

1. Sean $u : u(x) = L^2 x - L x^2 + 3$ y $v : v(x) = e^{\frac{1}{x}}(2x - 1) - 2x$.

Se considera la función $f : f(x) = \begin{cases} \frac{\int_x^x u(t)dt}{e^3} & \text{si } x > 0 \\ k & \text{si } x = 0 \\ e^{-1} - 1 + \int_{-1}^x v(t)dt & \text{si } x < 0 \end{cases}.$

- (a) Exprese f de modo que no dependa del símbolo de la integral.
 (b) Investigue si para algún valor de k la función resulta continua en $x = 0$. En caso afirmativo asigne dicho valor para k , en caso negativo tome $k = 0$.
 (c) E.A. y R.G. de f .
 (d) Clasifique las siguientes series:
 i. $\sum \left(f \left(1 + \frac{1}{n} \right) - f \left(1 + \frac{1}{n+1} \right) \right)$, en caso de convergencia calcule su suma
 ii. $\sum ((-1)^n f \left(\frac{-1}{n} \right))$, si converge calcule su suma con un error menor a $\frac{1}{100}$.
 iii. $\sum G(-n^\alpha)$, donde $G(x) = f(x) - (mx + p)$ e $y = mx + p$ es la asíntota de f en $-\infty$. Discuta según $\alpha > 0$.
 iv. $\sum \left((-1)^n f \left(e^3 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha} \right) \right)$. Discuta según $\alpha > 0$.

2. Se considera la familia de funciones $f_k : f_k(x) = L(x^2 - 2kx + 1)$.

- (a) Estudio analítico y representación gráfica de las f_k .
 (b) Sea la función $g : g(x) = x f_1(x)$. Encuentre una función G tal que:
 • $G'(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{1\}$
 • $G(0) = 0$
 • sea continuizable en $x = 1$.
 (c) Estudio analítico y representación gráfica de G .
 (d) Clasifique las siguientes series discutiendo según $\alpha > 0$
 i. $\sum G \left(\frac{1}{n^\alpha} \right)$
 ii. $\sum ((-1)^n G \left(\frac{1}{n^\alpha} \right))$
 iii. $\sum \left(\frac{1}{G(n^\alpha)} \right)$

3. (libres) Se considera la familia de funciones $f_n : f_n(x) = x^n e^x$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) Bosqueje los gráficos de las f_n .

(b) Sea (I_n) dada por $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$.

i. Encuentre una relación de recurrencia entre I_n e I_{n-1} .

ii. Deduzca el límite de I_n .

(c) Clasifique las siguientes series:

i. $\sum I_n$

ii. $\sum ((-1)^n I_n)$