Práctica 2

Respuesta al escalón de un sistema lineal e invariante en el tiempo

1 Introducción

Definimos al escalón unitario como

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ 1 & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

y su transformada de Laplace es

$$U(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} = \frac{1}{s}.$$

1.1 Sistemas lineales e invariantes en el tiempo

Si un sistema lineal e invariante en el tiempo está caracterizado por una función de transferencia dada, $H(s)$, entonces podemos determinar la transformada de Laplace $Y(s)$ de su respuesta al escalón $y(t)$ mediante el teorema de convolución, utilizando la siguiente expresión

$$Y(s) = \frac{H(s)}{s}.$$

Así mismo, si la función de transferencia es de la forma

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)},$$

llamamos *polos* del sistema a los valores de s en los que el denominador $D(s)$ se anula, y *ceros* a aquellos valores de s que anulan al numerador $N(s)$.

1.2 Comandos de Matlab a utilizar

Para definir un sistema en Matlab, requerimos conocer los coeficientes del numerador y denominador de la función de transferencia del sistema. Por ejemplo, si tenemos

$$H(s) = \frac{s^2 + 4s - 2}{s^3 + s^2 + 8},$$

podemos definir al sistema a partir de los coeficientes de cada polinomio, en orden decreciente de potencias, mediante las instrucciones

```
>> num = [1 4 -2];  
>> den = [1 1 0 8];  
>> sistema = tf(num,den)
```

Para trazar la respuesta al escalón podemos utilizar

```
>> step(sistema)
```

Y finalmente, podemos dibujar un diagrama de polos y ceros mediante

```
>> pzmap(sistema)
```

2 Desarrollo

2.1 Sistemas de primer orden

Utilizar el comando `step` de *Matlab* para determinar y graficar la respuesta al escalón de los siguientes sistemas.

1.

$$H(s) = \frac{1}{s - 6}.$$

2.

$$H(s) = \frac{1}{s + 6}.$$

Incluir en el reporte la gráfica de la respuesta $y(t)$, así como el diagrama de polos y ceros de cada sistema.

2.2 Sistemas de segundo orden

Utilizar *Matlab* para determinar y graficar la respuesta al escalón de los siguientes sistemas.

1.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 4}.$$

2.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 4s - 5}.$$

3.

$$H(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 4s + 13}.$$

Incluir en el reporte la gráfica de la respuesta $y(t)$, y el diagrama de polos y ceros de cada sistema.

3 Cuestionario

1. Investigar el funcionamiento del comando `step` de *Matlab*.
2. Para los sistemas estudiados en esta práctica, ¿es posible determinar la relación entre su estabilidad y la ubicación de sus polos? Justifique su respuesta.
3. ¿Cómo se comporta un sistema que presenta polos tanto en el semiplano izquierdo como en el derecho?
4. ¿Cómo se explica el comportamiento de un sistema con polos puramente imaginarios (críticamente estable)?