

Ondas acústicas en un tubo semi-cerrado

Labruna, Gimena, labrugi@yahoo.com.ar

Quiroga, Paula, paulaquiroga@hotmail.com

Scalise, Guido, gscalise@ciudad.com.ar

Valli, Mauricio, mauriciolaplata@sinectis.com.ar

Bachillerato en Ciencias de la Ingeniería, Universidad Favaloro - Julio 2001

Resumen:

En este trabajo realizamos un estudio experimental de ondas sonoras en una dimensión usando tubos semi-cerrados, analizamos el fenómeno de resonancia y determinamos las frecuencias características, o sea las frecuencias de resonancia del sistema. También estimamos la velocidad del sonido en el aire, basándonos en un estudio de ondas estacionarias.

Introducción:

Operacionalmente definimos un tubo como aquel cuyo largo es mucho mayor que su diámetro. El mismo puede entretener ondas sonoras estacionarias. Un tubo de estas características es el análogo acústico de una cuerda tensa. En un tubo de extremos abiertos las ondas de presión son tales que presentan un nodo en los extremos. La condición de contorno para un extremo abierto es ^[1]

$$(P_{\text{manométrica}})_{\text{abierta}} = 0 \quad (1)$$

Si el tubo es cerrado se origina un vientre en el extremo por donde penetra el aire y un nodo en el extremo cerrado. Por lo que la condición de borde para un extremo cerrado es ^[2]:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{\text{cerrado}} = 0 \quad (2)$$

Se entiende que la presión a la que estamos haciendo referencia es la presión manométrica, o sea, la variación de presión respecto de la presión atmosférica.

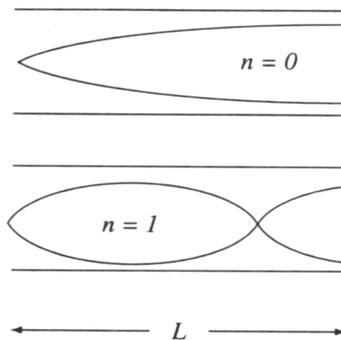


Fig. 1: Primeros nodos y vientres generados en un tubo semi-cerrado.

Como podemos apreciar en la figura 1, la distancia entre un vientre y un nodo consecutivo es $\lambda/4$. La longitud l entre nodos es en las figuras representadas $l=(\lambda/4)$, $l=(3\lambda/4)$. En general:

$$l = \frac{(2n+1)}{4} \cdot \lambda ; \text{ con } n = (0,1,2,3\dots) \quad (3)$$

A partir de las condiciones de borde en los extremos, puede probarse que, para un tubo semi-cerrado, siendo $C = f * \lambda$, la frecuencia de resonancia está determinada por^[4]:

$$f_n = \frac{C}{4L} \cdot (2n+1) \quad (4)$$

Donde C es la velocidad del sonido en [m/s] en el gas, dada por la fórmula^[5]:

$$C = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} \quad (5)$$

Donde γ es igual a c_p/c_v (cociente de capacidad calorífica a presión constante y la correspondiente a volumen constante) y se lo denomina coeficiente de compresibilidad adiabático. T es la temperatura absoluta, R la constante universal de los gases y M la masa molecular del gas.

C en el aire es aproximadamente 344 m/s. ^[3]

Metodología de trabajo:

Dividimos el trabajo en tres etapas experimentales:

- En la primera etapa calculamos las frecuencias de resonancia fundamentales de un tubo semi-cerrado de longitud fija.
- En la segunda etapa variamos la longitud del tubo para ver cómo responden las frecuencias de resonancia ante cambios de longitud, con los resultados obtenidos calculamos C (la velocidad del sonido en el aire).
- Por último en la tercera etapa, calculamos la longitud efectiva del tubo semi-cerrado y replanteamos el valor de C deducido en la etapa anterior.

Primera etapa

Frecuencias de resonancia en un tubo de longitud fija

Introducción de la primera etapa:

Para la primera parte del trabajo utilizamos una probeta de vidrio de 24 cm ($\pm 0,1$ cm) de longitud y 2,54 cm ($\pm 0,01$ cm) de diámetro, un parlante común de 4cm de diámetro conectado a un generador de funciones dotado también de un frecuencímetro, y un micrófono con etapa preamplificadora conectado, a su vez, a un osciloscopio, ambos colocados sobre la boca de la probeta a la misma altura en un armazón rígido como muestra la Fig. 2.

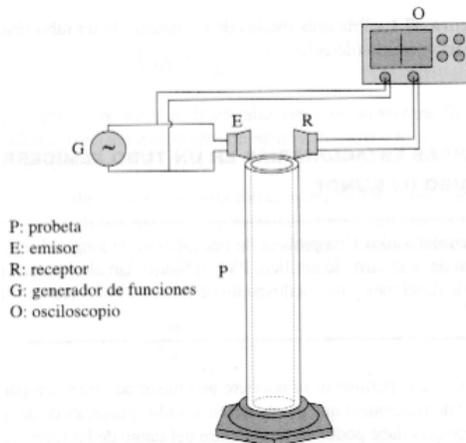


Fig. 2: Diagrama del sistema utilizado en el experimento.

Desarrollo de la primera etapa:

Luego de medir cuidadosamente la probeta, la colocamos en el armazón y barrimos el rango de frecuencias desde 150Hz hasta 6kHz. Se determinaron las frecuencias de resonancia, y se verificó que las frecuencias obtenidas fueran resonancias del tubo y no del sistema micrófono-parlante. Para esto, cada vez que hallamos una resonancia, procedimos a retirar el tubo y comprobar la respuesta de amplitud del sistema. En la Fig.3 se muestran los resultados obtenidos.

Finalmente representamos de manera gráfica las frecuencias de resonancia del tubo en función del orden n .

Resultados de la primera etapa:

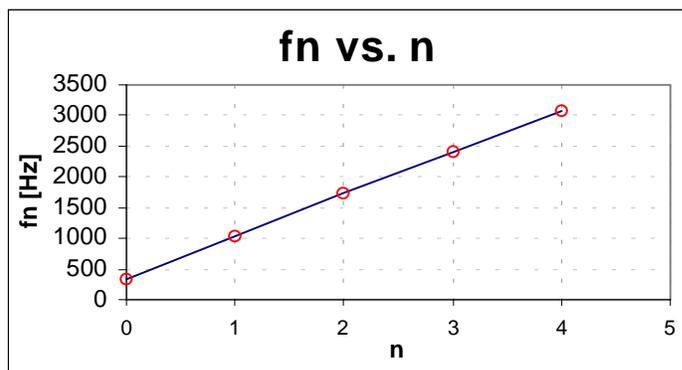


Figura 3: Gráfico de las frecuencias en función de n (tubo $L=24$ cm).

Segunda etapa

Calculo de la velocidad del sonido en el aire.

Introducción de la segunda etapa:

Utilizando los dispositivos descritos anteriormente, procedimos a introducir agua en la probeta para repetir la experiencia y así obtener los datos correspondientes a las frecuencias de resonancia características de longitudes diferentes.

Desarrollo de la segunda etapa:

Representamos gráficamente las frecuencias de resonancia f_n , en función del orden n de cada resonancia, también graficamos el producto $l \cdot f_n$ (la longitud multiplicada por la frecuencia de resonancia), en función del orden n y también en función de $2n+1$. Con este último análisis gráfico calculamos la velocidad del sonido C y su incertidumbre.

Resultado de la segunda etapa:

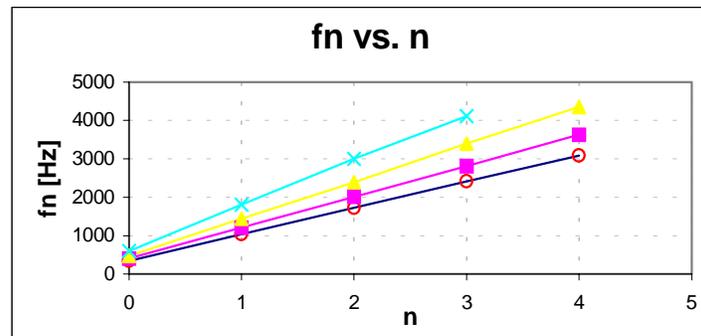


Figura 4: Gráfico de f_n en función de n .

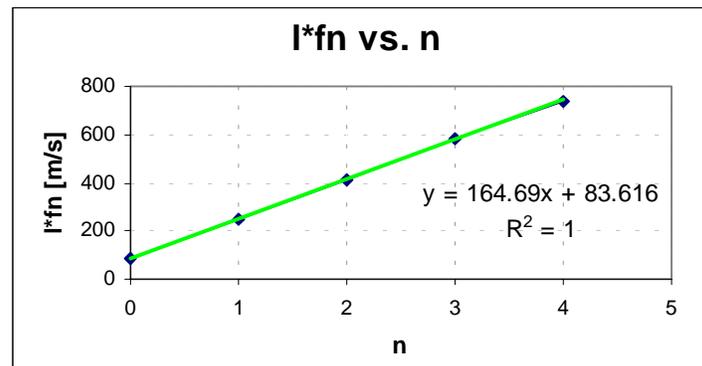


Figura 5: Gráfico de $l \cdot f_n$ en función de n . Cabe aclarar que los datos representados en la fig.5 son los mismos que los representados en la fig.4.

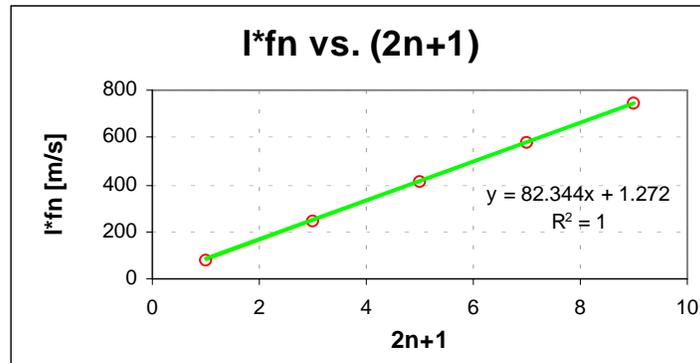


Figura 6: Gráfico de $l \cdot fn$ en función de $2n+1$.

Sabiendo que: $l \cdot fn = \frac{c}{4} (2n+1)$. Podemos deducir, de la figura 6, que siendo la pendiente de las rectas **82,344** y que la misma es igual a $C/4$. Entonces podemos calcular la velocidad del sonido:

$$C = 329.4 \pm 0,5 \text{ m/s}$$

También podemos indicar que el error es muy bajo debido a que el coeficiente de correlación es igual a 1.

Tercera etapa

Longitud efectiva de un tubo semi-cerrado.

Introducción de la tercera etapa:

Una consecuencia de tener un tubo de diámetro finito d es que su longitud efectiva es mayor que su longitud geométrica. Debido a esto, se debe considerar que es en esta longitud efectiva donde entran un número n de medias longitudes de ondas, o sea:

$$l_{ef} = (l + dl) \tag{6}$$

Desarrollo de la tercera etapa:

Adaptamos en un gráfico las curvas producidas mediante la ecuación (1), usando $C=344m/s$ y haciendo un ajuste manual del dl para que las rectas coincidan con las frecuencias de resonancia encontradas.

Resultados de la tercera etapa:

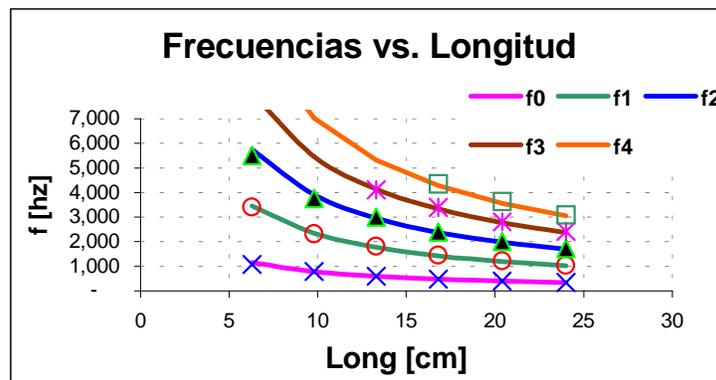


Figura 7: Gráfico de frecuencias de resonancia en función de la longitud, adaptando la longitud del tubo para las resonancias encontradas.

De la figura 7, obtenemos que $dl = 0.011 \pm 0.001m \cong (1.1 \pm 0.1)cm$

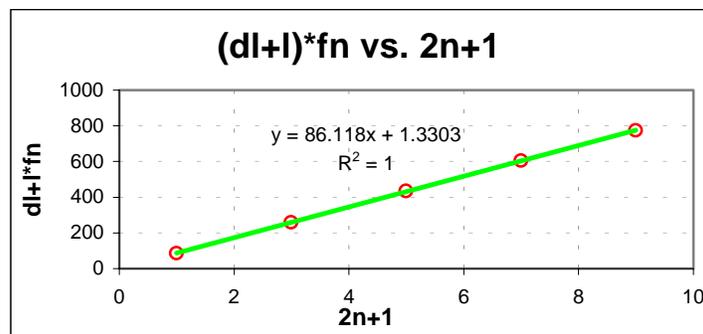


Figura 8: Gráfico $(dl+l).fn$ en función de $2n+1$.

De la figura 8, obtenemos que la velocidad del sonido es $4*86.118m/s = (344.5 \pm 0.5)m/s$

Discusión:

Las frecuencias de resonancia varían según el volumen. El volumen es inversamente proporcional a las frecuencias de resonancia, a mayor volumen, frecuencias de resonancia más bajas y a menor volumen, frecuencias de resonancia más altas.

Determinación de C:

De la Fig. 6 obtenemos C, pero al comprobar que la longitud efectiva es mayor que la longitud geométrica, re-calculamos y obtenemos $C=344,5\text{m/s} \pm 0,5\text{m/s}$. Comparando con el valor de tabla la discrepancia es de $0,5\text{m/s}$, valor que se encuentra dentro del rango del error.

Conclusión:

Los datos obtenidos experimentalmente de las frecuencias características y las frecuencias de resonancia para el tubo semi-cerrado coinciden con los valores predichos por las teorías pertinentes, cumpliendo con nuestras expectativas. Los resultados nos permitieron comprobar la relación existente entre el volumen y las frecuencias de resonancia.

Por último podemos afirmar que el valor de la velocidad del sonido obtenido a partir de estas mediciones concuerda con los valores esperados dentro del error.

Bibliografía:

- 1- Física re-Creativa, S.Gil-E. Rodríguez, Prentice Hall, Bs. As. 2001.
- 2- Física Universitaria, Sears, Addison Wesley, México 1998.
- 3- Mark Silverman, Musical Mastery of a coke, Phys. Teacher, **36**, 70 (1998).
- 4- Física -Resnick y Halliday, Wiley, New York,1966.

Apéndice:

^[1] Dato obtenido del libro Física Universitaria [2].

^[2] Dato obtenido del libro Física Universitaria [2].

^[3] $C=344\text{m/s}$ dato obtenido del libro Física Universitaria [2].