

1. Se consideran F y G , funciones de dominio $(0, +\infty)$ dadas por:

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt ; G(x) = \int_1^{\frac{1}{x}} \frac{2t \cdot L(t)}{(1+t^2)^2} dt$$

- (a) Hallar f continua en $(0, +\infty)$, sabiendo que $F(x) = G(x) ; \forall x \in R$.
- (b) Hallar una fórmula para F y efectuar su estudio analítico y representación gráfica.
- (c) Clasificar las series:
 $\sum F\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right), \alpha > 0$ y $\sum (-1)^n F\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right), \alpha > 0$.
- (d) Clasificar las series:
 $\sum (L - F(n^\alpha))$ y $\sum (-1)^n (L - f(n^\alpha)), \alpha > 0$. Siendo $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} (F)$

2. Sea $f_\lambda : (R - \{-1\}) \rightarrow R$, tal que $f_\lambda = \frac{1}{2}L(x^2 + 2x + 5) + \frac{\lambda+1}{2} \operatorname{Arctg}\left(\frac{2}{x+1}\right)$

- (a) Estudio analítico y gráfica de las f_λ , discutiendo según λ real.
- (b) Sea $\varphi_\lambda(z) = e^{\frac{1}{z}} - \cos\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{2}(f_\lambda(z-1) - L(z))$.
Hallar λ para que $\varphi_\lambda(z)$ sea un infinitésimo del mayor orden posible para $z \rightarrow +\infty$. (se tomará como infinitésimo principal $\left(\frac{1}{z}\right)$). Dar el desarrollo de $\varphi_\lambda(z)$ con dos términos significativos indicando orden del resto.
- (c) Para λ hallado, clasificar las series:
 $\sum \varphi(n^\alpha) ; \sum \varphi((-1)^n n^\alpha), \alpha > 0$ y $\sum (-1)^n \varphi(\sqrt[3]{n})$.

3. (libres)

Sea $F : (-1, 1) \rightarrow R$ definida por $F(x) = \int_0^{x^2} \left(\frac{2}{1-t} + \frac{1}{1+t} + \frac{1}{2}\right) dt$.

- (a) Hallar $F'(x)$.
- (b) Sea f de la cual se sabe que $2x \cdot f'(x) = F'(x)$. Hallar $f, \forall x \in (-1, 1)$ que cumple $f(0) = 2$. "Extender" el dominio de f al mayor conjunto posible de reales y efectuar el estudio analítico y representación gráfica de f sobre ese dominio.
- (c) Clasificar:
 $\sum \left(f\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) - f(0)\right)$ y $\sum (-1)^n \left(f\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) - f(0)\right), \alpha > 0$.