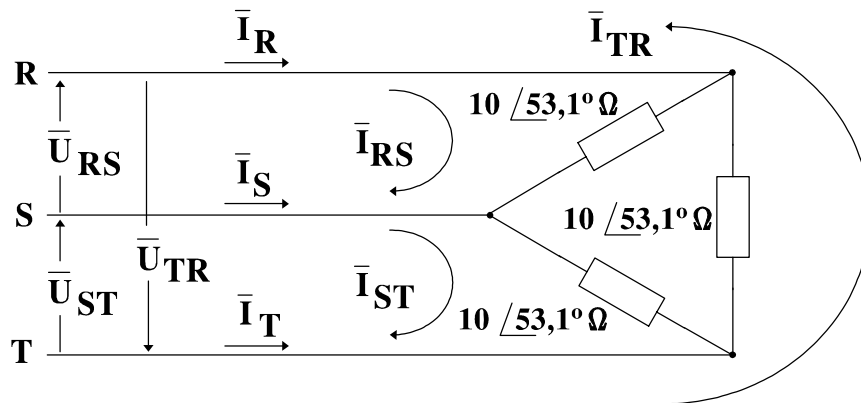


CARGA TRIFÁSICA EQUILIBRADA EN TRIÁNGULO

EJERCICIO 1.- Se conectan en triángulo tres impedancias iguales de $10 \angle 53,1^\circ$ ohmios, a un sistema trifásico de tres conductores (sistema trifilar) de 240 voltios y secuencia TSR. Calcular las corrientes de fase, corrientes de línea y representar el diagrama fasorial de las mismas.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra un esquema de la disposición de las tres impedancias en triángulo.



Por tratarse de un sistema trifásico 240 V, secuencia TSR, las tensiones de línea vendrán dadas por:

$$\bar{U}_{RS} = 240 \angle -120^\circ \text{ V} \quad \bar{U}_{ST} = 240 \angle 0^\circ \text{ V} \quad \bar{U}_{TR} = 240 \angle 120^\circ \text{ V}$$

Al estar las tres impedancias conectadas en triángulo, las tensiones de línea y de fase son coincidentes. La corriente por una fase (corriente de fase) se obtendrá como cociente entre la tensión en dicha fase (tensión de fase) y el valor de la impedancia de dicha fase (impedancia de fase). Así las corrientes de fase pedidas:

$$\bar{I}_{RS} = \frac{240 \angle -120^\circ}{10 \angle 53,51^\circ} = 24 \angle -173,1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ST} = \frac{240 \angle 0^\circ}{10 \angle 53,51^\circ} = 24 \angle -53,1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{TR} = \frac{240 \angle 120^\circ}{10 \angle 53,51^\circ} = 24 \angle 66,9^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de fase tienen el mismo valor eficaz y están desfasadas 120° entre sí.

Las corrientes de línea se obtendrán aplicando la primera ley de Kirchhoff a los nudos del triángulo.

Así se calculan:

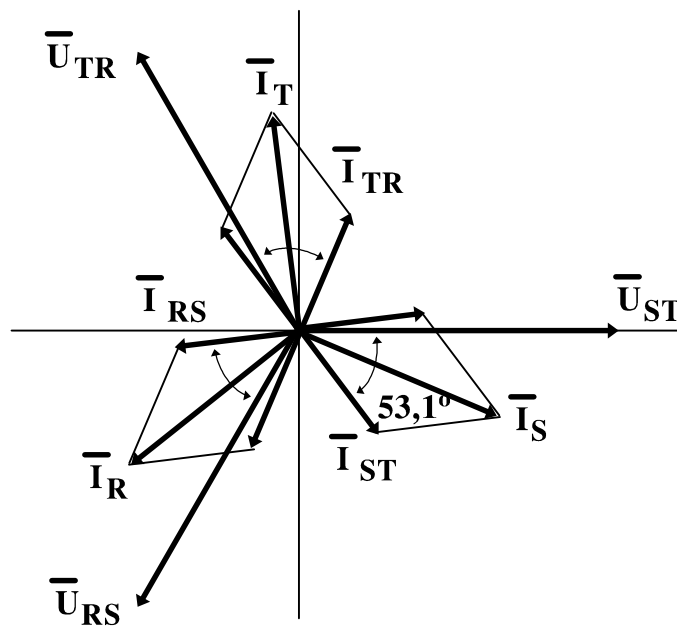
$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} = 41,6 \angle -143,1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} = 41,6 \angle -23,1^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST} = 41,6 \angle 96,9^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de línea tienen el mismo valor eficaz y se encuentran desfasadas 120° entre sí. El valor eficaz de la corriente de línea es $\sqrt{3}$ veces mayor que el valor eficaz de la corriente de fase.

El diagrama fasorial de las corrientes de fase y de línea es el mostrado en la figura.

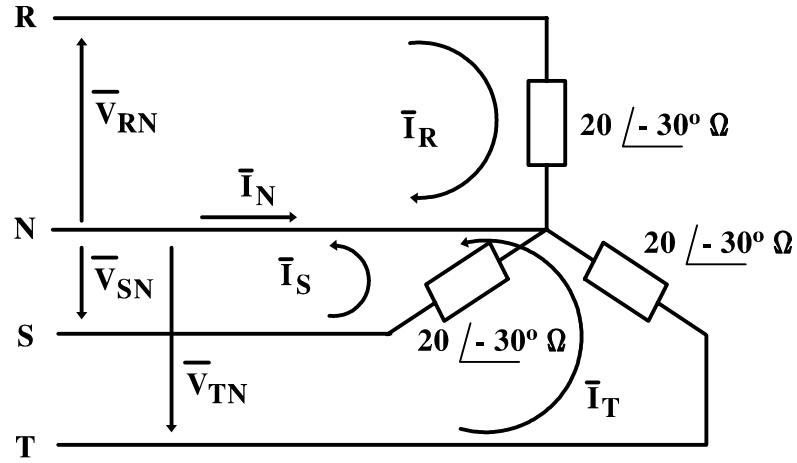


CARGA TRIFÁSICA EQUILIBRADA EN ESTRELLA (CONEXIÓN A CUATRO HILOS).

EJERCICIO 2.- Se conectan en estrella tres impedancias iguales de $20 \angle -30^\circ$ ohmios, a un sistema trifásico de cuatro conductores (sistema tetrafilar) de 208 voltios y secuencia TSR. Calcular las corrientes de línea, corriente de neutro y representar el diagrama fasorial de las mismas.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra un esquema de la disposición de las tres impedancias en estrella y la conexión de las fases y el neutro.



Por tratarse de un sistema trifásico tetrafilar de 240 V, secuencia TSR, las tensiones de fase vendrán dadas por:

$$\bar{V}_{RN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \text{ V} \quad \bar{V}_{SN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ V} \quad \bar{V}_{TN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ \text{ V}$$

Por estar las cargas configuradas en estrella, la corriente de línea y de fase son coincidentes. La corriente de fase se obtendrá como cociente entre la tensión de fase y el valor de la impedancia de dicha fase. Así se obtienen los siguientes valores para las corrientes de fase y línea:

$$\bar{I}_R = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6 \angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6 \angle 60^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ}{20 \angle -30^\circ} = 6 \angle 180^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de línea (fase) tienen el mismo valor eficaz y están desfasadas 120° entre sí.

La corriente por el neutro se calcula estableciendo la primera ley de Kirchhoff en el centro de la estrella.

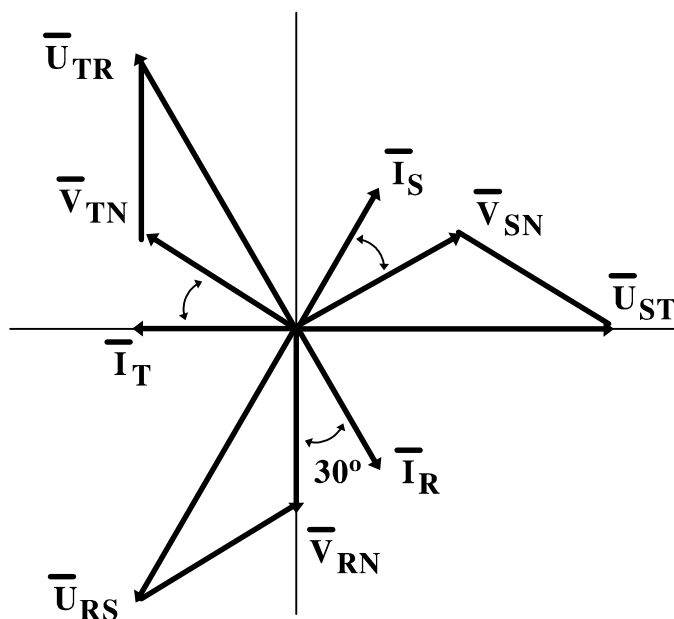
Así se tiene que:

$$\bar{I}_N = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T)$$

$$\bar{I}_N = 0$$

y por tanto la corriente por el neutro es nula.

El diagrama fasorial de las corrientes de línea es el mostrado en la figura.



CARGA TRIFÁSICA EQUILIBRADA EN ESTRELLA (CONEXIÓN A TRES HILOS).

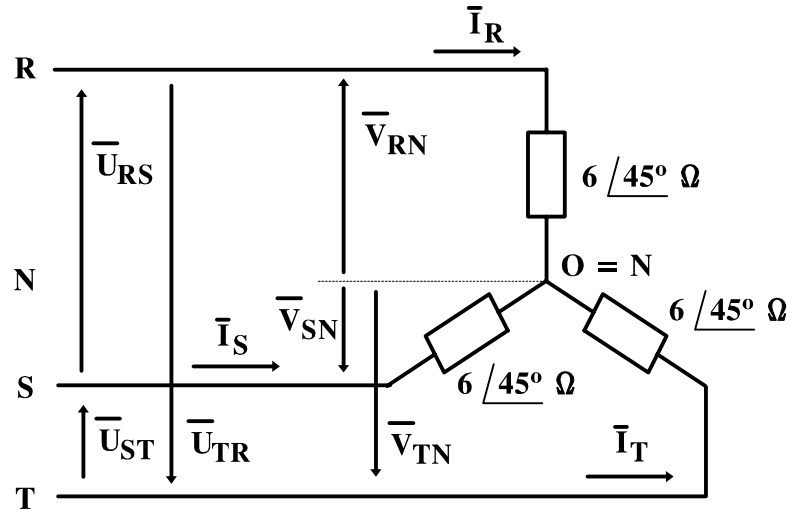
EJERCICIO 3.- A un sistema trifásico trifilar de tensión 208 voltios, secuencia TSR, se conecta una carga trifásica equilibrada en estrella de impedancia $6 \angle 45^\circ \Omega$, por fase. Calcular las corrientes de línea.

RESOLUCIÓN:

Aunque el suministro se realice a tres hilos, por ser la carga conectada equilibrada, el centro de la estrella está a la tensión de neutro.

Esto es así porque, si se dispusiese del conductor neutro por él no circularía corriente, por tratarse de carga equilibrada, y por tanto el centro de la estrella y el neutro deberán estar al mismo potencial.

Comprobado lo anterior, el problema se resuelve de la misma forma que si estuviese conectado el cuarto hilo.



Así se tiene que, para la tensión de línea de 208 V y secuencia TSR, las tensiones de fase en la carga son:

$$\bar{V}_{RN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \text{ V} \quad \bar{V}_{SN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ V} \quad \bar{V}_{TN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ \text{ V}$$

Las corrientes de línea se obtienen como cociente entre las tensiones de fase y la impedancia de la correspondiente fase. Por tanto, los valores serán:

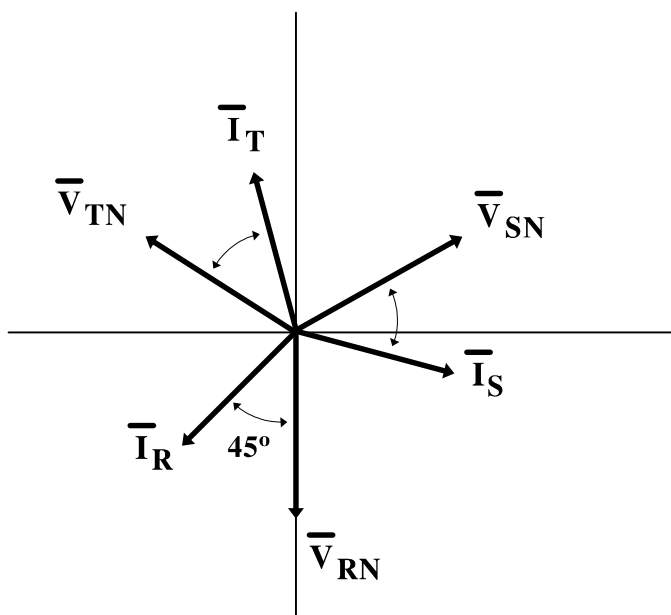
$$\bar{I}_R = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ}{6 \angle 45^\circ} = 20 \angle -135^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ}{6 \angle 45^\circ} = 20 \angle -15^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \frac{\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ}{6 \angle 45^\circ} = 20 \angle 105^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de línea (fase) tienen el mismo valor eficaz y están desfasadas 120° entre sí.

El diagrama fasorial de las corrientes de línea es el mostrado en la figura.

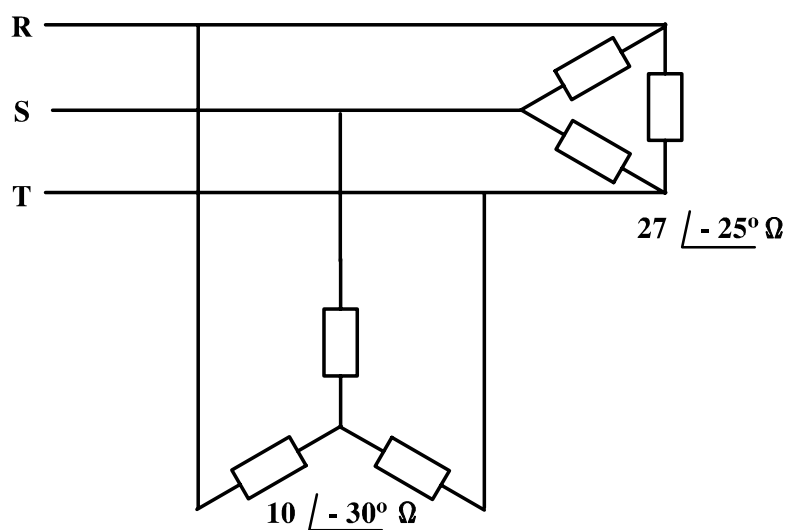


CIRCUITO MONOFÁSICO EQUIVALENTE (CARGA TRIFÁSICA EQUILIBRADA).

EJERCICIO 4.- Una carga trifásica equilibrada en triángulo con impedancias de $27 \angle -25^\circ \Omega$, y otra en estrella equilibrada con impedancias de $10 \angle -30^\circ \Omega$, se conectan a un sistema trifásico de tres conductores, 208 voltios y secuencia RST. Hallar la corrientes de línea y la potencia disipada por cada carga trifásica.

RESOLUCIÓN:

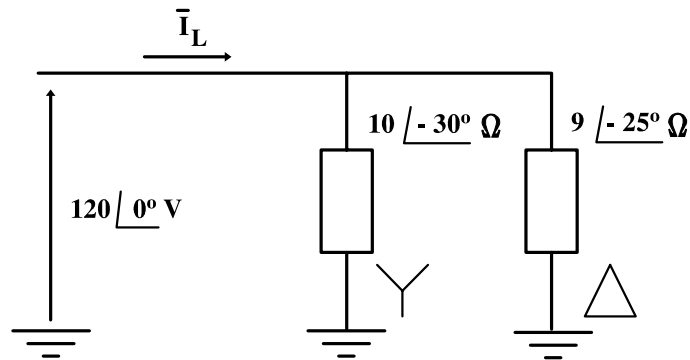
El esquema correspondiente al circuito propuesto por el enunciado es el representado en la figura.



Para establecer el circuito monofásico equivalente la carga trifásica ha de ser equilibrada y conformada en estrella. Por tanto, la carga dispuesta en triángulo se habrá de transformar en estrella. Como las tres impedancias son iguales, la impedancia equivalente en estrella de la carga en triángulo tendrá como valor:

$$Z_{\Delta} = 27 \angle -25^{\circ} \Omega \text{ --- } \rightarrow Z_Y = 9 \angle -25^{\circ} \Omega$$

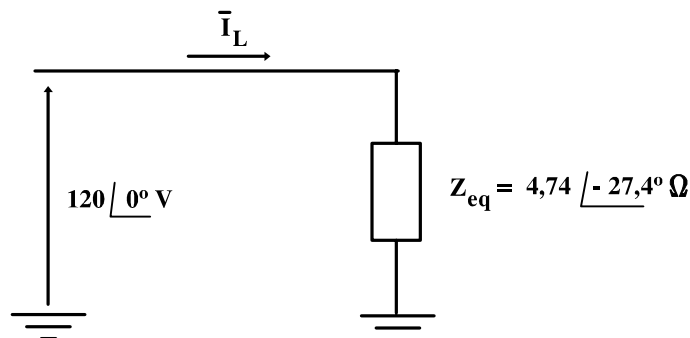
El circuito monofásico equivalente, tomando como origen de tiempos la tensión de fase, será el representado en la figura.



Como ambas cargas se encuentran en paralelo, se pueden componer para obtener:

$$Z_{equivalente} = \frac{9 \angle -25^{\circ} \times 10 \angle -30^{\circ}}{9 \angle -25^{\circ} + 10 \angle -30^{\circ}} = 4,74 \angle -27,4^{\circ} \Omega$$

Esta simplificación permite establecer el circuito monofásico equivalente de la figura.



El valor de la corriente genérica de línea se obtiene de:

$$\bar{I}_L = \frac{120 \angle 0^{\circ}}{4,74 \angle -27,4^{\circ}} = 25,32 \angle 27,4^{\circ} A$$

con origen de tiempos en la tensión de fase.

Las corrientes de las fases tendrán el mismo valor eficaz que el de la corriente de línea calculada. Las sucesivas fases se obtendrán sumando a la fase de la correspondiente tensión la fase obtenida de la corriente genérica de línea. Así se obtienen:

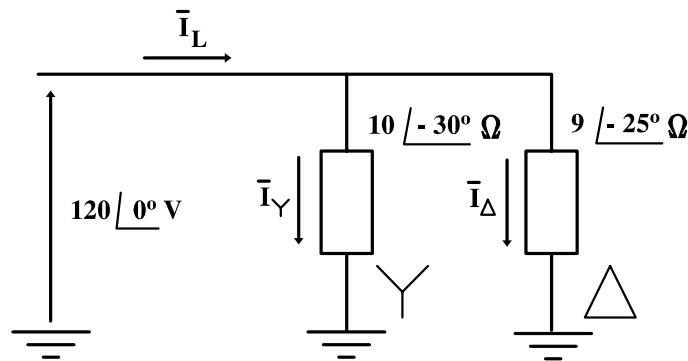
$$\bar{I}_R = 25,32 \angle 90^\circ + 27,4^\circ = 25,32 \angle 117,4^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = 25,32 \angle -30^\circ + 27,4^\circ = 25,32 \angle -2,6^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = 25,32 \angle -150^\circ + 27,4^\circ = 25,32 \angle -122,6^\circ \text{ A}$$

Como confirmación de que los resultados obtenidos son correctos se comprueba que las tres corrientes tienen el mismo valor eficaz y están desfasadas 120° entre sí.

El cálculo de la potencia total se establece mediante la obtención de la potencia que disipa cada una de las fases de cada una de las cargas conectadas.



Para la carga en triángulo, la corriente de fase será:

$$I_\Delta = \frac{120 \angle 0^\circ}{9 \angle -25^\circ} = 13,33 \angle 24^\circ \text{ A}$$

por tanto, la potencia vendrá dada por:

$$P_\Delta = 3 \times P_{\text{fase}} \quad P_\Delta = 3 \times 13,33^2 \times 9 \cos 25^\circ = 4.348 \text{ W}$$

Para la carga en estrella, la corriente de fase será:

$$I_Y = \frac{120 \angle 0^\circ}{10 \angle -30^\circ} = 12 \angle 30^\circ \text{ A}$$

por tanto, la potencia vendrá dada por:

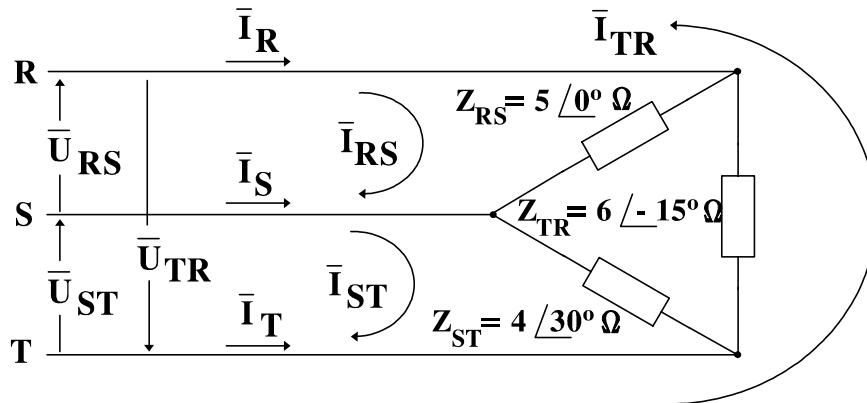
$$P_Y = 3 \times P_{\text{fase}} \quad P_Y = 3 \times 12^2 \times 10 \cos 30^\circ = 3.741 \text{ W}$$

CARGA TRIFÁSICA DESEQUILIBRADA EN TRIÁNGULO.

EJERCICIO 5.- Un sistema trifásico de tres conductores, 208 voltios y secuencia RST, alimenta una carga en triángulo con $Z_{RS} = 5 \angle 0^\circ \Omega$, $Z_{ST} = 4 \angle 30^\circ \Omega$ y $Z_{TR} = 6 \angle -15^\circ \Omega$. Hallar las corrientes de línea.

RESOLUCIÓN:

El esquema del circuito propuesto es el representado en la figura.



Las corrientes de fase se obtienen como cociente entre las tensiones de línea y el valor de la correspondiente impedancia. Así se tiene, teniendo en cuenta la secuencia, que:

$$\bar{I}_{RS} = \frac{208 \angle 120^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 41,6 \angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{ST} = \frac{208 \angle 0^\circ}{4 \angle 30^\circ} = 52 \angle -30^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_{TR} = \frac{208 \angle -120^\circ}{6 \angle -15^\circ} = 34,67 \angle -105^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de fase ni tienen el mismo valor eficaz ni están desfasadas 120° entre sí.

Las corrientes de línea se obtendrán aplicando la primera ley de Kirchhoff a cada uno de los nudos del triángulo. Por tanto, se obtendrá:

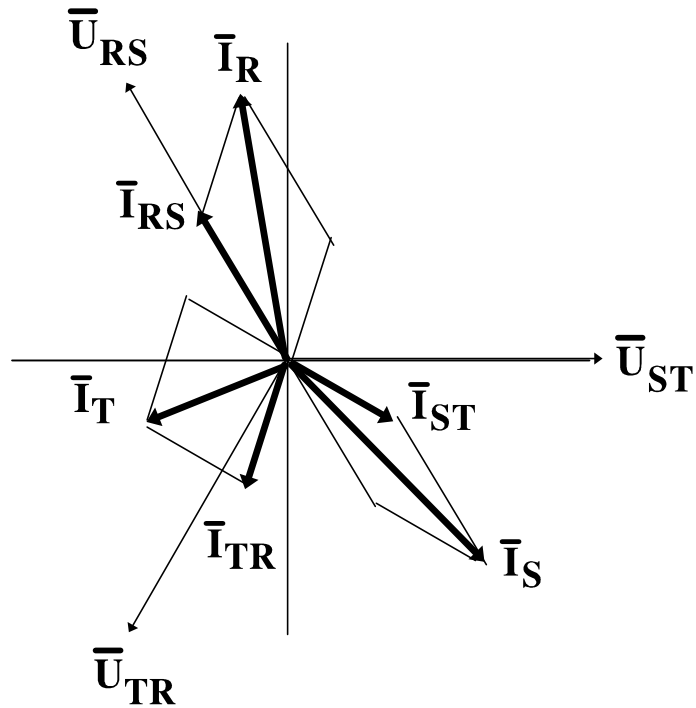
$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} = 70,52 \angle 99,66^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} = 90,45 \angle -43,3^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST} = 54,51 \angle 187,9^\circ \text{ A}$$

Las tres corrientes de línea ni tienen el mismo valor eficaz ni están desfasadas 120° entre sí.

El diagrama fasorial de las corrientes es el mostrado en la figura.

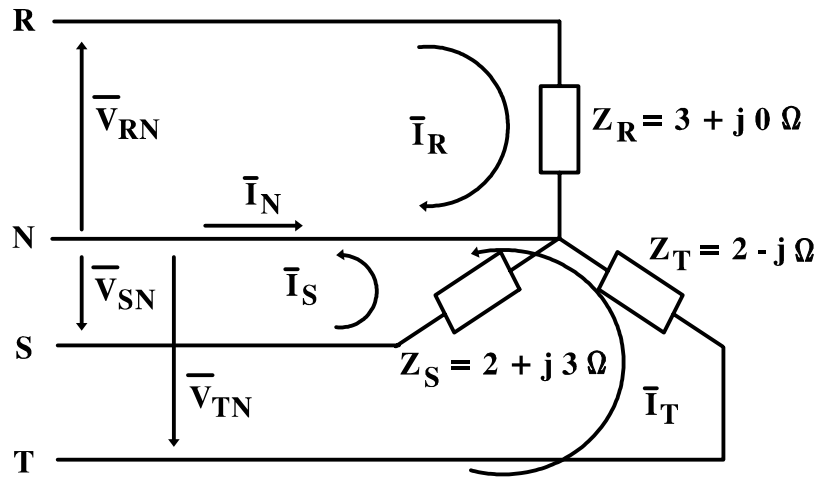


CARGA TRIFÁSICA DESEQUILIBRADA EN ESTRELLA CONECTADA A UN SISTEMA TRIFÁSICO TETRAFILAR .

EJERCICIO 6.- Una carga en estrella con impedancias $Z_R = 3 + j 0 \Omega$, $Z_S = 2 + j 3 \Omega$ y $Z_T = 2 - j \Omega$, se conecta a un sistema trifásico de cuatro conductores, 100 voltios y secuencia TSR. Determinar las corrientes de línea y corriente del neutro.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra el esquema correspondiente a la conexión de la carga indicada en el enunciado.



Al estar conectado el neutro, cada impedancia de fase estará sometida a la tensión de fase suministrada por el generador. Por tanto, las corrientes de línea, para la secuencia indicada, vendrán dadas por:

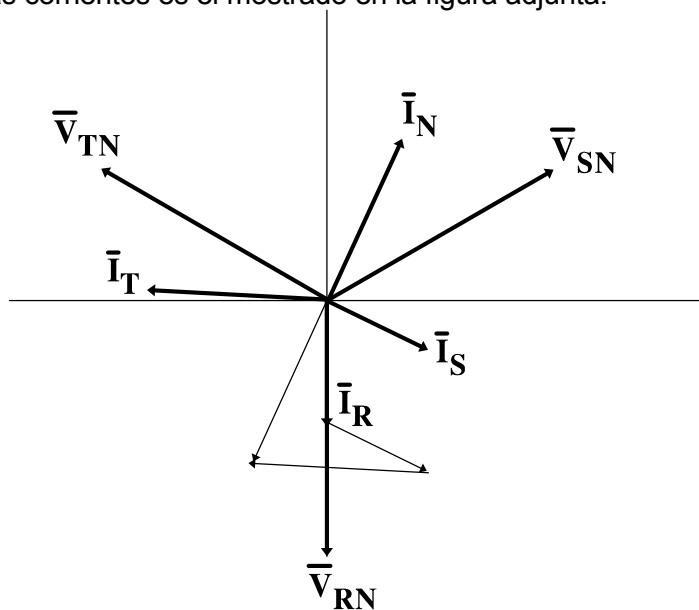
$$\bar{I}_R = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ}{3} = 19,25 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ}{2 + j3} = 16 \angle -26,31^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \frac{\frac{100}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ}{2 - j} = 25,8 \angle 176,6^\circ \text{ A}$$

Para cada fase, la corriente de línea y de fase son coincidentes. Las corrientes de línea no tienen el mismo valor eficaz ni están desfasadas 120° entre sí.

El diagrama fasorial de las corrientes es el mostrado en la figura adjunta.



La corriente por el neutro se obtendrá aplicando la primera ley de Kirchhoff en el centro de la estrella. Así se tiene que:

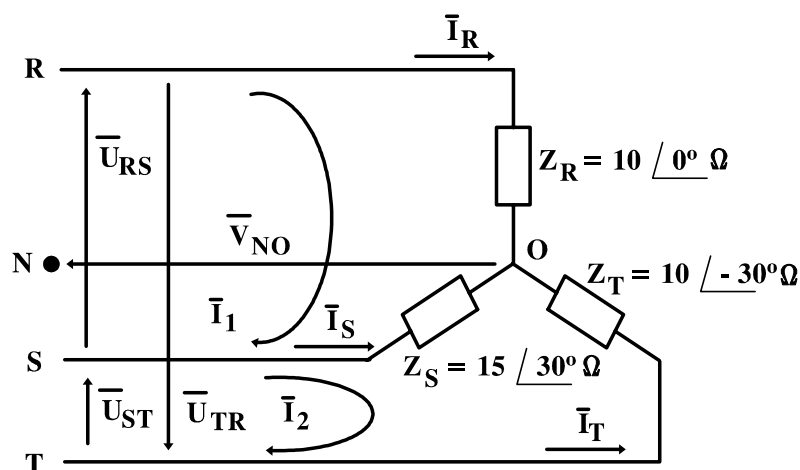
$$\bar{I}_N = -(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) = 27,3 \angle 65,33^\circ \text{ A}$$

CARGA TRIFÁSICA DESEQUILIBRADA EN ESTRELLA CONECTADA A UN SISTEMA TRIFÁSICO TRIFILAR.

EJERCICIO 7.- Se conecta una carga en estrella con impedancias por fase $Z_R = 10 \angle 0^\circ \Omega$, $Z_S = 15 \angle 30^\circ \Omega$ y $Z_T = 10 \angle -30^\circ \Omega$, a un sistema trifilar de 208 voltios y secuencia RST. Hallar los valores de los fasores correspondientes a las corrientes de línea, tensiones de fase en la carga y tensión de desplazamiento de neutro.

RESOLUCIÓN:

El esquema correspondiente a la conexión indicada por el enunciado se muestra en la figura adjunta. Hay que hacer notar que, como la carga es desequilibrada y no hay conexión con el neutro, las tensiones de fase en la carga no son iguales a las tensiones de fase en el generador y habrán de ser calculadas. Por el mismo motivo, el centro de la estrella no está a la tensión de neutro. Se denomina tensión de desplazamiento de neutro a la tensión existente entre el neutro del generador y el centro físico de la estrella.



Teniendo en cuenta lo anterior, el problema del cálculo de las corrientes de línea se resume en calcular las dos corrientes de malla indicadas en la figura anterior.

Por tanto, el problema se reduce a calcular:

$$\bar{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 208 \angle 120^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ 208 \angle 0^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}} = 14,16 \angle 86,10^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & 208 \angle 120^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 208 \angle 0^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}} = 10,21 \angle 52,41^\circ \text{ A}$$

Las corrientes de línea vendrán dadas por:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 = 14,16 \angle 86,10^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = 8,01 \angle -48,91^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = -\bar{I}_2 = 10,21 \angle -127,59^\circ \text{ A}$$

Los valores eficaces de las corrientes de línea no son iguales, ni están desfasadas 120° entre sí.

Hay que hacer notar que la suma de las corrientes de línea ha de ser cero, ya que ha de cumplirse la primera ley de Kirchhoff en el nudo del centro de la estrella.

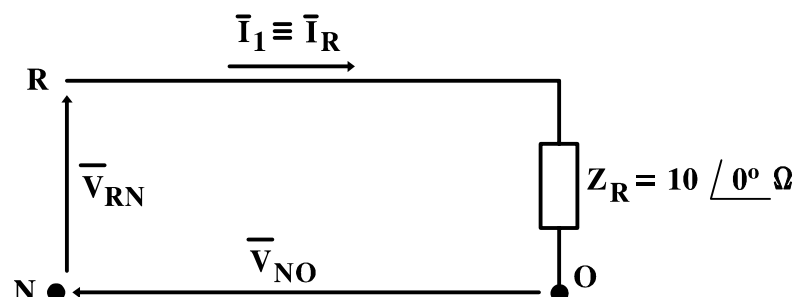
Las tensiones de fase en la carga serán:

$$\bar{V}_{RO} = \bar{I}_R 10 \angle 0^\circ = 141,6 \angle 86,10^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{SO} = \bar{I}_S 15 \angle 30^\circ = 120,15 \angle -18,91^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{TO} = \bar{I}_T 10 \angle -30^\circ = 102,10 \angle -157,59^\circ \text{ V}$$

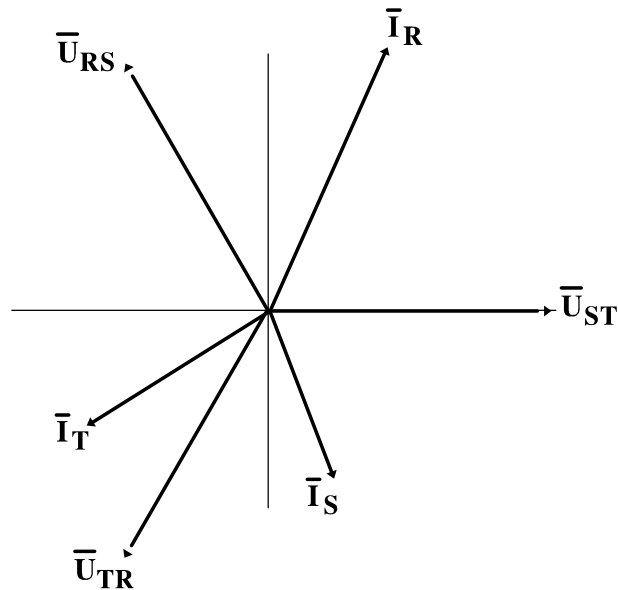
La tensión de desplazamiento de neutro se calcula a través de la suma de caídas de potencial en una fase con referencia del neutro, es decir:



$$-\bar{V}_{NO} - \bar{V}_{RN} + \bar{I}_1 \times 10 \angle 0^\circ = 0$$

$$\bar{V}_{NO} = -\frac{208}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ + 14,16 \angle 86,10^\circ \times 10 \angle 0^\circ = 23,2 \angle 65,5^\circ V$$

El diagrama fasorial de las tensiones de línea y corrientes de línea es el mostrado en la figura. Se comprueba que las tres corrientes de línea ni tienen el mismo valor eficaz ni están desfasadas 120° entre sí, como corresponde a una carga trifásica genérica en estrella.



En la figura se muestra el diagrama fasorial de las tensiones simples, en el generador tensiones entre fase y neutro, y en la carga tensiones entre fase y centro de la estrella. Así mismo, se muestra la tensión de desplazamiento de neutro que línea el centro de la estrella con el neutro del generador.

