las conductancias de la primera rama

$$\mathbf{Y_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_1}} = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{R_1^2 + (XL_1)^2}}} \qquad \text{Admitancia}$$

$$\mathbf{G_1 =} \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{Z^2}} = \frac{\mathbf{R_1}}{\sqrt{\mathbf{R_1^2 + (XL_1)^2}}} \qquad \text{conductancia}$$

$$B_{L1} = \frac{XL_1}{Z^2} = \frac{XL_1}{\sqrt{R_1^2 + (XL_1)^2}}$$ Suseptancia o conductancia reactiva inductiva

fig.13



Triángulos de intensidades

Para las conductancias de la segunda rama

$$Y_2 = \frac{I_2}{Ub} = \frac{1}{Z_2} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (Xc_2)^2}}$$ Admitancia

$$G_2 = \frac{I_{ac2}}{Ub} = \frac{I_2 \text{Cos}\varphi_2}{Ub} = \frac{I_2 \text{Cos}\varphi_2}{I_2 Z_2} = \frac{\text{Cos}\varphi_2}{Z_2} = \frac{R_2}{Z_2^2}$$

conductancia

$$B_{C2} == \frac{I_{rc2}}{Ub} = \frac{I_2 \text{Sen}\varphi_2}{Ub} = \frac{I_2 \text{Sen}\varphi_2}{I_2 Z_2} = \frac{\text{Sen}\varphi_2}{Z_2} = \frac{Xc_2}{Z_2^2}$$

Para las conductancias de la tercera rama

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{I_3}{Ub} = \frac{1}{\sqrt{R_3^2 + (Xc_3)^2}}$$ Admitancia

$$G_3 = \frac{I_{ac3}}{Ub} = \frac{I_3 \text{Cos}\varphi_3}{Ub} = \frac{I_3 \text{Cos}\varphi_3}{I_3 Z_3} = \frac{\text{Cos}\varphi_3}{Z_3} = \frac{R_3}{Z_3^2} = G_3$$

$$B_{C3} == \frac{I_{rc3}}{Ub} = \frac{I_3 \text{Sen}\varphi_3}{Ub} = \frac{I_3 \text{Sen}\varphi_3}{I_3 Z_3} = \frac{\text{Sen}\varphi_3}{Z_3} = \frac{Xc_3}{Z_3^2}$$

La conductancia total

$$G = G_1 + G_2 + G_3$$

La suceptancia total

$$\mathbf{B = B_{L1} - (B_{C2} - B_{C3}) = B_L - B_C}$$

La admitancia total

$$\mathbf{Y = \sqrt{G^2 + B^2}}$$

Para las impedancias, reactancias y resistencias totales se pueden aplicar las fórmulas del módulo anterior (conexión paralelo RL). El triángulo de conductancias es el siguiente(fig. 14) para el ejemplo tratado.

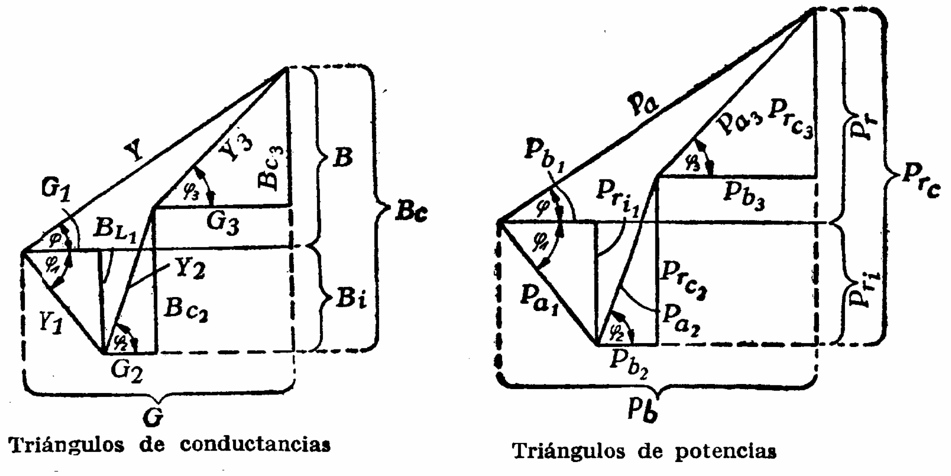


fig. 14

La potencia real total se obtiene de :

$$\mathbf{Pb = Pb_1 + Pb_2 + Pb_3 = Ub \,.\, I \cos \varphi}$$

La potencia reactiva

$$\mathbf{Pr = Pr_L - (Prc_1 + Prc_2)}$$
$$\mathbf{Pr = Pr_L - Pr_C = Ub \,.\, I \,.\, Sen\, \varphi}$$

La potencia aparente es

$$\mathbf{Pa = \sqrt{Pb^2 + Pr^2} = Ub \,.\, I}$$

El triángulo de potencias se representa en la fig. 14 .-

3)CONEXIÓN MIXTA DE RESISTENCIA, INDUCTANCIA y CAPACIDAD

Para las conexiones mixtas se pueden repetir las condiciones ya analizadas en el módulo anterior

Resonancia serie y paralelo

Hemos observado que en muchos circuitos, se conectan **inductores** y **capacitores** en serie o en paralelo. Dichos circuitos se conocen con el nombre de circuitos RLC. Una de las características más importantes de los circuitos RLC , es que se puede conseguir que respondan, más eficientemente a una sola frecuencia dada.

Cuando se opera en esta condición, se dice que el circuito esta en resonancia con la frecuencia de operación o que resuena o es resonante a dicha frecuencia.

Un circuito RLC en serie o en paralelo que se opera en resonancia tiene ciertas propiedades que le permiten responder selectivamente a ciertas frecuencias mientras rechaza otras .

Un circuito que opera de manera que proporcione selectividad de frecuencias se llama circuito sintonizable. Sé usa en el balanceo de impedancias, en filtros de paso de banda y en osciladores.-

RESONANCIA EN SERIE

El circuito RLC serie tiene una impedancia $Z^2 = R^2 + (XL\text{-}XC)^2$. El circuito está en resonancia cuando la reactancia inductiva XL es igual a la reactancia capacitiva Xc

$$XL = XC$$

en la cual $$\mathbf{XL = 2\,\pi\, f\, L}$$

$$\mathbf{XC} = \frac{1}{2\pi\, f}$$

En consecuencia, en resonancia $$2\,\pi\, f\, L = \frac{1}{2\pi\, f\, C}$$

Resolviendo para **f** , $$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 L\, C}$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{f_r} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{0.159}{\sqrt{LC}} \qquad \text{e-1}$$

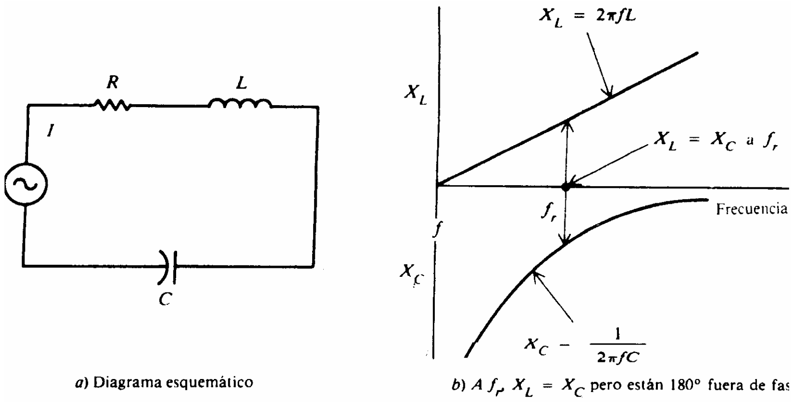


Fig. 1 Resonancia de un circuito serie *RLC* a la frecuencia resonante f_r

En cualquier producto LC ecuación (e-1)1 hay una sola frecuencia resonante. Por consiguiente, se pueden usar varias combinaciones de L y C a fin de obtener resonancia (a la misma frecuencia) si el producto LC es el mismo. La ecuación (e-1) puede resolverse para L o para C con el objeto de encontrar la inductancia o la capacitancia necesaria para formar un circuito resonante a una frecuencia.

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$$

Puesto que XL = XC   XL - XC = 0   de manera que $Z^2 = R^2 + (XL\text{-}XC)^2$

Como la impedancia en resonancia Z es igual a la resistencia R, la impedancia es mínima. Con impedancia mínima, el circuito tiene corriente máxima determinada por I =Ub / I . El circuito resonante tiene un ángulo de fase igual a **0°** de manera que su factor de potencia es igual a la unidad.

A frecuencias inferiores a la de resonancia (Fig. 1a), Xc es mayor que XL, así que el circuito consiste de resistencia y reactancia capacitiva. Sin embargo, a frecuencias superiores a la de resonancia (Fig. 2-a), XL es mayor que Xc, de manera que el circuito consiste en resistencia y reactancia inductiva. En resonancia se produce corriente máxima para distintos valores de la resistencia (Fig. 2 b). Con una resistencia pequeña, la corriente aumenta rápidamente hacia la corriente máxima, conforme el circuito se sintoniza a la frecuencia de resonancia, o disminuye con rapidez desde la máxima corriente conforme el circuito se desintoniza Esta condición, cuando la curva es angosta a la frecuencia de resonancia, proporciona una buena selectividad. Con un aumento de la resistencia la curva se ensancha y entonces la selectividad disminuye.

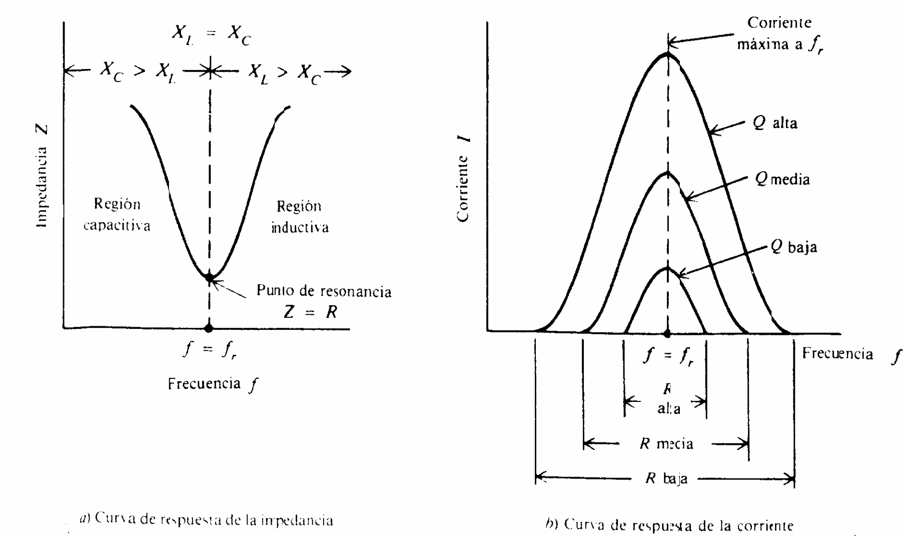


Fig. 2 Características del circuito serie RLC en resonancia

Q DE UN CIRCUITO SERIE

La selectividad de un circuito serie sintonizado es proporcional al cociente de su reactancia inductiva entre su resistencia. Este cociente XL/R se conoce con el nombre de la Q de un circuito y se expresa como

$$\mathbf{Q = \frac{X_L}{R}}$$

en la cual **Q** = factor de calidad
XL = reactancia inductiva en Ω
R = resistencia en Ω

Mientras menor sea la resistencia, mayor será el valor de **Q**. Mientras mayor sea el valor de **Q** , la curva de resonancia se hace más angosta y alta, o sea, más selectiva. **Q** tiene el mismo valor si se calcula con Xc en lugar de XL porque en resonancia son iguales. Un valor elevado es **Q** = 150 ; los valores comunes son de 50 a 250. Menos de 10 es una **Q** pequeña, mientras que mas de 300 es una **Q** muy grande. (fig. 1)

La **Q** de un circuito se considera generalmente en relación a XL, pues la bobina tiene la resistencia serie del circuito. En este caso, la **Q** de la bobina y la **Q** del circuito resonante en serie son iguales. Si se añadiera resistencia adicional, la **Q** del circuito será menor que la **Q** de la bobina. El mayor valor posible de la **Q** de un circuito es la **Q** de la bobina.

Puede considerarse que la **Q** de un circuito resonante es un factor de amplificación o (multiplicativo) que determina cuánto aumenta el voltaje en L o en C a causa del crecimiento de la corriente en resonancia en un circuito en serie.

$$\mathbf{V_L = V_C = Q \cdot V_T}$$

RESONANCIA PARALELO

Circuito ideal LC paralelo

En el circuito LC ideal paralelo sintonizado (es decir, que no tiene resistencia), la bobina y el capacitor se colocan en paralelo y el voltaje aplicado V_T está entre los componentes del circuito .En este circuito paralelo sintonizado, al igual que en el circuito serie sintonizado, ocurre resonancia cuando la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva.

$$\mathbf{V_L = V_C}$$

Puesto que el voltaje aplicado es común a ambas ramas,

$$\mathbf{V_L = V_C}$$

de manera que

$$\frac{\mathbf{V_L}}{\mathbf{X_L}} = \frac{\mathbf{V_C}}{\mathbf{X_C}} = \mathbf{I_L} = \mathbf{I_C}$$

La corriente en la rama inductiva I_L es igual a la corriente en la rama capacitiva I_C , I_L se atrasa 90° al voltaje aplicado $\mathbf{V_T}$, mientras que I_C se adelanta 90° al voltaje (Fig.3 -A). Como los fasores corriente I_C e I_L son iguales y están 180° fuera de fase, su suma vectorial es cero, por lo que la corriente total $\mathbf{I_T}$ es cero. Bajo esta condición, la impedancia del circuito a la frecuencia de resonancia debe ser infinita.

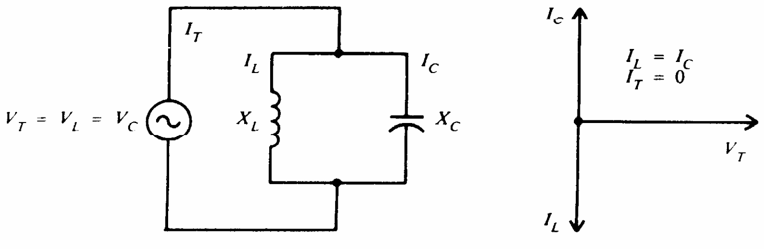


Fig. -3 Circuito paralelo puro o ideal LC

La fórmula de la frecuencia resonante de un circuito L C ideal Paralelo sintonizado circuito serie sintonizado.

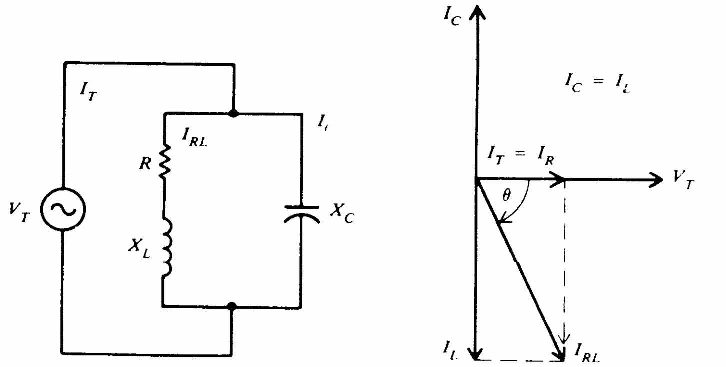
$$\mathbf{f_r} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi\sqrt{LC}}} = \frac{\mathbf{0.159}}{\mathbf{\sqrt{LC}}}$$

Si se conoce la frecuencia de resonancia, se puede encontrar la inductancia o la capacitancia de un circuito resonante LC paralelo por medio de las fórmulas.

$$\mathbf{L} = \frac{\mathbf{0,0254}}{\mathbf{f_r^2 C}} \quad , \quad \mathbf{C} = \frac{\mathbf{0,0254}}{\mathbf{f_r^2 L}}$$

Circuito real LC paralelo

En un circuito real LC paralelo sintonizado (Fig. 3-a) existe alguna resistencia, la mayor parte de la cual se debe a la resistencia del alambre en el inductor. La frecuencia resonante de un circuito paralelo se define también como la frecuencia a la cual el circuito paralelo se comporta corro una resistencia ideal. Por consiguiente, la corriente de línea $\mathbf{I}_T$ debe estar en fase con el voltaje aplicado $\mathbf{V}_T$ factor e potencia igual a la unidad) (Fig. 3-b). Esto significa que la componente fuera de fase o en cuadratura de la corriente que circula por la rama inductiva $\mathbf{I}_L$ debe ser igual a la corriente que pasa por la rama capacitiva $\mathbf{I}_C$ La corriente total de línea $\mathbf{I}_T$, es, por tanto, igual a la componente en fase de la corriente que circula en la rama inductiva, es decir, $\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_R$ (Fig. 3-b). Como la impedancia es máxima, $\mathbf{I}_T$ es mínima.



a) Diagrama esquemático *b)* Diagrama de fasores corriente en resonancia

Fig. 4 Circuito paralelo real *LC*

La frecuencia resonante del circuito (Fig. 4-) es
en la que $\mathbf{f_r}$ = frecuencia de resonancia en Hz
L = inductancia en H
C = capacitancia en F
R = resistencia en Ω

$$\mathbf{f_r} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi}}\sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{LC}} - \frac{\mathbf{R^2}}{\mathbf{L^2}}}$$

Si la **Q** de l a bobina es elevada, digamos, mayor que 10 , o si el termino I / LC > R^2 / L^2, entonces para cualquier propósito practico se puede despreciar el termino R^2 / L^2. El resultado es que la ecuación anterior se reduce a la ecuación , que es la formula de la frecuencia de resonancia en serie.

$$\mathbf{f_r} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi\sqrt{LC}}} = \frac{\mathbf{0.159}}{\mathbf{\sqrt{LC}}}$$

La impedancia total del circuito real LC en paralelo en la resonancia es

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{RC}}$$

También se puede encontrar $\mathbf{Z}_T$ en resonancia en términos del factor de calidad **Q** por medio de :

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{X}_L\ \mathbf{Q} = \mathbf{2\ \pi\ f_r\ L\ Q}$$

o bien,

$$Z_T = \frac{Q}{2\pi f_r C}$$

La impedancia Z_T de un circuito paralelo real es máxima a la frecuencia de resonancia y disminuye a frecuencias menores y mayores que la frecuencia resonante . Un aumento en la resistencia disminuye la impedancia y hace que varíe la impedancia con menor "agudeza" cuando el circuito cambia su sintonía sobre una banda de frecuencias por abajo y por arriba de la frecuencia resonante (Fig. 4-b).

A frecuencias inferiores a la de resonancia, XC > XL e IL > IC de manera que el circuito paralelo sintonizado es inductivo (Fig. 4-a y c). A frecuencias por arriba de la resonancia, se cumple la condición inversa, XL > XC e $I_C > I_L$ de manera que el circuito es capacitivo (Fig. 4a y c). Como la impedancia Z_T es máxima en la resonancia en paralelo, I_T es mínima (Fig. 5).

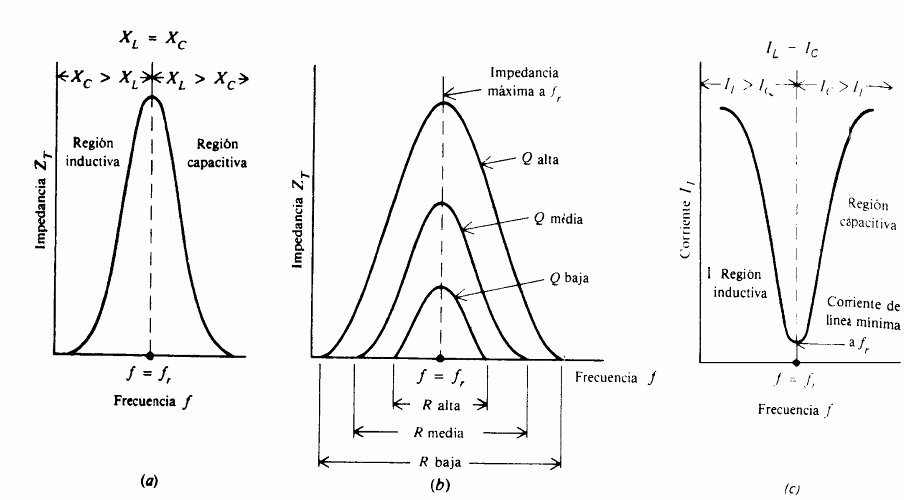


Fig. 5 Curvas de respuesta de la impedancia y la corriente del circuito paralelo real LC en resonancia

Q DE UN CIRCUITO PARALELO

En un circuito resonante paralelo en el que R sea muy pequeña comparada con X_L , en la que R es la resistencia de la bobina que esta en serie con X_L

$$R = \frac{X_L}{R}$$

. Si la resistencia de la fuente de alimentación es muy grande y no hay ninguna rama con resistencia en derivación del circuito sintonizado, la Q del circuito resonante paralelo es la misma que 1a Q de la bobina

zxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxz-xzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzxzx