

# LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES APLICADA AL MEJORAMIENTO DE LA PRODUCCIÓN EN FINCAS GANADERAS EN COLOMBIA

**Autores:** Ing. RODRIGO ALBERTO CÁLIZ OSPINO, Ing. IVÁN ALFREDO ALEÁN RUÍZ

**Dirección y asesoría:** Ing., MSc., PhD. GERMÁN EDUARDO GAVILÁN LEÓN

## 1. CONCEPTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE PRODUCCIÓN DE CARNE PROVENIENTE DEL GANADO VACUNO

Un sistema de producción ganadera como cualquier sistema productivo, está constituido por diferentes elementos interrelacionados entre sí que requieren de insumos (entradas) para generar productos (salidas). Los elementos pueden comportarse como insumos o productos dependiendo de la fase del proceso productivo que se esté considerando.

Las fases que conforman un sistema productivo de ganadería de carne son: la adecuación del suelo, la producción de pasto, la alimentación del ganado, y la comercialización de ganado en pie. La adecuación del suelo implica lograr un contenido mineralógico de acuerdo con parámetros agronómicos, que permita obtener condiciones satisfactorias de carácter nutricional para el crecimiento del pasto. La producción de pasto contempla la siembra y el mantenimiento del mismo para obtener la mayor concentración energética posible con el objetivo de lograr un alto nivel de calidad alimenticia para el ganado. En la fase de alimentación del ganado el interés del productor se centra en determinar el tiempo de engorde de las reses y el sistema de pastoreo a emplear (continuo o rotacional). La fase de comercialización es la venta del ganado según la demanda, los precios de mercado y los niveles de calidad establecidos en las principales subastas y ferias ganaderas que se realizan en el transcurso del año.

### 1.2. ESTADÍSTICAS DE PRODUCTIVIDAD DE LA GANADERÍA COLOMBIANA

Actualmente, el sector ganadero colombiano cuenta con 25'000.000 de hectáreas dedicadas al pastoreo para la producción de carne y leche, y aproximadamente 22'300.000 cabezas de ganado. Los resultados económicos del sector se traducen en una participación del cinco por ciento (5%) del Producto Interno Bruto del país (PIB), y un 25% del PIB agropecuario.

La demanda de los productos de la industria ganadera ha crecido en forma proporcional al crecimiento de la población colombiana. Las siguientes estadísticas permiten observar el incremento en el consumo de carne y de leche en los últimos años:

**Cuadro 1.** Producción nacional de carne bovina, Fuente: DANE y Fedegán

| Concepto           | 1997      | 1998      | 1999      | 2000      |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Reses sacrificadas | 3,843,151 | 3,830,000 | 3,623,000 | 3,773,000 |
| Toneladas de carne | 756,000   | 750,000   | 720,000   | 739,000   |
| Consumo Per Cápita | 18.85     | 18.39     | 17.37     | 17.43     |

**Cuadro 2.** Producción mundial de carne bovina, Fuente: FAO

| Concepto              | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Millones de toneladas | 56.3 | 57.0 | 57.4 | 59.0 | 59.6 | 59.9 |

**Cuadro 3.** Exportaciones de carne bovina realizadas por Colombia, Fuente: Fedegán

| Concepto                   | 2000      | 2001      | Variación (%) |
|----------------------------|-----------|-----------|---------------|
| Millones de dólares (US\$) | 1'545.111 | 6'123.244 | 296.3         |

A partir de las anteriores estadísticas, se puede observar que la producción y el consumo de carne aumenta progresivamente año tras año tanto en el ámbito nacional y mundial, lo que deja al descubierto la oportunidad de incrementar los niveles de producción para satisfacer la creciente demanda interna y externa.

### 1.3. FACTORES LIMITANTES DE LA PRODUCTIVIDAD GANADERA EN COLOMBIA

La actividad ganadera en Colombia se ve influenciada por gran cantidad de factores que limitan la producción y la demanda de sus productos, los cuales condicionan el comportamiento del mercado, los costos y métodos de producción, y por lo tanto, impiden el total aprovechamiento de las oportunidades de expansión que actualmente posee el sector productivo objeto de análisis. La experiencia de los dueños y administradores de las fincas ganaderas dedicadas a la producción de ganado para satisfacer la demanda de carne y leche, ha permitido identificar dos tipos de factores que limitan de manera importante la productividad de la industria ganadera: factores climáticos y factores operativos.

Los factores climáticos condicionan la producción y las características del pasto que es el principal alimento del ganado, y están relacionados principalmente con el régimen de lluvias, el cual a su vez, está sujeto a la ubicación geográfica del país. Colombia al encontrarse en la zona ecuatorial del planeta carece de las estaciones climáticas que se presentan en zonas geográficas más cercanas a los polos, y por esta razón solo puede presentar dos situaciones climáticas opuestas: invierno y verano. El invierno se caracteriza por lluvias frecuentes y abundantes mientras que el verano por el contrario, se caracteriza por largos periodo de tiempo ausentes de lluvia. Estas dos situaciones influyen notoriamente en las decisiones que se deben tomar con relación al suministro del agua faltante o a la evacuación del agua sobrante para la producción del pasto, y por consiguiente en los costos de producción de todo el sistema

ya que la programación de la siembra del pasto y el pastoreo del ganado depende del clima de la región en la que se encuentre la finca ganadera.

Los factores operativos hacen referencia a la programación y puesta en marcha de la producción, elementos que están estrechamente ligados con la tecnología utilizada, la mano de obra, las características de los insumos y los métodos de producción. Las limitaciones causadas por dichos factores repercuten de manera importante en el proceso de toma de decisiones relacionadas con el proceso productivo al hacerlas más complejas y problemáticas, ya que se generan interrelaciones que conllevan a que una determinada decisión al beneficiar un tópico productivo perjudique otros que pueden ser igualmente importantes. Un ejemplo representativo de esta situación es el dilema resultante de implementar tecnología para aumentar la productividad del sistema, a costa de reducir la mano de obra utilizada en el y generar un problema social al dejar sin empleo personas que lo necesitan.

A pesar de que existen instituciones educativas y empresariales dedicadas exclusivamente a la investigación de alternativas de mejoramiento aplicadas a las diferentes etapas del proceso productivo como CORPOICA, FEDEGÁN, ASOCEBÚ y varias universidades del país, entre las principales, es un hecho que la mayoría de los productores operan de manera empírica sin conocer los avances científicos que se han desarrollado hasta el momento en la materia. Por tal razón, esta investigación pretende enlazar el conocimiento científico y el conocimiento empírico a partir de una metodología de mejoramiento de la planificación de producción, que posee sustento académico y se ajusta de la manera más cercana posible a las características reales del sistema de producción, con el fin de brindar estrategias de productividad factibles para los productores que no generen traumatismos en los métodos de operación y a nivel social, y que estén avaladas por los conocimientos científicos que se pueden aplicar en la actividad ganadera.

## **2. METODOLOGÍA DE MEJORAMIENTO**

### **2.1. DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA**

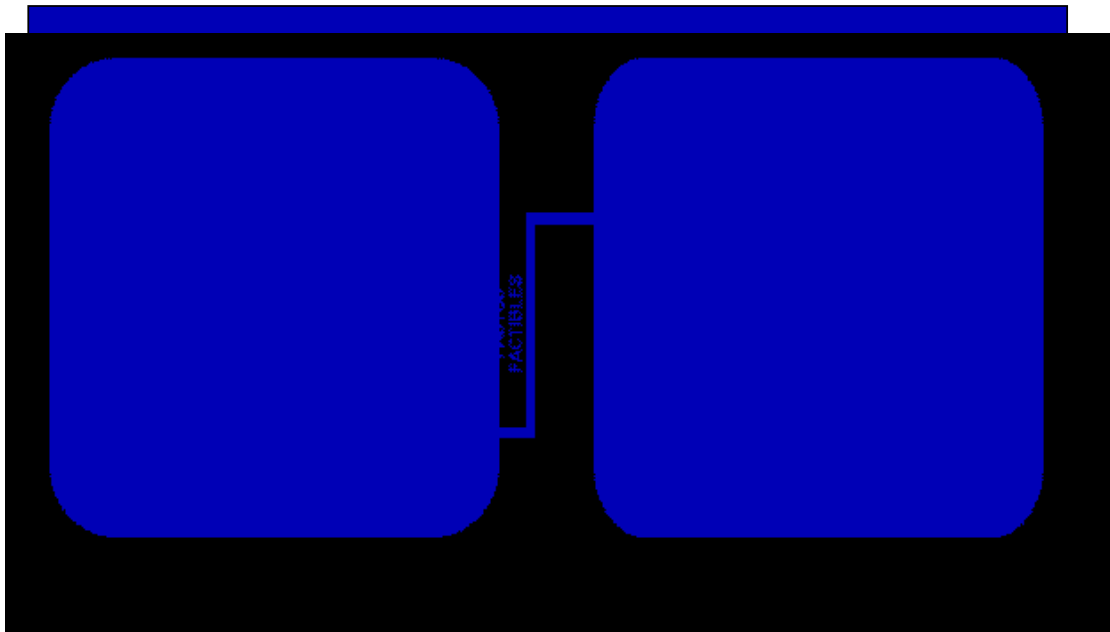
Como se mencionó anteriormente, el sistema productivo se puede desglosar en cuatro fases consecutivas que son: la adecuación del suelo, la producción de pasto, la alimentación del ganado, y la comercialización de ganado en pie. La investigación realizada es un análisis técnico de las tres primeras fases, centrado en la caracterización y el mejoramiento de las entradas y salidas de las fases contempladas en el estudio y del sistema productivo en sí visto desde un enfoque global.

Para abordar el sistema objeto de investigación de manera sistémica, es necesario formular la metodología considerando las interrelaciones que crean los insumos y los productos de cada fase. De esta manera, es posible identificar cuatro subsistemas dentro del subsistema conformado por las tres primeras fases del sistema global: Sistema Suelo – Pasto, Sistema Pasto – Ganado, Sistema Electivo de Pasto, y Sistema Electivo de Rotación. La metodología consiste en un algoritmo global, compuesto a su vez de algoritmos locales, los cuales toman información de entrada y en cada sistema generan información de salida traducida en decisiones estratégicas (selección de alternativas) y tácticas (cantidades) que se convierten en información de entrada para el siguiente subsistema.

El funcionamiento del algoritmo se puede resumir de la siguiente manera: en cada subsistema se identifican los factores y las interrelaciones entre ellos que influyen en la calidad del producto. Esta información permite identificar condiciones restrictivas estratégicas de la productividad del subsistema que crean filtros para el conjunto de alternativas de selección, y condiciones restrictivas tácticas que son cuantificables y que pueden ser satisfechas mediante la implementación de modelos matemáticos de optimización.

El flujo de insumos y productos a través de los subsistemas se puede observar en la Figura 1 que se muestra a continuación.

*Figura 1. Interrelaciones entre los subsistemas de análisis*



### **Funcionamiento del Sistema Suelo - Pasto**

El Sistema Suelo – Pasto toma como información de entrada un grupo de pastos que pueden ser sembrados en un suelo cuyas características físico – químicas son conocidas. Tras identificar los factores que influyen en las características de producción del pasto, se establecen como condiciones restrictivas estratégicas la textura en la que mejor se desempeña el pasto, el acoplamiento de la estructura de la raíz del pasto al suelo, la altitud y la temperatura ambiental en la que crece normalmente el pasto, y la precipitación hidrológica mínima requerida por el pasto para tener un contenido energético suficiente para la alimentación del ganado. Dichas condiciones de producción del pasto se comparan con los parámetros respectivos del suelo de estudio, y aquellos pastos que no se ajusten a los parámetros del suelo son excluidos del análisis.

La información de salida del subsistema corresponde a los costos de preparación del suelo y fertilización para los pastos **factibles** que han pasado el filtro aplicado. El costo de fertilización es estimado con base en un modelo matemático de fertilización formulado sobre las condiciones restrictivas tácticas, que son los requerimientos de macronutrientes (Nitrógeno, Fósforo, Potasio, Calcio, Azufre y Magnesio) derivados de la diferencia entre la demanda y la oferta nutricional del pasto y el suelo respectivamente. Los costos de preparación de suelo son calculados con base en las medidas que se tomen para modificar la estructura y la acidez del mismo.

### **Funcionamiento del Sistema Pasto - Ganado**

El Sistema Pasto – Ganado utiliza como parámetros de entrada la cantidad de producción anual de pasto, el nivel de energía metabolizable<sup>1</sup> y la capacidad de carga<sup>2</sup> para cada uno de los pastos factibles de acuerdo a los resultados del Sistema Suelo – Pasto, una ecuación matemática que describe la ganancia en peso del animal en función del tiempo y la energía metabolizable consumida, características de comercialización del ganado tales como peso inicial, sexo, calidad (ganado de primera o de segunda) y precios de compra y venta según los anteriores atributos, y un presupuesto económico destinado a la compra de ganado.

Con base en dichos parámetros, se realiza una simulación de ganancia diaria en peso del animal con el fin de estimar el peso final que cada animal obtendría alimentándose con cada uno de los pastos factibles por un periodo de tiempo determinado.

La información de salida del sistema es el beneficio económico resultante de la diferencia entre el capital invertido en la compra de ganado y la cantidad potencial de dinero que se obtendría por vender el ganado a su peso final después de un periodo de alimentación determinado con cada pasto factible.

---

<sup>1</sup> La energía metaboizable es el contenido energético que utiliza cada res para su crecimiento, y se calcula como la diferencia entre la energía total suministrada por el pasto y la energía utilizada por el animal para sus procesos de excreción. Se expresa como la relación de unidad energética por unidad de masa. Ej: (MegaJulios / Kilogramo de pasto)

<sup>2</sup> La capacidad de carga es el valor máximo de reses por unidad de área que puede soportar una pradera sin deteriorarse y reducir su oferta de nutrientes. Este valor se halla experimentalmente con base en la ganancia diaria en peso que obtiene el ganado y en el potencial de producción de pasto, y constituye un parámetro fundamental que debe ser considerado para garantizar el máximo aprovechamiento del valor nutricional del forraje.

### **Funcionamiento del Sistema Electivo de Pasto**

Este sistema elige el mejor pasto factible, basándose en el criterio económico de la razón de beneficio – costo; el pasto factible que obtiene el mayor valor al calcular dicha relación es considerado como la alternativa que ofrece las mejores ventajas económicas cumpliendo con los requisitos técnicos para su implementación. Los elementos tenidos en cuenta en el cálculo se muestran más adelante en la formulación del modelo matemático respectivo.

### **Funcionamiento del Sistema Electivo de Rotación**

El ganado puede ser alimentado implementando uno de dos sistemas: el pasto rotacional y el pastoreo continuo. El pastoreo rotacional como su nombre lo indica, consiste en que un número predeterminado de reses destinadas a la producción de carne o de leche rotan a través de varias subdivisiones que constituyen el área total de pastoreo. El pastoreo continuo no contempla subdivisiones y permite a los animales seleccionar el pasto que van a consumir en toda el área de la pradera destinada para su alimentación. Se ha podido comprobar experimentalmente que el pastoreo rotacional produce mejores rendimientos en términos de la ganancia de peso del animal que el pastoreo continuo realizado sobre toda el área, ya que se permite que el forraje se restablezca y no se deteriore, conservando de esta manera su valor nutritivo.

El problema de programación del sistema rotacional de pastoreo consiste básicamente en garantizar la máxima rotación del ganado de tal manera que este aproveche mejor el forraje disponible y consuma menos energía en la selección del alimento, al tener menos espacio para seleccionarlo. Este es precisamente el objetivo del Sistema Electivo de Rotación, el cual toma como parámetros de entrada la producción forrajera disponible para comenzar el pastoreo, el tiempo de rebrote del pasto, el área total de la pradera, el número de reses introducido a la pradera y su tasa de consumo de pasto diario, los tiempos mínimo y máximo recomendables de pastoreo en cada división, el costo de implementar una división, y la capacidad de carga de la pradera.

La información de salida de este sistema corresponde al máximo número de divisiones que deben establecerse en la pradera de acuerdo con los parámetros de rotación, y oferta y demanda de pasto.

## 2.2. MODELOS MATEMÁTICOS EMPLEADOS EN LOS SUBSISTEMAS

Los modelos matemáticos de optimización aquí planteados tienen como objetivo principal generar información de salida en cada subsistema, de tal manera que se facilite la toma de decisiones sobre una formulación de ingeniería ajustada a las características tácticas del sistema productivo objeto de estudio. Los modelos son los siguientes:

### **Modelo matemático de fertilización del suelo para el Sistema Suelo – Pasto.**

Tiene como objetivo lograr el mínimo costo de cumplir los requerimientos de fertilización de cada especie forrajera. El desarrollo de este modelo se realiza a través de los siguientes pasos: definición de las variables de decisión, identificación de las condiciones de entrada, planteamiento matemático, y especificaciones del planteamiento matemático.

#### **- Definición de las variables de decisión del modelo.**

En este caso, las variables de decisión corresponden a las referencias comerciales de fertilización existentes en el mercado agropecuario. De acuerdo a la información técnica disponible, se pueden identificar cuatro tipos de fertilizantes: fertilizantes simples que suplen las deficiencias de Nitrógeno, fertilizantes simples que suplen las deficiencias de Fósforo, fertilizantes simples que suplen las deficiencias de Potasio, fertilizantes complejos que suplen las deficiencias conjuntas de Nitrógeno, Fósforo y Potasio. Es fundamental tener en cuenta que los fertilizantes no solamente contienen los tres elementos principales; también contienen dosis de Calcio, Magnesio, Azufre y micronutrientes, según las especificaciones de fabricación de los productores.

#### **- Identificación de las condiciones de entrada del modelo**

Las condiciones de entrada son de dos tipos: condiciones restrictivas y condiciones de productividad.

Las condiciones restrictivas de este modelo son los requerimientos de fertilización del suelo y las relaciones entre alternativas de fertilización

Los requerimientos de fertilización del suelo son hallados a partir de análisis de laboratorio, de acuerdo a la capacidad de extracción de nutrientes de cada especie forrajera y a la disponibilidad de los macronutrientes en el suelo. Estas necesidades están dadas en Kilogramos por Hectárea. Siempre debe garantizarse el cubrimiento de la máxima deficiencia; si existen requerimientos de varios elementos, debe cumplirse el máximo sin importar los sobrantes que se generen de los otros. En caso de que el sobrante sea Nitrógeno, debe aplicársele cal al suelo para evitar la acidez excesiva del mismo. Sin embargo, dado que el costo de aplicar la cal es muy pequeño comparado con el de fertilizar y que es muy poco probable que los suelos colombianos tengan deficiencias de Nitrógeno mayores que las de Fósforo, no se considera como relevante el costo adicional en el que se incurre en caso de que se aplique más Nitrógeno del que se requiere.

La condición restrictiva de relación entre alternativas de decisión hace referencia a que las decisiones de aplicar fertilizantes simples o complejos para un mismo requerimiento nutricional son mutuamente excluyentes, debido a recomendaciones técnicas de carácter agronómico (pueden producirse reacciones químicas no deseadas que afecten la productividad del suelo). Por otro lado, si existen requerimientos de los tres elementos mayores (Nitrógeno, Fósforo y Potasio) lo recomendado es utilizar fertilizantes complejos.

Las condiciones de productividad del modelo corresponden a los costos asociados a cada alternativa de fertilizante y a la composición química de dichas alternativas.

El costo de fertilización es un costo asociado al precio por kilogramo de fertilizante aplicado. Este costo varía dependiendo de la composición química del fertilizante y del comportamiento de los precios en el mercado agropecuario.

El contenido del elemento nutritivo en el fertilizante depende del compuesto utilizado para fertilizar y el porcentaje con respecto al peso total del fertilizante que representa dicho compuesto. Por ejemplo: el compuesto utilizado para suplir las deficiencias de Fósforo es el  $P_2O_5$ . El Contenido de Fósforo se puede hallar a partir de los pesos atómicos de los elementos químicos presentes en dicho compuesto. El contenido de  $P_2O_5$  en el fertilizante viene dado por las especificaciones de producción dadas por la empresa productora del fertilizante.

#### - Planteamiento matemático.

Con base en las variables de decisión y en las condiciones de entrada, es posible plantear un modelo matemático de optimización que aplica *Programación Entera Mixta (PEM)*, el cual considera variables de decisión continuas (cuanto fertilizante aplicar) y variables de decisión binarias (aplicar o no determinado fertilizante).

La formulación matemática de las variables de decisión es la siguiente:

$X_i$  = Cantidad de fertilizante a aplicar del fertilizante  $i$  (dada en Kilogramos por Hectárea); ( $i = 1, 2, \dots, n_1$ ) corresponde al conjunto de las alternativas de fertilización nitrogenadas, ( $i = n_1 + 1, \dots, n_2$ ) corresponde al conjunto de alternativas fosforadas, ( $i = n_2 + 1, \dots, n_3$ ) corresponde al conjunto de alternativas con contenido mayoritario de Potasio, y ( $i = n_3 + 1, \dots, n_4$ ) corresponde al conjunto de alternativas complejas que contienen simultáneamente los tres macronutrientes principales como los principales componentes del fertilizante.

$Y_i = 1$ , si se aplica el fertilizante  $i$ , 0 de otra manera; ( $i = 1, 2, \dots, n_1$ ) corresponde al conjunto de las alternativas de fertilización nitrogenadas, ( $i = n_1 + 1, \dots, n_2$ ) corresponde al conjunto de alternativas fosforadas, ( $i = n_2 + 1, \dots, n_3$ ) corresponde al conjunto de alternativas con contenido mayoritario de Potasio, y ( $i = n_3 + 1, \dots, n_4$ ) corresponde al conjunto de alternativas complejas que contienen simultáneamente los tres macronutrientes principales.

Los requerimientos de fertilización de los nutrientes principales (Nitrógeno, Fósforo, Potasio, Magnesio, Azufre, Calcio) se denotan por  $r_f$  ( $f = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ). La asignación de  $f$  se presenta a continuación en el Cuadro 1.

**Cuadro 1. Asignación de nomenclatura a los requerimientos de fertilización de los macronutrientes**

| <i>f</i> | <b>Necesidades de fertilización de macronutrientes (Kilogramos / Hectárea)</b> |
|----------|--|
| 1        | Nitrógeno  |
| 2        | Fósforo  |
| 3        | Potasio  |
| 4        | Calcio   |
| 5        | Azufre   |
| 6        | Magnesio   |

La composición química de los fertilizantes se denota de la siguiente manera:

Sean  $a_{fi}$  el coeficiente que representa el porcentaje del nutriente  $f$  por cada Kilogramo de la alternativa de fertilización  $i$ . (Ejemplo: Si la cantidad de Úrea a aplicar se representa por la variable  $X_1$  y el porcentaje de Nitrógeno es el 46%,  $a_{11}$  será igual a 0,46)

Los costos de fertilización se denotan como  $C_i$  y corresponden a los costos variables asociados a las alternativas de fertilización  $X_i$  respectivamente. Estos costos están dados en Pesos por Kilogramo de fertilizante (\$ / Kg.)

La formulación matemática del modelo completo es la siguiente:

Una función objetivo que garantiza que el costo de fertilización sea mínimo, la cual está dada por la siguiente expresión:

$$MinZ = \sum_{i=1}^{n_1} C_i * X_i$$

sujeta a:

Las siguientes restricciones que garantizan el cumplimiento de los requerimientos de fertilización

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{1i} * X_i \geq r_1$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{2i} * X_i \geq r_2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{3i} * X_i \geq r_3$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{4i} * X_i \geq r_4$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{5i} * X_i \geq r_5$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} a_{6i} * X_i \geq r_6$$

El siguiente conjunto de restricciones que garantizan que si la alternativa de fertilización no es escogida (la variable binaria correspondiente es igual a cero), la variable continua asociada también debe ser igual a cero; o si por el contrario, la alternativa es escogida, la región factible de solución no se ve restringida, ya que  $M$  representa un número positivo muy grande que no afecta la región factible de las variables continuas:

$$X_i \leq MY_i; (i = 1, 2, \dots, n_4)$$

La siguiente restricción que garantiza: la escogencia de máximo un fertilizante de cada tipo (nitrogenado, fosforado, potásico), la condición de mutua exclusión entre fertilizantes simples y compuestos, y el cumplimiento del requerimiento técnico consistente en utilizar un fertilizante completo si existen requerimientos simultáneos de Nitrógeno, Fósforo y Potasio.

$$\sum_{i=1}^{n_4} Y_i \leq 2$$

Las siguientes restricciones que garantizan el carácter no negativo de las variables continuas  $X_i$  y el carácter binario de las variables  $Y_i$ .

$$X_i \geq 0; (i = 1, 2, \dots, n_4)$$

$Y_i$ , son variables binarias con valor cero o uno; ( $i = 1, 2, \dots, n_4$ )

## **Modelo matemático de inversión en ganado para el Sistema Pasto - Ganado**

El modelo matemático de este sistema tiene como objetivo maximizar el beneficio económico de la venta del ganado de acuerdo a las condiciones de alimentación que determina cada tipo de pasto y las condiciones económicas determinadas por el mercado de compra – venta de ganado.

### **- Definición de las variables de decisión del modelo.**

Para este caso, las variables de decisión están representadas por la cantidad de ganado a comprar de cada combinación posible resultante de interrelacionar la clase de ganado (de primera o de segunda), el sexo, y los rangos de peso establecidos comercialmente.

### **- Condiciones de entrada del modelo.**

El modelo posee condiciones restrictivas y condiciones de productividad. Las condiciones restrictivas corresponden a la producción de cada tipo de pasto, el área de pastoreo y el presupuesto del que se dispone para invertir en el ganado. Las condiciones de productividad corresponden al precio por kilogramo de ganado en pie, el peso del ganado y el consumo forrajero por parte del ganado.

### **- Planteamiento matemático.**

Para esta etapa de la metodología se utilizará un modelo matemático de optimización de *Programación Entera* que contempla variables de decisión enteras sujetas a restricciones de tipo lineal, tal como se muestra a continuación:

Las variables de decisión se denotan de la siguiente manera:

$X_{ijk}$  = Cantidad de reses a comprar de la  $i$  – ésima clase, el  $j$  – ésimo sexo y el  $k$  – ésimo peso, que pastorearán durante el año; ( $i = 1, 2$ ); ( $j = 1, 2$ ); ( $k = 1, 2, \dots, 5$ )

La nomenclatura de  $i, j$  y  $k$  es la siguiente:

**Cuadro 2. Nomenclatura de las variables de decisión del modelo matemático de inversión en ganado**

| Subíndice | Característica  | Nomenclatura |         |     |     |
|-----------|-----------------|--------------|---------|-----|-----|
|           |                 | 1            | 2       | 3   | 4   |
| $i$       | Clase de ganado | Primera      | Segunda |     |     |
| $j$       | Sexo del ganado | Macho        | Hembra  |     |     |
| $K$       | Peso (Kg.)      | 100          | 150     | 200 | 250 |

Las condiciones restrictivas se denotan así:

$F$  = Producción forrajera anual (dada en Kilogramos por Hectárea por año)

$A$  = Área destinada para el pastoreo del ganado (dada en Hectáreas)

$P$  = Presupuesto destinado a la inversión en ganado (dado en pesos (\$))

Las condiciones de productividad se representan de la siguiente manera:

$C_{ijk}$  = Costo de compra por kilogramo de ganado en pie de la  $i$  – ésima clase, el  $j$  – ésimo sexo y el  $k$  – ésimo peso; ( $i = 1, 2, \dots$ ); ( $j = 1, 2$ ); ( $k = 1, 2, 3, 4$ )

$V_{ijk}$  = Precio por kilogramo de peso del ganado de la  $i$  – ésima clase, el  $j$  – ésimo sexo y el  $k$  – ésimo peso inicial, al finalizar el año de operaciones (dado en pesos por kilogramo (\$ / kg.)); ( $i = 1, 2, \dots$ ); ( $j = 1, 2$ ); ( $k = 1, 2, 3, 4$ )

$G_k$  = Peso del ganado en el momento de la compra (kilogramos / res)

$TP$  = Tiempo de pastoreo en el cual será realizada la planeación económica de la actividad ganadera. En este modelo se asumirá  $TP = 1 \text{ año} = 365 \text{ días}$ .

$W_k(TP)$  = Peso que adquiere cada res que en el momento de la compra tiene como peso  $a_k$ , una vez ha transcurrido el tiempo de pastoreo para el que se realiza la planeación económica; ( $k = 1, 2, 3, 4$ )

Para poder calcular el peso del animal al momento de venderlo, es decir, cuando ha transcurrido el tiempo de rebrote del pasto, es necesario tener en cuenta que el peso del animal es una función que depende del tiempo y de la ganancia en peso diaria que obtiene el animal. La ganancia en peso diaria está sujeta a la energía metabolizable suministrada por el pasto al animal, la cual a su vez depende del peso que vaya acumulando el animal en los días previos al día de la venta. Lo anterior se puede expresar mediante un modelo matemático de la siguiente manera:

$$W_k(t) = W_k(t-1) + GPV(W_k(t-1), Em(W_k(t-1))); (k = 1, 2, \dots, 9); (t = 0, 1, 2, \dots, 365); (W_k \geq 100)$$

El valor inicial de la variable de interés está dado por:

$$W_k(0) = G_k$$

Donde  $W_k(t)$  es el peso acumulado del animal en el día  $t$ , y  $GPV$  es una función estimada experimentalmente que representa la ganancia diaria en peso vivo que obtiene el animal, la cual está en función de  $W_k(t-1)$  (peso acumulado del animal hasta el día  $t-1$ ) y de  $Em$  (energía metabolizable suministrada por el pasto que puede asimilar el animal, que a su vez se encuentra en función de  $W_k(t-1)$ ).

La primera ecuación relacionada con la variable de interés representa una relación recurrente que calcula el valor de la variable en un día determinado con base en el peso acumulado del día anterior y en la ganancia de peso que se puede obtener a partir del peso acumulado del día anterior y de la energía metabolizable asimilada.

La segunda ecuación garantiza que el peso inicial del animal sea justamente el que posee en el momento de su compra.

La relación recurrente también se puede expresar en términos del peso inicial del animal y la ganancia diaria en peso vivo así:

$$W_k(t) = G_k + \sum_{n=1}^t GPV(W_k(n-1); Em(W_k(n-1)))$$

La anterior ecuación al igual que la primera expresión de relación recurrente implica el cálculo de cada término con el fin de poder hallar la ganancia diaria de peso vivo e ir calculando el peso acumulado de la res.

Si se hace  $t = TP$ , el peso acumulado del animal estará dado por la siguiente expresión:

$$W_k(TP) = G_k + \sum_{n=1}^{365} GPV(W_k(n-1); Em(W_k(n-1)))$$

$B_k(TP)$  = Consumo acumulado de forraje durante el tiempo en el que se realizará la planeación económica, del animal que en el momento de la compra tenía como peso inicial  $A_k$

Para calcular el consumo forrajero acumulado se debe considerar que el consumo forrajero es una función del peso del animal, el cual a su vez está en función del tiempo. Matemáticamente corresponde a la siguiente expresión:

$$b_k(t) = f * W_k(t); (0,025 \leq f \leq 0,03); (t = 1,2,..365)$$

Donde  $b_k(t)$  es el consumo forrajero en el día  $t$  del animal que en el momento de la compra tenía como peso inicial  $A_k$ , y  $f$  es un coeficiente correspondiente al porcentaje que representa el consumo de forraje con respecto al peso del animal. Experimentalmente se ha podido comprobar que este coeficiente oscila entre el 2,5% y el 3% del peso vivo del animal.

El consumo acumulado por el animal en determinado día del pastoreo está dado por la siguiente ecuación:

$$B_k(t) = \sum_{n=1}^t b_k(n)$$

Si se hace  $t = TP$ , el consumo acumulado por animal una vez ha transcurrido un año está dado por la siguiente ecuación:

$$B_k(TP) = \sum_{n=1}^{365} b_k(n)$$

El modelo matemático de optimización es el siguiente:

$$MaxZ = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 (V_{ijk} * W_k(TP) - C_{ijk} * G_k) * X_{ijk} ;$$

La función objetivo maximiza la ganancia neta de la inversión en animales teniendo en cuenta los precios del mercado y la ganancia en peso de cada animal.

Sujeta a:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 B_k(365) * X_{ijk} \leq F * A * g ;$$

Esta restricción garantiza que no se sobrecargue el área de pastoreo. ( $g$  representa el porcentaje de la producción disponible que consume el número de reses correspondientes a la Capacidad de Carga del sistema;  $0,5 \leq g \leq 0,6$ )

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 C_{ijk} * G_k * X_{ijk} \leq P ;$$

Esta restricción garantiza que no se sobrepase el presupuesto destinado para la inversión en ganado.

$X_{ijk}$  son variables enteras positivas; ( $i = 1, 2$ ); ( $j = 1, 2$ ); ( $k = 1, 2, 3, 4$ )

La cantidad de dinero a invertir en ganado para cada tipo de pasto que debe ser tenida en cuenta como un costo en la elección de la alternativa factible, está dada por la siguiente expresión:

$$C = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 C_{ijk} * G_k * X_{ijk} \text{ óptimo}$$

Este costo es utilizado por el modelo matemático del Sistema Electivo de Pasto, como uno de los componentes del costo total inherente a cada pasto.

### **Modelo de elección del mejor pasto factible para el Sistema Electivo de Pasto**

El modelo matemático correspondiente a esta etapa de optimización utiliza el indicador de productividad en el que se basa el algoritmo para decidir cual alternativa de pasto es la que mejores resultados ofrece en términos de los resultados económicos que genera.

El indicador de productividad para la  $i$  – ésima alternativa de pasto está dado por la siguiente expresión:

$$IP_i = \frac{B_i}{C_i}$$

Donde  $B_i$  es el máximo beneficio económico neto que puede ofrecer la  $i$  – ésima alternativa de pasto de acuerdo a los resultados obtenidos en el análisis del sistema pasto – ganado, y  $C_i$  el mínimo costo de implementación del  $i$  – ésimo tipo de pasto, incluyendo los costos fijos de preparación del suelo, el mínimo costo variable de fertilización, y el costo de inversión en ganado.

La formulación es la siguiente:

$$MaxZ = \sum_{i=1}^{n_i} IP_i * X_i$$

sujeta a:

$$\sum_{i=1}^{n_i} X_i = 1$$

$X_i = 1$  si se escoge la  $i$  – ésima alternativa factible de pasto; 0 de lo contrario.

## **Modelo matemático de programación de rotación para el Sistema Electivo de Rotación**

La programación matemática del sistema de pastoreo rotacional tiene como objetivos maximizar la producción ganadera del área de pastoreo con la mayor rotación posible del ganado, garantizar el cubrimiento de la demanda de acuerdo a la oferta de forraje, y reducir el tiempo de pastoreo por división. El desarrollo de este modelo contempla la definición de las variables de decisión y las condiciones de entrada, y el planteamiento matemático y la solución de dicho planteamiento.

### **- Definición de las variables de decisión del modelo.**

se pueden establecer como variables de decisión el número de divisiones del área de pastoreo y el tiempo de pastoreo en cada división.

### **- Condiciones de entrada del modelo.**

El modelo posee condiciones restrictivas y condiciones de productividad.

Las condiciones restrictivas del modelo están dadas por el área de pastoreo, la producción forrajera, el presupuesto disponible para implementar el sistema, el tiempo máximo de pastoreo en cada división y el tiempo de rebrote del pasto.

Las condiciones de productividad corresponden al consumo diario promedio de forraje por cabeza de ganado, el costo de implementación por división y el número de reses que se van a introducir en el sistema.

Estos parámetros se estiman a partir de los datos suministrados por los administradores de las fincas y /o de los estudios técnicos realizados por entidades especializadas en el análisis de la producción ganadera colombiana.

### **- Planteamiento matemático.**

El modelo matemático se puede expresar a través de la formulación de un problema de *Programación Entera No Lineal* que contempla variables de decisión enteras (número de divisiones) y continuas (tiempo de pastoreo por división).

La formulación de las variables de decisión es la siguiente:

$X_1$  = Número de divisiones del área de pastoreo en las que van a rotar las reses calculadas en el modelo de optimización del beneficio.

$X_2$  = Tiempo de pastoreo en cada división de las  $X_1$  reses.

Las condiciones restrictivas se denotan de la siguiente manera:

$F$  = Producción forrajera disponible para el consumo durante el tiempo de rebrote, estimada con base en la producción anual y la época del año en la que se iniciará el sistema de pastoreo (dada en Kilogramos de por Hectárea)

$A$  = Área de pastoreo (dada en Hectáreas)

$P$  = Presupuesto disponible para la implementación del sistema

$TMD_1$  = Tiempo mínimo de pastoreo en la división (dado en días)

$TMD_2$  = Tiempo máximo de pastoreo en la división (dado en días)

$TR$  = Tiempo de rebrote del forraje (dado en días)

$K$  = Consumo diario de forraje promedio de las reses introducidas en el sistema (dado en kilogramos de forraje por día)

Este parámetro se obtiene con base en los resultados del modelo matemático correspondiente al sistema pasto – ganado para el pasto escogido así:

Sea  $R_{ijk} = X_{ijk}$  óptimo; donde el subíndice  $i$  se relaciona con la clase de ganado,  $j$  con el sexo del ganado y  $k$  con el peso del ganado al momento de la compra. Sea  $B_k (365)$  el consumo de forraje acumulado por el animal que en el momento de la compra tenía como peso  $A_k$ , una vez ha transcurrido un año de pastoreo. La utilización de estos valores permite calcular el consumo de forraje de un número de reses que no sobrepasa la Capacidad de Carga del sistema, ya que dicho parámetro ha sido utilizado con anterioridad en el sistema pasto – ganado, con el fin de restringir el número de cabezas de ganado a introducir en el sistema rotativo de pastoreo. El consumo promedio de la carga animal a la que se someterá el sistema está dado por la siguiente ecuación:

$$K = \frac{1}{365} * \sum_{I=1}^2 * \sum_{j=1}^2 * \sum_{K=1}^4 B_k (365) * R_{ijk}$$

Las condiciones de productividad se denotan de la siguiente manera:

$C$  = Costo de implementación de cada división dado en Pesos por división (\$ / división)

El modelo matemático completo es el siguiente:

$$\text{Max} Z = X_1;$$

La función objetivo garantiza que el ganado rote en el mayor número de divisiones posible.

Sujeta a:

$$X_1 * X_2 \leq \frac{F * A}{K};$$

Esta restricción limita el tiempo de pastoreo por división relacionando la oferta y la demanda de forraje.

$$C * X_1 \leq P;$$

Esta restricción garantiza que no se sobrepase el presupuesto destinado para la implementación del sistema.

$$X_2 \leq TMD_2;$$

Esta restricción garantiza que el tiempo de pastoreo por división no sobrepase el tiempo máximo recomendado, según la rapidez del ciclo de producción que se desee.

$$X_2 \geq TMD_1;$$

Esta restricción garantiza que el tiempo de pastoreo por división no sea menor que el tiempo mínimo recomendado, según la rapidez del ciclo de producción que se desee.

$$(X_1 - 1) * X_2 \geq TR;$$

Esta restricción garantiza que el forraje alcance a rebrotar una vez se completa el ciclo de pastoreo por todas las divisiones.

$X_1$  es una variable entera positiva.

$$X_2 \geq 0$$

### 2.3. SOLUCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Para comprobar la eficacia de la metodología, en la investigación se planteó un ejemplo hipotético con el fin de aplicar el algoritmo y sus correspondientes modelos y confrontar los resultados obtenidos con las decisiones tomadas por los productores de manera empírica.

Dada la necesidad de hallar los valores óptimo de las variables de cada modelo matemático de optimización, se utilizó el software *GAMS* desarrollado por la firma *Gams Development Corporation*, el cual está en capacidad de resolver modelos de gran escala de Programación Lineal, Programación Lineal Entera Mixta, y Programación Entera No Lineal, entre sus principales aplicaciones.

### 3. CONCLUSIONES

- El trabajo interdisciplinario llevado a cabo durante la realización de esta investigación permitió avanzar efectivamente en el desarrollo del proyecto, al facilitar la interpretación y formulación de la metodología de solución del problema con base en el complemento de los conocimientos y diferentes puntos de vista de los autores.
- La realización de este proyecto de grado permitió a los autores corroborar la importancia de los procesos investigativos en la búsqueda de nuevas y mejores soluciones u oportunidades relacionadas con situaciones problemáticas que impiden el progreso continuo de la sociedad.
- El hecho de haber aplicado conocimientos de ingeniería adquiridos en las aulas de clase en áreas no convencionales es una manera efectiva de fomentar la cultura investigativa al interior de las facultades y los departamentos de ingeniería de las universidades colombianas.
- El análisis de las condiciones comerciales actuales de la industria ganadera permite concluir que la demanda creciente en cantidad y calidad de sus productos justifica la formulación de un plan de mejoramiento como el expuesto en este documento..
- Dadas las características del proyecto, es posible plantear investigaciones futuras en el sector agropecuario y en el área de modelamiento matemático destinadas a refinar la información de entrada que utiliza la metodología. Esto haría posible que los resultados fueran más eficientes en términos de los beneficios económicos que recibe el productor ganadero al implementar el modelo genérico.
- Con base en la gran cantidad de bibliografía y testimonios hallados en la fase de caracterización del sistema productivo, es posible afirmar que la metodología contempla de manera efectiva las características fundamentales que influyen en la productividad y competitividad de la industria ganadera colombiana.
- El desarrollo de la metodología de mejoramiento permitió verificar que si es posible extrapolar la aplicación de modelos matemáticos y algorítmicos de ingeniería a la solución de problemas en una industria específica, tal como lo es la industria ganadera en este caso.

- Se puede afirmar que el hecho de abordar un problema de este tipo de manera sistemática considerando de manera secuencial las fases que lo componen, permite analizar detalladamente el comportamiento del sistema, identificar fácilmente las características críticas en términos de los beneficios que genera el sistema, y caracterizar las fuentes de error que pueden darse en el proceso de modelamiento.
- La evaluación de los parámetros físico – químicos del suelo es fundamental para la validación del modelo suelo – pasto, ya que permite comparar los parámetros de entrada con los requerimientos de las alternativas de pasto y generar información cuantitativa susceptible de optimización.
- La formulación de Programación Entera Mixta del pasto es la herramienta más apropiada para abordar el problema de fertilización porque permite tener en cuenta de manera simultánea restricciones y parámetros técnicos y económicos.
- Tras haber realizado una extensiva y exhaustiva búsqueda de información de sistemas de producción ganaderos, no se hallaron modelos de mejoramiento sistémicos soportados en modelos matemáticos. Lo anterior permite concluir que la metodología desarrollada en este proyecto se constituye en una innovación y un aporte al conocimiento científico que existe en torno a la programación de operaciones ganaderas en Colombia.
- Es un hecho innegable que la utilización de herramientas informáticas de alta capacidad y gran flexibilidad en el procesamiento de información en la solución de modelos matemáticos de optimización, permite modelar el sistema de la manera más real posible sin perjuicio de la solución óptima, esperada al no limitar la caracterización de las variables y parámetros del sistema.

### **Conclusión resumen**

- Se pudo corroborar que la formulación de modelos algorítmicos y matemáticos de optimización es una excelente alternativa para abordar problemas cotidianos de la economía colombiana desde un punto de vista sistémico, porque permite ajustarse de una manera muy cercana a las condiciones reales del sistema productivo basándose en argumentos técnicos confiables.