Lógica Matemática

Junio 97, 2^a Semana

1. Señale, si hay, la tautología:
   (a) $[(\neg p \to q) \wedge (p \to q)] \to q$
   (b) $[(p \to q) \wedge (p \vee q)] \to \neg q$
   (c) $p \vee q$
   (d) ninguna de las anteriores

2. Indique el razonamiento incorrecto:

   (a) $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee \neg q \\ \neg p \vee r \\ q \end{array}}{r}$ (c) $\dfrac{\begin{array}{c} \neg p \vee r \vee q \\ \neg r \\ \neg q \end{array}}{\neg p}$

   (b) $\dfrac{\begin{array}{c} \neg p \vee \neg q \\ p \vee q \\ r \end{array}}{\lambda}$ (d) $\dfrac{\begin{array}{c} \neg p \\ q \vee p \\ \neg q \end{array}}{\lambda}$

3. Una propiedad del cuantificador universal es:
   (a) $[\forall x Px \to \forall x Qx] \to [\forall x(Px \to Qx]$
   (b) $[\forall x(Px \to Qx)] \to [\forall x Px \to \forall x Qx]$
   (c) $[\forall x Px \to \forall x Qx] \to [\forall x Px]$
   (d) $[\forall x Px \to \forall x Qx] \to \forall x(Px \wedge Qx)$

4. $Pa \leftrightarrow \exists y(a = y \wedge Py)$ es
   (a) universalmente válida
   (b) universalmente falsa
   (c) falsa en algún caso
   (d) ninguna de las anteriores

5. $\neg \exists x \neg Px$ es equivalente a:
   (a) $\forall x \neg Px$
   (b) $\exists x Px$
   (c) $\forall x Px$
   (d) $\exists x \neg Px$

6. Si decimos que "B no se deduce de A, si existe una interpretación (contraejemplo) que hace que A sea verdadero y B falso", estamos
   (a) equivocados
   (b) parcialmente acertados
   (c) en lo cierto
   (d) es un disparate

7. La forma clausulada de la expresión $\forall x \exists y P(x, y) \vee \exists x Q(x)$ puede ser:
   (a) $P(x, f(x)) \vee Q(b)$
   (b) $P(a, f(a) \vee Q(a)$
   (c) $P(f(y), y) \vee Q(a)$
   (d) $P(x, x) \vee Q(b)$

8. El valor de verdad de $\neg(p \leftrightarrow q)$ en lógica trivalente de Lukasiewicz para $p = 1/2$ y $q = 1$ es
   (a) 1
   (b) 0
   (c) 1/2
   (d) -1/2

9. Si P es un conjunto de premisas en conjunción, para demostrar que no es cierto que "C se deduce de P" basta probar que en algún caso:
   (a) $\neg P \vee \neg C$
   (b) $P \wedge \neg C$
   (c) $\neg P \wedge \neg C$
   (d) $\neg P \vee C$

10. La regla de intercambio es

    (a) $\dfrac{\begin{array}{c} S \to R \\ R \leftrightarrow T \end{array}}{S \to T}$ (c) $\dfrac{\begin{array}{c} R \leftrightarrow T \\ T \leftrightarrow S \end{array}}{\neg R}$

    (b) $\dfrac{\begin{array}{c} R \to S \\ R \leftrightarrow T \end{array}}{S \to T}$ (d) $\dfrac{\begin{array}{c} S \to R \\ R \leftrightarrow T \end{array}}{T \to S}$

11. $Q(a, x, z)$ y $Q(a, h(v, v), y)$ son unificables. Esto es:
    (a) falso
    (b) cierto
    (c) falso sólo en el caso en que $x \neq y$

(d) ninguna de las anteriores

12. Dada la siguiente secuencia de inferencia

$$\begin{array}{rl} \forall x(Px \to \exists y Py) & (1) \\ \forall x(\neg Px \vee \exists y Py) & (2) \\ \forall x(\neg Px \vee Pf(x)) & (3) \\ \neg Px \vee Pf(x) & (4) \\ \text{para } x = f(x),\ \neg Px \vee Px & (5) \\ tautolog. & (6) \end{array}$$

(a) es incorrecto el paso de 1 a 2
(b) es incorrecto el paso de 2 a 3
(c) todos los pasos son correctos
(d) es incorrecto el paso de 4 a 5

13. Sean las frases
1) $\exists x(Ax \to Bx)$ y 2) $\exists x(Ax \wedge Bx)$, entonces

(a) $1 \to 2$
(b) $2 \to 1$
(c) $2 \leftrightarrow 1$
(d) ninguna de las anteriores
(se recomienda usar un diagrama de Venn-Euler)

14. $\exists x(Ax \wedge Bx) \leftrightarrow (\exists x Ax \wedge \exists y By)$. Esto es

(a) cierto en general
(b) falso en general
(c) cierto sólo si $\forall x(Ax \to \neg Bx)$
(d) falso, si $A = B$

15. "Muy B" está asociado con

(a) intensificación de B
(b) no B
(c) dilatación de B
(d) concentración de B

16. Para probar $\exists x(\exists y Py \to Px)$ por refutación se plantea el siguiente razonamiento:

$$\begin{array}{rl} \neg(\exists x(\exists y Py \to Px)) & (1) \\ \forall x(\exists y Py \wedge \neg Px) & (2) \\ \exists y Py \wedge \forall x \neg Px & (3) \\ Pa \wedge \neg Px & (4) \\ \text{para } x = a,\ Pa \wedge \neg Pa & (5) \\ \lambda & (6) \end{array}$$

(a) es incorrecto el paso de 1 a 2
(b) es incorrecto el paso de 2 a 3
(c) el razonamiento es correcto
(d) es incorrecto el paso de 4 a 5

17. Si $A \cap B \neq \emptyset$ entonces (y aunque la recíproca no es cierta) se cumple:

(a) $B = \emptyset$
(b) $A^c \cup B^c = U$
(c) $A^c \cup B \neq \emptyset$
(d) $A^c \cup B^c = \emptyset$

18. Si de p sabemos que no es necesaria, entonces

(a) p es imposible
(b) $\neg p$ es imposible
(c) p es posible
(d) $\neg p$ es posible

19. Por dominio de una relación borrosa $R(U,V)$ se entiende (con $x \in U$ e $y \in V$:

(a) $\{x \mid \mu(x) = max_{y \in V}(\mu_R(x,y))\}$
(b) $\{x \mid \mu(x) = min_{y \in V}(\mu_R(x,y))\}$
(c) $\{x \mid \mu(x) = max_{x \in U}(\mu_R(x,y))\}$
(d) $\{x \mid \mu(x) = min_{x \in U}(\mu_R(x,y))\}$

20. Si R^t representa la relación inversa de R, una de estas leyes no es válida en general en el álgebra de relaciones:

(a) $(R \cup S)^t = R^t \cup S^t$
(b) $(R \circ S)^t = S^t \circ R^t$
(c) $(R \circ Q) \circ A = R \circ (Q \circ A)$
(d) $(R \circ S)^t = R^t \circ S^t$

Respuestas: 1a, 2b, 3b, 4a, 5c, 6c, 7a, 8c, 9b, 10a, 11b, 12c, 13b, 14b, 15d, 16c, 17c, 18d, 19a, 20d