

Práctica 4

Diagrama de Bode de un sistema lineal

1 Introducción

Un sistema lineal, definido por la función de transferencia $H(s)$, tiene una respuesta $H(j\omega)$ a la frecuencia ω de una función de entrada dada. Dicha respuesta se puede obtener mediante la sustitución

$$s = j\omega$$

donde $j = \sqrt{-1}$.

A cada valor real de la frecuencia ω , dada en radianes por segundo, corresponderá una respuesta compleja $H(j\omega)$. El módulo de dicha respuesta, $|H(j\omega)|$ se conoce como *magnitud*, y al ángulo del número complejo, $\angle H(\omega)$, se le denomina *fase* de la respuesta.

1.1 Diagrama de Bode

Una gráfica que contenga en el eje de las abscisas el logaritmo decimal de la frecuencia, y en el eje de las ordenadas, ya sea la magnitud de la respuesta en decibeles, $H_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$, o bien el ángulo de fase $\angle H(\omega)$, se conoce como *diagrama de Bode*.

Supóngase que se tiene un sistema con la siguiente función de transferencia

$$H(s) = \frac{1}{1 + RCs}$$

correspondiente a un tipo de circuito denominado *filtro pasobajas*, de primer orden. Suponiendo que $R = 47 \text{ K}\Omega$ y $C = 2.2 \text{ nF}$, y mediante la sustitución $s = j\omega$, obtenemos

$$H(\omega) = \frac{1}{0.0001034j\omega + 1},$$

donde ω representa la frecuencia en rad/seg. Esta función de transferencia se puede expresar en Matlab mediante los coeficientes del numerador y denominador, de la siguiente forma:

```
num = 1;  
den = [0.0001034 1];
```

Posteriormente es posible definir un rango de frecuencias, digamos de 0.1 a 10^3 rad/seg:

```
w = 0:1000;
```

calcular la respuesta en frecuencia

```
H = 1./(1+0.0001034*j*w);  
Hdb = 20*log10(abs(H));  
Han = angle(H);
```

y graficar tanto la respuesta en magnitud

```
plot(log10(w),Hdb)
```

como la respuesta en fase

```
plot(log10(w),Han)
```

1.2 Función “bode” de Matlab

Si Matlab cuenta con el *toolbox* de control instalado, la instrucción `bode` puede utilizarse para trazar diagramas de Bode con muy pocos comandos. Por ejemplo, la función

$$H(\omega) = \frac{1 + \frac{j\omega}{500}}{\left(1 + \frac{j\omega}{10}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{3000}\right)}$$

puede trazarse mediante los comandos

```
num = [1/500 1]  
den = conv([1/10 1],[1/3000 1])  
bode(num,den);
```

Nótese que los coeficientes deben corresponder a los del polinomio de la variable ω , con sus términos ordenados de mayor a menor exponente.

2 Cuestionario

1. En el ejemplo de la sección 1.1 se define un rango lineal de frecuencias, pero el diagrama de Bode grafica el logaritmo de la frecuencia, lo cual puede introducir ciertos problemas, como por ejemplo diferentes resoluciones para las distintas escalas de frecuencia. Si por ejemplo, se desea conocer la respuesta de un sistema en el rango de 0.1 a 10^6 radianes por segundo, con una resolución de 1 radian por segundo, obtendremos un vector de un millón de elementos. ¿De qué forma se puede reducir el número de puntos calculados para eficientar este cálculo?
2. Para la pregunta anterior, ¿qué secuencia de instrucciones de Matlab se puede utilizar para trazar un diagrama de Bode? Responder esta pregunta sin utilizar la instrucción `bode`.