

MEJORAMIENTO ESTRUCTURAL DE MECANISMOS.

RESUMEN

En este trabajo se ilustran algunos elementos teóricos del método de análisis y síntesis estructural de los mecanismos planos y espaciales. Se muestran, basándose en la teoría clásica del análisis estructural según Assur, las posibilidades de optimizar el diseño de máquinas desde el momento mismo de su concepción cinemática.

ABSTRACT

In this paper some theoretical elements of structural analysis and synthesis for planar and spatial mechanisms are shown. It is viewed the possibility to optimizing mechanisms since the first stage of the design process, kinematics conception, based on the Assur's classical theory of structural analysis.

Gabriel Calle Trujillo.
gcalle@utp.edu.co
Profesor Auxiliar
Facultad de Ingeniería Mecánica.
U.T.P

Héctor Fabio Quintero R.
hquinte@utp.edu.co
Profesor Auxiliar
Facultad de Ingeniería Mecánica.
U.T.P

Carlos Alberto Romero P.
cromero@utp.edu.co
Profesor Asociado
Escuela de Tecnología Mecánica
U.T.P

INTRODUCCIÓN.

Las irregularidades, tolerancias y deformaciones en los elementos de los pares cinemáticos y los eslabones de los mecanismos producen la aparición de enlaces redundantes por lo que los sistemas adquieren propiedades de sistemas rígidos. El movimiento de tales mecanismos es posible sólo merced a las holguras en los pares cinemáticos y las deformaciones de los eslabones (elementos). Esto lleva a la aparición de cargas dinámicas significativas, golpes en los pares cinemáticos, ruidos, empeoramiento de las condiciones de lubricación.

Para aumentar la fiabilidad y la vida útil de las máquinas se recurre generalmente a la introducción de nuevos materiales de elevada resistencia, al perfeccionamiento de la tecnología de la manufactura de las piezas, al empleo de diferentes medios que contribuyan a disminuir el desgaste, etc. Sin embargo, las principales cualidades de una nueva máquina o mecanismo están determinadas desde la primera etapa de diseño, cuando sólo se ha elegido el esquema estructural y los principales parámetros cinemáticos. Por eso, es más razonable corregir las fuentes iniciales de los fenómenos nocivos y no tratar de disminuir sus consecuencias. Es mejor evitar las grandes sobrecargas, que elegir materiales de elevadísima resistencia que soporten esas sobrecargas. La elección razonable de la estructura y de los parámetros del mecanismo o de la máquina puede, no sólo elevar la fiabilidad y longevidad, sino también reducir significativamente las medidas y la masa. Los resultados positivos que se alcanzan generalmente no acarrear inversiones adicionales, pero para lograr estos resultados se requiere de conocimientos profundos de parte del diseñador en el campo de la teoría de mecanismos y máquinas.

En la literatura de Teoría de mecanismos y máquinas asequible en nuestro medio el tema de análisis y síntesis estructural de mecanismos no ha recibido el desarrollo, que a nuestro modo de ver, el tema amerita. Este trabajo es una recopilación y adaptación de fuentes que tratan el tema con gran profundidad y lo proyectan hacia los regímenes de trabajo del mecanismo "real".

Este trabajo propone un método que permite revelar los errores estructurales, las consecuencias suscitadas por las desviaciones e irregularidades de construcción y tecnología (por tecnología se entiende la fabricación y el ensamble).

2. MECANISMOS NO SENSIBLES A LAS DEFORMACIONES DE LA BASE Y QUE RESPONDEN A LAS CONDICIONES DE ENSAMBLE NO FORZOSO.

Al proyectar los mecanismos muchas veces se cometen errores al elegir su esquema estructural, introduciendo enlaces redundantes en las uniones móviles. Como resultado el mecanismo ideal se convierte en una estructura estáticamente determinada o indeterminada. El mecanismo real se mueve gracias a los huelgos exagerados entre los elementos de los pares cinemáticos, la deformación de los eslabones o la acción conjunta de estos factores. La presencia de holguras apreciables en las uniones móviles conduce a la aparición de cargas dinámicas a consecuencia de los golpes al restablecerse el contacto entre los elementos de los pares cinemáticos previamente separados. El ruido durante el trabajo de la máquina aparece como resultado de la colisión periódica o casual de los eslabones y son tanto más intensos cuanto mayores son los huelgos entre los elementos de los pares cinemáticos y mayor la velocidad de la máquina. Si los huelgos en las uniones móviles sobrepasan en mucho la

magnitud calculada o normada, es difícil garantizar la formación de la cuña lubricante separadora de las superficies de fricción.

Los eslabones del mecanismo forman uno o varios contornos cerrados que varían durante el proceso de trabajo, donde los enlaces o restricciones impuestas para la formación de las uniones móviles no deben obstaculizar la variación de la configuración de los contornos. Si con la formación del contorno se imponen enlaces redundantes, entonces después de cubrirse las holguras en los pares cinemáticos la variación forzada del contorno puede ocurrir solamente a cuenta de la deformación de los eslabones. Esta última va acompañada de la aparición de reacciones adicionales en los elementos de los pares cinemáticos, las cuales no están ligadas a las cargas externas aplicadas a los eslabones. Por eso en los mecanismos con enlaces redundantes se observa un desgaste excesivo de los pares de fricción. Los enlaces redundantes pueden ser repetitivos, cuando las limitaciones impuestas al movimiento relativo de los eslabones se duplican.

Los mecanismos con enlaces repetitivos presentan exigencias especiales: En primer lugar, la exactitud de fabricación y montaje de las piezas de apoyo y carcasas deben ser determinadas garantizando la ausencia de atacamiento de los elementos de los pares cinemáticos. En segundo lugar, la rigidez de las piezas como bastidores, bloques y cárteres debe ser lo suficientemente elevada para excluir la posibilidad de desalineación de los ejes de los pares giratorios y el desplazamiento paralelo de los ejes de las articulaciones o las guías, debido a las deformaciones del bastidor que conducen al atacamiento de los pares cinemáticos.

Para aclarar lo dicho se darán algunos ejemplos:

Ejemplo 2.1: En una máquina automática alimentadora de alambre se utiliza el mecanismo de seis barras mostrado en la figura 1.a. En el deslizador 5 se monta un dispositivo para atrapar el alambre durante la alimentación en la dirección señalada por la flecha. Los ejes del cigüeñal 1 y del balancín 3 son perpendiculares entre sí.

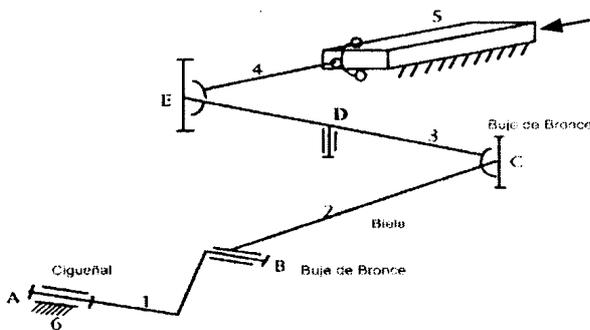


Figura 1. Mecanismo con enlaces redundantes

Durante el proceso de trabajo los bujes de bronce de los apoyos B y C se desgastaban rápidamente por la acción de las cargas que surgían como resultado de la deformación de la biela 2. En el mecanismo analizado hay seis enlaces redundantes impuestos al formarse los contornos cerrados que incluyen los eslabones 6, 1, 2, 3 y los eslabones 6, 3, 4, 5, con la particularidad de que en el segundo contorno los enlaces redundantes son repetitivos.

En el contorno 6, 1, 2, 3, la biela 2 realiza un movimiento espacial, determinado por los desplazamientos del punto B en el plano perpendicular al eje de la manivela 1, y el punto C en el plano perpendicular al eje del apoyo D. Las juntas giratorias B y C no permiten realizar tal tipo de movimiento debido a los enlaces redundantes. Si separamos la biela 2 de la manivela 1 y el balancín 3, entonces el número total de componentes de movimiento del sistema de tres eslabones móviles es igual a ocho: de a uno para la manivela y el balancín y seis para la biela. Ya que el contorno debe poseer un grado de movilidad, entonces los pares cinemáticos formados por la manivela y el balancín, deben introducir siete enlaces, es decir, uno de ellas debe poseer tres grados de libertad (par esférico o rótula), y la otra dos (rótula con pasador).

El esquema del mecanismo sin enlaces redundantes se muestra en la figura 2.

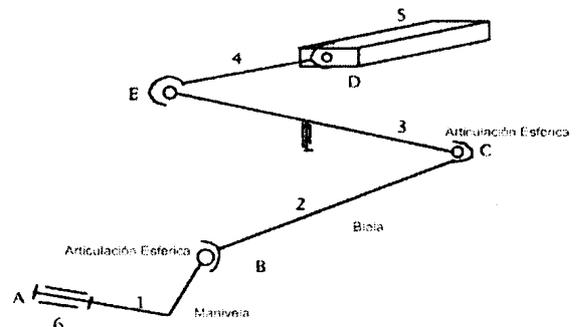


Figura 2. Eliminación de enlaces redundantes.

En el contorno plano 3, 4, 5, 6 hay tres enlaces redundantes repetitivos, los cuales no limitan el movimiento si los ejes de las articulaciones D y E yacen en el plano perpendicular a la dirección del movimiento del deslizador 5. Si se viola esta condición a consecuencia, por ejemplo, de la deformación de la base, entonces los enlaces repetitivos entran en acción. El mecanismo construido según la figura 2 sin enlaces redundantes y repetitivos, se adapta a las inexactitudes de fabricación, montaje y deformación de la base. Al diseñar mecanismos no siempre se le presta la debida atención a deformación de la base, cuando para las máquinas con base en forma de marco, la deformación debe ser tenida siempre en cuenta. Debido a la acción de cargas externas, algunos elementos del bastidor, sobre los cuales se montan los elementos base de los mecanismos, realizan

movimientos relativos (rectilíneos o rotativos). Si el mecanismo no se adapta a estas deformaciones casuales, entonces surge la posibilidad de atascamiento de los elementos de los pares cinemáticos y el desgaste de los pares de fricción se intensifica. Dentro de las máquinas en las que se espera una fuerte influencia de la deformación de la base sobre el trabajo de los mecanismos, se catalogan las máquinas agroindustriales y las de construcción, los puentes-grúa, excavadoras, máquinas rotativas (mezcladoras, hornos para quemar ceramita) y otras. En ellas los mecanismos deben adaptarse a todas las componentes espaciales del desplazamiento relativo de los elementos base, con los cuales de manera móvil están unidos los eslabones del mecanismo. Por eso todos los mecanismos, incluyendo los planos, al analizar su estructura y hacer la síntesis estructural deben analizarse como mecanismos espaciales.

Los mecanismos que se adaptan a la deformación de la base satisfacen también las condiciones de ensamble no forzoso en presencia de irregularidades de fabricación y montaje. Supongamos que los eslabones 1, 2, 3 del mecanismo de cuatro barras están armados en forma de una cadena cinemática abierta con tres grados de libertad (figura 3).

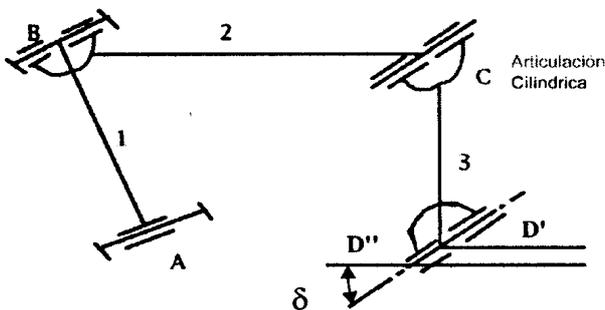


Figura 3. Mecanismo original de cuatro barras

Los ejes de las juntas giratorias con un grado de libertad A, B y C son paralelos, pero en lo que se refiere a los ejes D' y D'' de los elementos del cuarto par cinemático, estos se cruzan, con un ángulo δ . Para cerrar el contorno se necesita, o "montar" el eje regulando la posición del soporte del rodamiento, o deformar los eslabones 1, 2 y 3 para hacer coincidir los ejes D' y D''. Si el elemento 1 es inmóvil, entonces el grupo 2 - 3 es una estructura estáticamente indeterminada con tres enlaces redundantes, introducidos al formar los pares cinemáticos.

En la figura 4, se muestra el mismo mecanismo, en el cual las juntas giratorias C y D se han reemplazado por rótulas con dos y tres grados de libertad respectivamente. El número de enlaces, y por consiguiente el número de componentes de las reacciones se disminuye en tres, y el

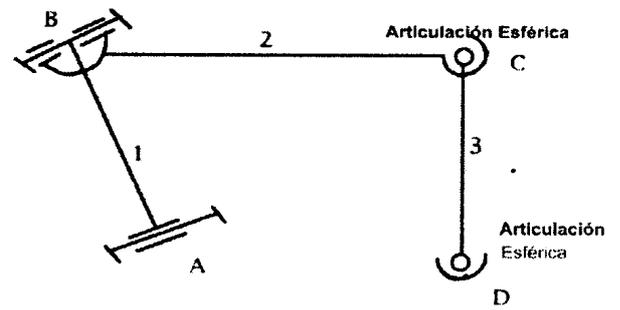


Figura 4. Reemplazo de pares en el mecanismo 4 barras.

grupo 2 - 3 se vuelve estáticamente determinado. El mecanismo se ensambla sin forzar y sin regular la posición del soporte del rodamiento D.

3. DETERMINABILIDAD ESTÁTICA DE LOS GRUPOS ESPACIALES.

El mecanismo es estáticamente determinado, si todos las componentes de las reacciones, inducidas en los elementos de los pares cinemáticos por las fuerzas y momentos de fuerzas externas que actúan sobre los eslabones, se pueden determinar por las ecuaciones de equilibrio estático. Entre el número de componentes de reacciones a buscar deben incluirse también los momentos compensadores aplicados a los eslabones de entrada. El número de coordenadas generalizadas independientes de los eslabones de entrada es igual al número de grados de libertad del mecanismo. Ya que la ley de variación en el tiempo de las coordenadas generalizadas se determina solucionando las ecuaciones de movimiento, existen todos las bases para poder analizar un grupo de eslabones separado de los eslabones de entrada, desde el punto de vista de la estática y a partir del número de enlaces impuestos establecer, si se pueden determinar por las ecuaciones de equilibrio estático todas las reacciones de los elementos de los pares cinemáticos. Si el número de componentes de las reacciones es menor que el número de ecuaciones de equilibrio estático, entonces los enlaces no determinan el movimiento del grupo separado del mecanismo. En este caso el número de coordenadas generalizadas independientes tomadas arbitrariamente, que determinan la posición de los eslabones, es igual a la diferencia entre el número de ecuaciones de equilibrio estático y el número de componentes de reacciones buscadas. Si los números señalados son iguales, entonces el sistema es estáticamente determinado y se mira como una estructura estáticamente determinada al unir el grupo separado de eslabones a un eslabón inmóvil (bastidor). Por el contrario, si el número de ecuaciones de estática es menor que el número de componentes de las reacciones, entonces el sistema es estáticamente indeterminado. De esta manera, el problema sobre determinabilidad estática y, por consiguiente, de adaptación del mecanismo o sus

grupos de eslabones por separado se reduce a la confrontación del número de ecuaciones de equilibrio estático que pueden plantearse para el mecanismo, y el número de componentes de las reacciones, que surgen en los elementos de los pares cinemáticos. Al analizar la estructura del mecanismo no hay necesidad de resolver las ecuaciones de estática.

Cada eslabón de un mecanismo, como cuerpo sólido, posee $f = 6$ grados de libertad. Algunas componentes del movimiento no pueden realizarse a consecuencia de la imposición de enlaces (restricciones), cuyos componentes, en número igual a s , actúan sobre el cuerpo.

Es claro, que el número de componentes libres de movimiento del cuerpo sólido sobre el cual se han impuesto enlaces es:

$$f = 6 - s \quad \text{ó} \quad f + s = 6.$$

Al construir el mecanismo los eslabones forman uniones móviles, o pares cinemáticos. Las superficies de contacto con los eslabones, denominadas elementos de los pares cinemáticos, pueden tener contacto en un punto, una línea o toda una superficie. Si tienen contacto sólo dos elementos del par cinemático, uno por cada uno de los eslabones móviles a unir, entonces el par cinemático se denomina sencillo. El número de componentes de la reacción del enlace depende del carácter del contacto de los elementos del par; si el contacto es puntual, aparece una componente dirigida a lo largo de la normal común a las superficies; si el contacto es lineal, formado por dos superficies lineales, aparecen dos componentes en forma de una resultante de la reacción distribuida aplicada en el centro de la línea de contacto y un momento con respecto al punto central; por último, si el contacto es superficial, aparecen de dos a cinco componentes de la reacción (tres para elementos planos y esféricos, cuatro para cilíndricos y cinco para los elementos en forma de superficie de rotación con generatriz curvilínea de curvatura variable). Cuando no coinciden las generatrices de las superficies lineales, el par cinemático lineal se convierte en un par puntual.

Al proyectar las máquinas los diseñadores utilizan por lo general pares complejos. Por ejemplo, un árbol sobre dos o más apoyos forma con el bastidor (cuerpo de la máquina) un par cinemático complejo, cuyos elementos son los muñones del árbol y las superficies de fricción de los cojinetes. Al analizar la estructura generalmente cada uno de los muñones y cojinetes se toman por un par cinemático, lo cual no es cierto, ya que el árbol y el

cuerpo de la máquina forman en el caso dado un solo par cinemático.

Al formarse un par cinemático complejo pueden introducirse enlaces redundantes, denominados locales. El movimiento relativo de los eslabones que participan en el par cinemático con enlaces redundantes, es posible sólo si las restricciones impuestas al movimiento relativo se repiten, y matemáticamente estas limitaciones se describen por ecuaciones dependientes. Algunas veces estos enlaces redundantes son denominados pasivos. Los enlaces locales que permitan realizar el movimiento relativo exigido de los eslabones, no afectan las propiedades estructurales generales del mecanismo y deben analizarse independiente. Para que los enlaces locales no se conviertan en activos, es necesario observar las exigencias de exactitud y rigidez de los eslabones y así no ocurrirá el atascamiento de los elementos del par. En la figura 5 se muestran variantes de un par giratorio complejo de un grado de libertad con diferente número de enlaces redundantes pasivos locales y por consiguiente, un número de incógnitas sobrantes $\sigma = 5 \dots 0$. Los pares cinemáticos mostrados en la figura 5 a... e son estáticamente indeterminados, y los mostrados en la figura 5 f... h son estáticamente determinados.

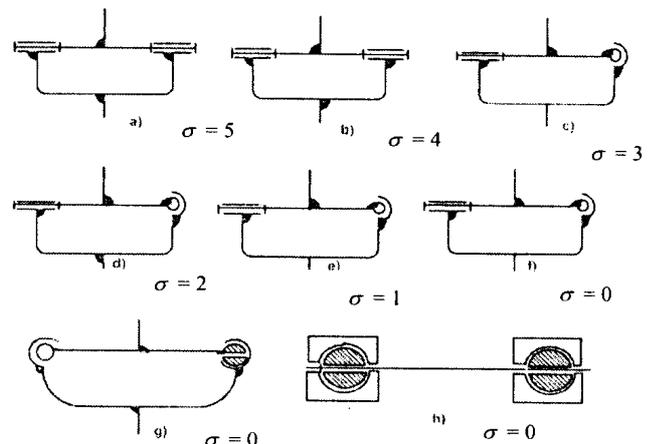


Figura 5. Variantes de un par giratorio complejo.

En la figura 6 se muestra un par cinemático complejo de desplazamiento con enlaces localizados, en el cual los bujes cilíndricos del par 2 se mueven a lo largo de las guías cilíndricas del eslabón 1. En el caso general, debido a las inexactitudes de montaje y fabricación los ejes de los elementos cilíndricos pueden cruzarse. Entonces los ejes de los elementos cilíndricos durante el trabajo del mecanismo deben hacerse coincidir forzosamente bajo la acción de dos componentes del momento reactivo y la fuerza reactiva normal a los ejes.

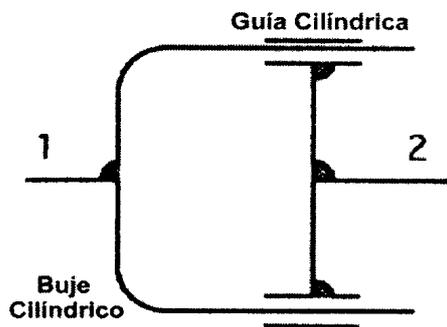


Figura 6. Par cinemático complejo

Como resultado en el sistema fácilmente se detectan tres componentes incógnitas redundantes de la reacción, las cuales pueden ser pasivas si la fabricación y el montaje son exactos, y activas si las desviaciones de fabricación se salen de los límites permitidos de los huelgos entre los elementos del par cinemático. Estos pares cinemáticos de deslizamiento con tres y más enlaces locales pueden detectarse en las prensas, los mecanismos de desplazamiento de las cajas en las máquinas de colada continua del acero, máquinas herramientas, etc. En varias máquinas, por ejemplo en las prensas hidráulicas horizontales, la presencia de enlaces locales lleva al rápido desgaste de los sellos en los cilindros de fuerza y retorno.

Es importante señalar, que la presencia de enlaces locales redundantes, introducidos al fabricar el par cinemático, es la causa de aparición de reacciones sólo en sus elementos. Al escoger el esquema del mecanismo además de los enlaces redundantes locales pueden ser también introducidos también enlaces redundantes estructurales adicionales para el sistema. Los enlaces estructurales adicionales aparecen al cerrar las ramas de una cadena cinemática abierta sencilla o compleja.

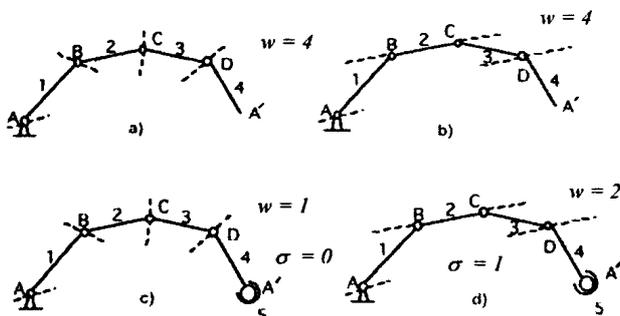


Figura 7.a cadena cinemática abierta de cinco eslabones; 7.b mecanismo estáticamente determinado; 7.c cadena abierta en donde los ejes de las juntas son paralelos; 7.d mecanismo estáticamente determinado con dos grados de libertad.

Sea dada una cadena cinemática abierta de cinco eslabones (figura 7) con un elemento inmóvil (bastidor).

La movilidad de todos los pares cinemáticos es conocida y es f_{15} , f_{21} , f_{32} y f_{43} . Entonces el número de grados de libertad del primer eslabón es igual a f_{15} , el del segundo es

$$f_2 = f_{15} + f_{12}$$

el del tercer eslabón es

$$f_3 = f_{15} + f_{12} + f_{32}$$

y el del cuarto

$$f_4 = f_{15} + f_{12} + f_{32} + f_{43}$$

Si todos los pares cinemáticos poseen un grado de libertad, entonces

$$W = f_i = 4.$$

Es decir, la cadena cinemática abierta posee un número de grados libertad igual al número total de coordenadas generalizadas independientes. Al cerrar la cadena cinemática abierta, es decir, al formar el par cinemático del último eslabón de la rama con el bastidor, se introducen enlaces que privan al sistema de cierto número de grados de libertad.

Si se necesita obtener un mecanismo con un grado de libertad, entonces al cerrar la cadena cinemática debe introducirse un número de enlaces igual a:

$$s = W - 1.$$

En el caso analizado

$$W = 4 - 1 = 3,$$

es decir el par cinemático debe ser de tres grados de libertad, y sus restricciones deben permitir el desplazamiento exigido del último eslabón de la cadena, por ejemplo la rotación (figura 7.a).

Cuando los ejes de los pares giratorios tienen direcciones arbitrarias el punto A' del eslabón 4 realiza un movimiento espacial (fig. 7.a), es decir, tiene tres componentes lineales de movimiento. Formando una articulación esférica (rótula) con tres grados de libertad ($4 - 5$) con centro en A' (ver fig. 7.b) se elimina los posibles desplazamientos del punto A' ; conservando la rotación del eslabón alrededor de este punto. Son posibles algunos casos particulares, cuando al cerrar la cadena ésta adquiere cualidades diferentes a las esperadas. Si los ejes de todos los pares giratorios son paralelos (cadena plana) o se interceptan en un punto (cadena esférica), entonces el último eslabón de la rama de la cadena cinemática abierta gira también alrededor de un eje paralelo a los ejes (primer caso) o a un eje que pasa a través del punto dado de intersección de los ejes (segundo caso). Si los ejes de los pares cinemáticos son paralelos, el punto A' (fig. 7.c) se priva de la posibilidad de desplazarse a lo largo de los ejes, por eso una de las componentes del enlace introducido por la junta esférica (fig. 7.d) es repetitivo con respecto a los enlaces impuestos previamente. Debido a que esta componente del enlace se describe por ecuaciones dependientes, entonces el sistema se torna estáticamente indeterminado,

y para realizar el ensamble se debe desplazar el centro A'' en la dirección de los ejes, siendo así un ensamble forzado. Fuera de esto, debido a que uno de los enlaces es pasivo, entonces al cerrar la cadena prácticamente se eliminan no tres, sino dos componentes del movimiento y el sistema posee dos grados de libertad. El mecanismo plano estudiado puede hacerse estáticamente determinado con dos grados de libertad si la junta esférica se reemplaza por un par con cuatro grados de libertad (una esfera en un tubo).

El posible apriete del sistema, provocado por los enlaces redundantes, provoca reacciones en los elementos de todos los pares cinemáticos de la cadena. Los enlaces redundantes impuestos al formarse el contorno cerrado, en lo sucesivo los llamaremos enlaces redundantes estructurales. Si los enlaces locales redundantes disminuyen el rendimiento mecánico propio del par cinemático, los enlaces redundantes estructurales disminuyen el rendimiento mecánico del mecanismo en su totalidad.

Al valorar el mecanismo desde el punto de vista de la movilidad, es decir, al obtener el número de coordenadas generalizadas independientes que deben ser dadas, para que los eslabones del mecanismo ocupen una determinada posición, se utilizan las fórmulas conocidas como fórmula estructural del mecanismo, por ejemplo:

$$W = 6 \cdot (n - 1) - (s - \sigma_c) - w, \quad (1)$$

Donde

- $n - 1$ es el número de eslabones móviles para los cuales se pueden plantear un número de $[6 \cdot (n - 1)]$ ecuaciones de equilibrio estático,
- s es el número total de componentes de las reacciones buscadas,
- σ_c es el número de enlaces redundantes estructurales, y
- w es el número de grados de libertad redundantes, o de coordenadas generalizadas independientes que no influyen sobre los desplazamientos del eslabón de salida.

Entre el número de grados de libertad redundantes se tiene por ejemplo, la rotación del rodillo alrededor de su propio eje y la rotación de la biela alrededor de los centros de las juntas de rótula esféricas con tres grados de libertad. La fórmula (1) (fórmula de Sómov - Mályshev), se utiliza frecuentemente para determinar el número σ_c de enlaces pasivos, si ya se conoce W , pero no permite determinar cuáles son las uniones móviles o contornos, en los cuales se encuentran dichos enlaces.

Hochmann estableció también un enlace entre el número de grados de libertad del mecanismo W , el número k de contornos independientes y el número total f de grados de libertad de los pares cinemáticos.

$$W = f - 6 \cdot k, \quad (2)$$

teniendo en cuenta los enlaces estructurales redundantes σ_c y los grados de libertad redundantes w :

$$W = f - 6 \cdot k + \sigma_c - w, \quad (3)$$

La fórmula (3) puede ser obtenida de la siguiente forma. Sea dada la cadena cinemática abierta, con varias ramas (fig. 8.a). El número total de eslabones móviles de la cadena es:

$$n - 1 = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k,$$

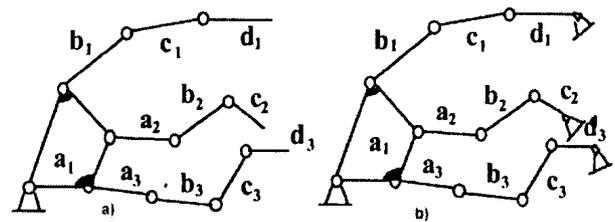


Figura 8. a) Cadena abierta, b) cadena cerrada

el número de pares cinemáticos después de cerrar la cadena k al bastidor ó a cualquier eslabón de otra rama (figura 8.b)

$$p = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k + k = n - 1 + k.$$

Ya que

$$f + s = 6 \cdot p,$$

ó

$$s = 6 \cdot p - f,$$

entonces después de reemplazar s en la fórmula (1) se obtiene la fórmula (3).

4. SÍNTESIS DE LOS GRUPOS ESPACIALES ESTÁTICAMENTE DETERMINADOS POR EL MÉTODO DE DESARROLLOS DE LOS PARES CINEMATICOS.

Un mecanismo de cualquier complejidad puede ser representado como una conjugación de eslabones de entrada o iniciales y grupos estáticamente determinados anexos a éstos. Dependiendo de la tarea impuesta a cada elemento de entrada se le puede dar más de un grado de libertad, por eso el mecanismo obtenido como resultado del anexamiento a estos eslabones de grupos estáticamente determinados, tendrá un número de grados de movilidad mayor que el número de eslabones de entrada.

La idea de construcción por el método de superposición de grupos estáticamente determinados sobre un sistema sencillo, consistente de bastidor y eslabones iniciales, pertenece a Assur, ver anexo. Cada uno de los grupos al ser unidos al bastidor se torna en una estructura estáticamente determinada. Si el grupo se une a los eslabones del mecanismo, entonces puede ser vista de

igual forma que una estructura estáticamente determinada, pero con elementos separados de longitud variable. Si los pares cinemáticos formados por el bastidor y los eslabones iniciales, no tienen enlaces locales redundantes, entonces al unírseles grupos estáticamente determinados siempre se obtiene un mecanismo sin enlaces redundantes en absoluto.

Las cadenas cinemáticas de superposición sin enlaces redundantes, es decir, estáticamente determinadas, pueden ser obtenidas de mónadas elementales estáticamente determinadas reemplazando sucesivamente uno de los pares cinemáticos por un equivalente estructural correspondiente que introduce a la cadena el mismo número de condiciones de enlace que el par reemplazado.

Las modalidades de mónadas estáticamente determinadas se ilustran en la figura 9.a, 9.f y 9.j.

general del mecanismo (W), se obtienen reemplazado un par cinemático con $s < 5$ por el correspondiente equivalente estructural con el mismo número de enlaces redundantes. Así, si en la mónada de la figura 9.a, se reemplaza el par puntual por la mónada de la primera fila, primera columna de la tabla 1, entonces obtenemos un grupo de dos eslabones espaciales estáticamente determinado (figura 9.b) con dos posibles variantes, las cuales se distinguen por el tipo de par cinemático extremo. Las variantes son representadas por una simbología numérica, escrita bajo el esquema del grupo. Los símbolos para cada grupo representan el número de movilidad del par cinemático. Reemplazando en el grupo construido el par cinemático de tres grados de libertad por la diada de la primera fila, segunda columna de la misma tabla obtenemos dos variantes del grupo de tres eslabones estáticamente determinado (figura 9.c). Continuando la transformación con el mismo método, encontraremos el grupo más complejo de cinco eslabones en forma de cadena sencilla no ramificada (figura 9.e). En la figuras 9.g, 9.h, 9.i, 9.k y 9.l se muestran grupos estáticamente determinados obtenidos por el mismo método de desarrollo de las mónadas mostradas en las figuras 9.f y 9.j.

Al construir grupos planos formando pares giratorios o cilíndricos con ejes paralelos, pueden darse casos de dependencia (parasitismo). Por ejemplo, en el grupo con ejes paralelos y pares giratorios, unido al bastidor (figura 9.c), aparecen una movilidad y una indeterminación estática con una incógnita sobrante. En el grupo de la figura 9.d para las mismas condiciones se tienen dos movibilidades y una indeterminación estática con dos incógnitas redundantes adicionales; finalmente en el grupo de la figura 9.e se tienen tres movibilidades y tres indeterminaciones. De esta manera, al construir mecanismos planos pueden ser utilizados sólo grupos independientes (no parásitos) de uno y dos eslabones.

Los grupos de contorno cerrado o ramificado construidos por el método descrito también pueden satisfacer la condición de determinación estática. En efecto, el par de cuatro grados de libertad en el grupo de la figura 9.b puede representarse como un par complejo bipuntual que posea dos elementos en el eslabón, al cual se une el grupo (figura 10.a) y el par extremo con tres grados de libertad en el grupo de la figura 9.c – como tripuntual. Cada uno de los pares puntuales puede reemplazarse por un equivalente estructural y en concreto por una monada de $s=1$ (ver tabla 1). Se obtienen cadenas que tienen tres ramificaciones desde el eslabón base 2 en el grupo de la figura 10.b y cuatro ramificaciones desde el eslabón base 3 en el grupo de la figura 10.d.

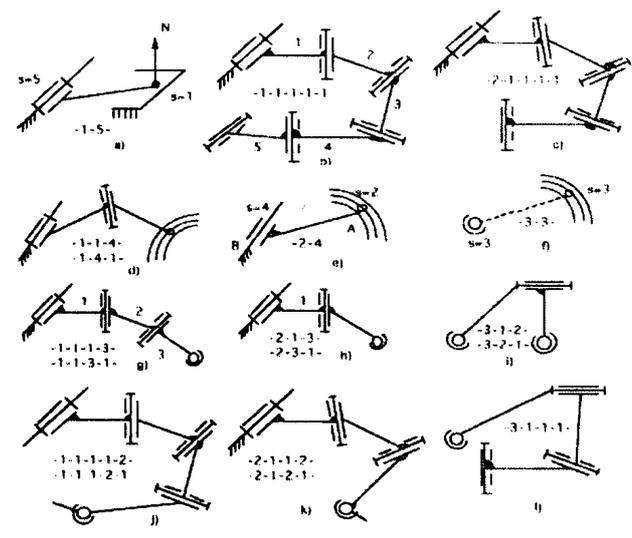


Figura 9. Mónadas estáticamente determinadas

Se supone que ninguna de ellas es dependiente, es decir, todos los componentes de los enlaces se describen por ecuaciones independientes. La dependencia puede tener lugar si en las mónadas de la figura 9.a la normal N es paralela al eje del par giratorio, en la figura 9.f el eje del conducto guía A es paralelo al eje del par cilíndrico B ; o si en la figura 9.j ambos pares de tres grados de libertad son esféricos (rótulas).

Los equivalentes estructurales que introducen distintos números de condiciones de enlace (de 1 a 4), se muestran en la tabla 1, donde s es el número de enlaces redundantes, es equivalente al número de condiciones de enlace del par cinemático reemplazado.

Los grupos espaciales no dependientes estáticamente determinados en forma de cadena no ramificadas que pueden unirse al mecanismo sin cambiar la movilidad

Tabla 1. Equivalencia entre pares puntuales y m6nadas

1				
2				
3				
4				

El mayor n6mero de ramificaciones se puede obtener como resultado de reemplazar el par giratorio extremo en el grupo de la figura 9.e por un par pentapuntual complejo. Como resultado de reemplazar cada uno de los elementos del par por uno de los equivalente estructurales del primer rengl6n de la tabla 1, obtenemos seis ramificaciones desde el eslab6n base 5 obteniendo un n6mero total de ramificaciones igual a 25.

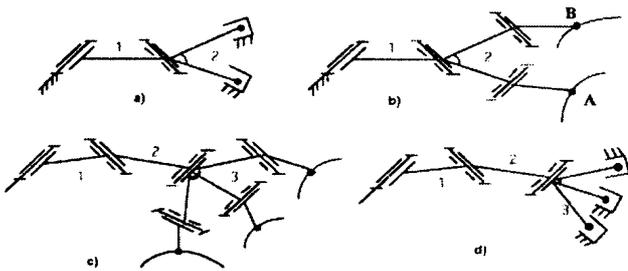


Figura 10. Reemplazo de un par bipuntual por m6nadas

Reemplazando en una cadena serial uno de los pares cinem6ticos intermedios, se pueden construir grupos con uno o varios contornos cerrados. En calidad de ejemplos, en la figura 11 se muestra el proceso de formaci6n de grupos de uno y dos contornos a partir de cadenas seriales de dos y cuatro eslabones. A partir del grupo de la figura 11.a se pueden obtener s6lo grupos de un contorno, habiendo representado el par cinem6tico como bipuntual (figura 11.b). Reemplazando ambos pares de los elementos por equivalentes estructurales obtenemos cadenas con un contorno cerrado. La m6s compleja es la cadena de 10 eslabones (figura 11.d), cuyos eslabones forman juntas giratorias con ejes arbitrariamente dispuestos.

A partir de la cadena de cuatro eslabones de la figura 11.e se puede obtener una cadena que consta de uno a tres contornos, dependiendo de la forma en que el par cinem6tico sencillo A se reemplace por un par complejo. Si ella es reemplazada por una tetrapuntual (figura 11.f), entonces despu6s de remplazar cada uno de los pares de los elementos por tetradas (tabla 1, columna 4, fila

6nica), se obtiene un grupo de tres contornos con un n6mero m6ximo de eslabones de 20 (figura 11.g). Se pueden obtener modificaciones de los grupos de tres contornos con menor n6mero de eslabones, si al reemplazar un par puntual de elementos se utiliza un equivalente estructural de $s = 1$ con menor n6mero de eslabones. De un grupo de cinco eslabones est6ticamente determinado se pueden obtener de uno a cuatro grupos con contornos cerrados dependiendo de c6mo se reemplace la junta giratoria por un par cinem6tico complejo.

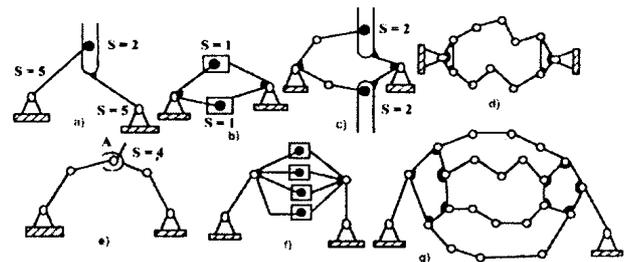


Figura 11. Aplicaci6n en un mecanismo de colisa.

Desarrollando los pares cinem6ticos se pueden obtener cadenas espaciales est6ticamente determinadas con contornos secundarios, que hagan parte del contorno principal en lugar del eslab6n de dos elementos. Por ejemplo, si en la cadena de 10 eslabones del dibujo 11.d, se desarrolla uno de los pares cinem6ticos intermedios, habi6ndolo tomado como complejo (figura 12.a), entonces la 6ltima de las modificaciones posibles se obtiene en la forma mostrada en el dibujo 12.b. Aqu6 el contorno principal se forma por los eslabones 1...8 y el contorno secundario est6 compuesto por los eslabones 9...15. De esta manera, de un grupo de diez eslabones se obtiene un grupo de 15 eslabones de dos contornos 6 uno de 20 eslabones con tres contornos, en el cual uno 6 dos contornos, con sus partes integrantes, forman parte del contorno principal. Por su estructura los grupos obtenidos se diferencian de los grupos, en los cuales los contornos se forman a partir ramas paralelas que unen entre s6 a dos eslabones base.

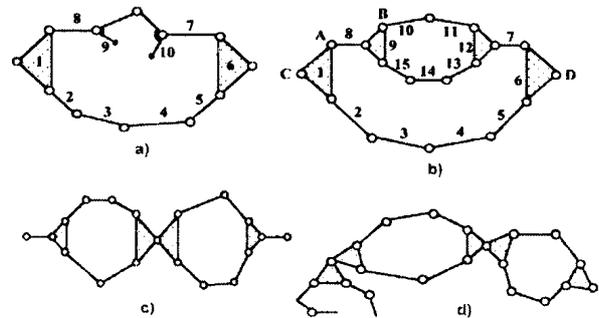


Figura 12. Aplicaci6n en una cadena compleja.

De una cadena serial de cinco elementos se pueden obtener grupos derivados estáticamente determinados en forma de contornos unidos en forma consecutiva. En la figura 12.c se muestra una cadena límite de 15 eslabones de este tipo. Todos sus eslabones conforman sólo pares giratorios. En la figura 12.d se observa una cadena ramificada, en una de cuyas ramificaciones se han obtenido dos contornos.

De esta manera, reemplazando sucesivamente los pares cinemáticos por sus equivalentes estructurales correspondientes se pueden obtener grupos elementales (es decir indivisibles) estáticamente determinados, de cualquier complejidad, con cualquier número de eslabones.

CONCLUSIONES

Un mecanismo correctamente diseñado debe ser insensible a las deformaciones de la base de la máquina, para evitar el atascamiento (agarrotamiento) de los pares cinemáticos. Esta observación es válida tanto para los mecanismos planos, como para los espaciales.

El mecanismo que es insensible a las deformaciones de la base responde también a las condiciones de ensamble no forzoso aun en presencia de desviaciones de fabricación y de ensamble.

Al analizar un mecanismo, incluyendo los planos, es necesario analizar su estructura y hacer la síntesis estructural como mecanismo espacial.

Para dejar en evidencia los errores estructurales de un mecanismo, es posible transformar su esquema cinemático sin alterar su movilidad general utilizando el método de desarrollo de los pares cinemáticos, el cual consiste en la sustitución en serie de algunos de ellos por sus equivalentes estructurales.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] **ARTOBOLEVSKI I. I.** Teoría de mecanismos y máquinas. Moscú. Nauka 1988
- [2] **KOZHEVNIKOV S. N.** Mecanismos. Barcelona. Gustavo Gili S.A. 1975
- [3] **NORTON R.L.** Diseño de Maquinaria. México D.F. McGraw-Hill 1995
- [4] **KREYNIN, G. V.** Cinemática, dinámica y precisión de mecanismos. Manual. Redactor: Mashinostroyeniye, 1984.
- [5] **LEVITSKAYA, O. N.; LEVITSKY N.I** Teoría de mecanismos y máquinas. Moscú, Vischaya shkola, 1985.
- [6] **RESHETOV** Mecanismos autoalineantes

ANEXO 1

(texto adaptado de la fuente [1])

CLASIFICACIÓN DE LOS MECANISMOS PLANOS

1. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA FORMACIÓN DE MECANISMOS

El principio fundamental de formación de los mecanismos fue propuesto por L.V. Assur en 1914. Este científico propuso y desarrolló el método de formación de mecanismos como una sucesiva superposición de cadenas cinemáticas, las cuales poseen determinadas propiedades estructurales.

A este método se le puede hacer fácilmente un seguimiento, analizando un mecanismo concreto, por ejemplo el mecanismo mostrado en la figura 1.1 Este mecanismo posee cinco eslabones móviles, los cuales forman siete pares cinemáticos de V clase. Su número de grados de libertad es igual

$$W = 3n - 2pV - pIV = 3.5 - 2.7 = 1, \quad (1.1)$$

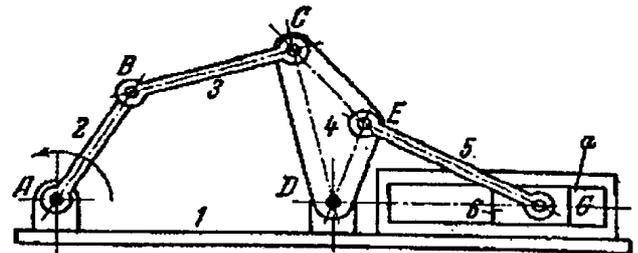


Fig. 1.1. Mecanismo de seis eslabones.

El proceso de formación de este mecanismo se puede concebir como la unión sucesiva al eslabón primario 2 y al bastidor, de la cadena cinemática formada por los eslabones 3 y 4. En este caso se tendría el mecanismo de cuatro barras ABCD, el cual posee un grado de libertad. A continuación, al eslabón 4 del mecanismo ABCD unimos la cadena cinemática formada por el eslabón 5 y el deslizador 6. De esta manera obtenemos el mecanismo de seis barras el cual posee un grado de libertad.

No es difícil establecer determinada ley de formación del mecanismo. Como puede verse cualquier mecanismo posee un eslabón inmóvil (bastidor) (eslabón 1 en la Fig. 1.1). Luego el mecanismo debe poseer un número de eslabones primarios igual al número de grados de libertad (eslabón 2 en la Fig. 1.1, ya que $W = 1$).

Ya que después de agregar los eslabones 3, 4, 5 y 6 el número de grados de libertad del mecanismo terminó siendo $W = 1$, entonces la cadena cinemática, conformada por los eslabones 3, 4, 5 y 6, agregada al eslabón primario y por ende al bastidor, posee un número

de grados de libertad igual a cero con respecto a los eslabones a los cuales ella se ha unido.

Denominaremos *grupo estructural* o *grupo de Assur* a aquella cadena cinemática con un número de grados de libertad igual a cero con respecto a los eslabones con los cuales sus elementos libres "entran" en pares cinemáticos y que no se puede dividir en cadenas cinemáticas más sencillas con número de grados de libertad igual a cero.

Si nos referimos de nuevo al mecanismo de la figura 1.1, podemos ver que el conjunto de eslabones 3, 4, 5 y 6; aunque tenga un grado de movilidad nulo, no es un grupo estructural, ya que se puede dividir en dos cadenas cinemáticas, cada una de las cuales posee un número de grados de libertad igual a cero: La cadena cinemática *BCD* consta de los eslabones 3 y 4, los cuales "entran" en los tres pares giratorios *B*, *C* y *D*, por lo tanto, su grado de libertad W_{gr} será igual

$$W_{gr} = 3n - 2pV = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

La cadena cinemática *EG* consta de los dos eslabones 4 y 5, los cuales "entran" en dos pares giratorios *E* y *F* y en un par de desplazamiento (deslizador 6 y bastidor). El grado de libertad de esta cadena es:

$$W_{gr} = 3n - 2pV = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

En conclusión, el mecanismo 1.1. se forma por la unión al eslabón primario 2 (y por ende al bastidor 1) de dos grupos: el primer grupo se compone de los eslabones 3 y 4, y el segundo grupo por los eslabones 5 y 6.

Cuando se unen en serie grupos hay que tener en cuenta ciertas reglas. Cuando se forma un mecanismo con un (1) grado de libertad el primer grupo se une con sus elementos libres al eslabón primario y al bastidor. Los grupos siguientes se pueden unir a cualesquiera eslabones del mecanismo resultante, pero sólo de manera que los eslabones del grupo posean movilidad unos con respecto a otros. Analicemos esto por medio de un ejemplo. Supongamos que tenemos el mecanismo de cuatro barras *ABCD* que se muestra en la Fig. 1.2, el cual está formado por el eslabón primario 2, el bastidor 1 y un grupo, formado por los eslabones 3 y 4.

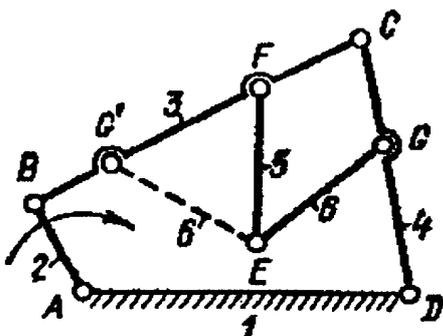


Fig. 1.2. Principio de síntesis estructural de un mecanismo de seis barras.

El siguiente grupo, formado por los eslabones 5 y 6 puede ser unido a dos eslabones distintos del mecanismo, por ejemplo a los eslabones 3 y 4; pero no a un mismo eslabón. Ya que, por ejemplo, si unimos los eslabones 5 y 6 al eslabón 3, entonces el contorno *FEG'*, compuesto por los eslabones 3, 5 y 6 formará una estructura.

Se puede ver con facilidad, que para que los eslabones de los grupos tengan movilidad después de su adherencia, es necesario que el contorno cerrado formado por los eslabones del grupo y los eslabones a los cuales éste se unió sea un contorno móvil. Así, en la figura 1.2 el contorno *GCFE* poseerá movilidad. Como puede observarse, para que un contorno de este tipo tenga movilidad, es necesario que los eslabones del contorno "entren" en por lo menos cuatro pares cinemáticos (pares *F*, *E*, *G* y *C* de la Fig. 1.2).

4. CLASIFICACIÓN ESTRUCTURAL DE LOS MECANISMOS PLANOS

El tipo de mecanismos más usado en la industria es el de los mecanismos planos cuyos eslabones conforman pares cinemáticos de IV y V clases. Por esto nos detendremos a analizar los principios de clasificación estructural de éstos.

Como ya se dijo el principio de formación de los mecanismos consiste en la unión consecutiva de grupos a un eslabón primario unido al bastidor. El grado de libertad de los grupos W_{gr} es

$$W_{gr} = 0. \tag{1.2}$$

Para los mecanismos planos con pares de IV y V clase esta condición tiene la siguiente forma

$$3n - 2pV - pIV = 0, \tag{1.3}$$

Al eslabón primario junto con el bastidor, los cuales "entran" en un par giratorio de V clase; los denominaremos convencionalmente *mecanismo de primera clase* (Fig. 1.3)

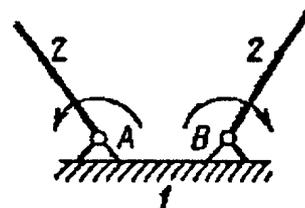


Fig. 1.3. mecanismos convencional de primera clase.

La formación de cualquier mecanismo plano puede ser figurada como la unión en serie de grupos que satisfacen la condición (1.3). Por ejemplo el primer grupo se une a

un mecanismo de primera clase (eslabón primario y bastidor), el siguiente grupo se une o a los eslabones del primer grupo o parcialmente a los eslabones del primer grupo y al eslabón primario o al bastidor, etc.

En la figura 1.4 se muestra el esquema de un mecanismo formado por la adherencia a un mecanismo de primera clase (eslabón primario 2 y bastidor 1) de los siguientes grupos : primera cadena cinemática conformada por los eslabones 3, 4, 5 y 6, segunda cadena cinemática conformada por los eslabones 7 y 8; y finalmente la tercera cadena cinemática conformada por los eslabones 9 y 10.

Es fácil comprobar que todas estas cadena cinemáticas satisfacen al condición (1.2), es decir no se pueden dividir en grupos más sencillos con $W_{gr} = 0$ y por consiguiente son grupos.

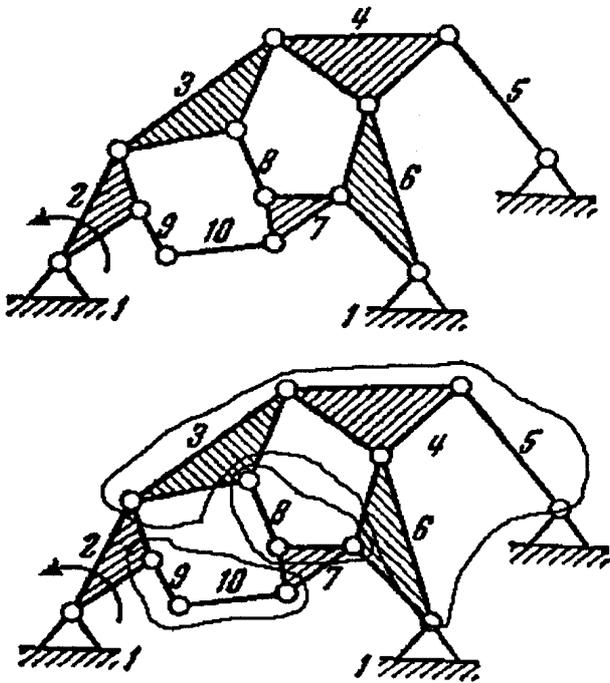


Fig. 1.4. Análisis estructural de un mecanismo complejo.

Los mecanismos pueden ser formados también mediante la adherencia de los grupos a varios mecanismos de I clase al mismo tiempo. En este caso el grado de libertad de los mecanismos formados será igual al número de mecanismos de primera clase presentes en el mecanismo. Por ejemplo en la figura 1.5 se muestra un mecanismo formado por la unión del grupo conformado por los eslabones 3 y 4 a un mecanismo de I clase; en la figura 1.6 se muestra un mecanismo formado por la unión de un grupo igual a dos mecanismos de I clase.

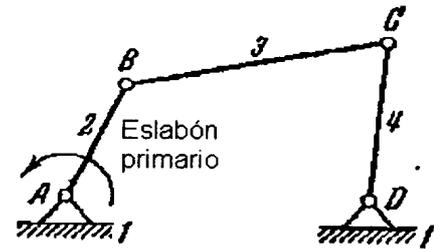


Fig. 1.5. Obtención de un mecanismo de 4 eslabones a partir de un mecanismo de primera clase y un grupo de II clase.

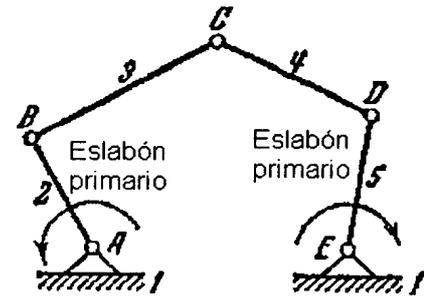


Fig. 1.6. Obtención de un mecanismo de dos grados de libertad a partir de dos mecanismos de primera clase y un grupo de II clase.

Como se mostró anteriormente todos los pares superiores de IV y V clases pertenecientes a mecanismos planos pueden ser sustituidos por cadenas cinemáticas formadas sólo por pares de V clase. Los eslabones que resultan de estas sustituciones realizan, en las posiciones dadas, movimientos instantáneos del mismo carácter que los eslabones de los mecanismos originales. De esta manera cuando hablamos sobre la clasificación de los mecanismos podemos limitarnos a los mecanismos en los cuales todos los pares superiores han sido sustituidos por las correspondientes cadenas conformadas sólo con pares de V clase.

De la relación (1.3) se deduce que la condición que deben satisfacer los grupos conformados sólo por pares de V clase puede ser escrita así: $3n - 2p_V = 0$, de donde

$$p_V = \frac{3}{2} n, \quad (1.4)$$

como el número de pares y eslabones pueden ser únicamente números enteros, entonces la condición (1.4) puede ser satisfecha sólo por las siguientes combinaciones de números de eslabones y de pares cinemáticos

Tabla 2. Grupos de Assur.

No.	1	2	3	4	5	•
n	2	4	6	8	•	•
p_V	3	6	9	12	•	•

Escogiendo las distintas combinaciones de estos números podemos conformar grupos de distinto tipo. A todos los grupos que resulten de esta manera es posible clasificarlos (dividir en clases). Este representa grandes ventajas, ya que los métodos de análisis cinemático y de fuerzas son particulares para cada clase.

La combinación más sencilla de eslabones y pares es $n = 2$ y $pV = 3$. Este grupo en su forma más elemental tiene la forma que se muestra en la figura 1.7. En el dibujo se muestra el grupo BCD , el cual se compone de dos eslabones y tres pares giratorios. Este grupo puede ser adherido por los elementos B y D a otros dos eslabones cualesquiera k y m del mecanismo base. Ya que una de las condiciones de adherencia de los grupos es que los elementos B y D de los pares del grupo no se adhieran al mismo eslabón, por consiguiente este grupo puede ser adherido a un mecanismo de I clase (Fig. 1.5), con el elemento B al eslabón primario 2 y con el elemento D al bastidor 1. El mecanismo resultante ($W = 1$) se puede ver en la Fig. 1.5. Este grupo también se puede adherir a dos mecanismos de I clase (Fig. 1.6) en este caso $W = 2$.

El grupo que tiene dos eslabones y tres pares de V clase se llama *grupo de segunda clase, diada o grupo con dos miembros de arrastre*.

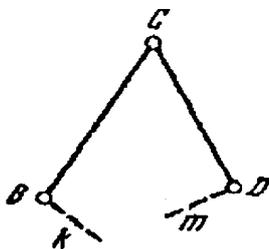


Fig. 1.7. Grupo de segunda clase (Diada).

El grupo que se muestra en la figura 1.7. posee dos eslabones y tres juntas giratorias. A esta combinación de eslabones y pares se le denomina *grupo de II clase del primer tipo*.

El resto de tipos o formas constructivas del grupo de II clase pueden ser obtenidos sustituyendo los pares giratorios por pares de deslizamiento.

El *segundo tipo* es aquel en el cual ha sido sustituido una de las juntas giratorias de los extremos por una junta de deslizamiento o corredera. (Fig. 1.8)

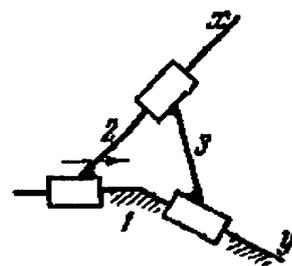
El *tercer tipo* se muestra en la Fig. 1.9. Aquí se ha sustituido el par giratorio del medio por la corredera.

El *cuarto tipo* se ve en la Fig. 1.10. Se han sustituido los dos pares giratorios de los extremos por correderas.

El *quinto tipo* se representa en la Fig. 1.11. Aquí se han sustituido por correderas una junta giratoria extrema y la junta central.

<p>Fig. 1.8. Grupo de segunda clase, segundo tipo</p>	<p>Fig. 1.9. Grupo de segunda clase, tercer tipo</p>
<p>Fig. 1.10. Grupo de segunda clase, cuarto tipo</p>	<p>Fig. 1.11. Grupo de segunda clase, quinto tipo</p>

Parecería que siguiendo de esta manera, podríamos sustituir los tres pares giratorios por correderas, pero es fácil darse cuenta que en este caso al unir este grupo al bastidor el grupo posee un grado de libertad, es decir se convierte en un mecanismo plano compuesto sólo de correderas como se puede ver en la figura.



Mecanismo compuesto sólo de pares de deslizamiento (correderas) $W = 1$.¹

¹ Los eslabones de los mecanismos planos compuestos sólo de pares de deslizamiento no poseen posibilidad de giro alrededor del eje perpendicular al plano de su movimiento, es decir poseen sólo dos grados de libertad ya que se han impuesto 4 restricciones globales al movimiento de los eslabones. La fórmula estructural de estos mecanismos es :

$$W = 2n - pV.$$

La mayoría de los mecanismos usados en la técnica contemporánea están conformados de grupos de II clase.

Estudiemos ahora la segunda combinación posible del número de eslabones y pares que satisfacen la igualdad (1.4): la siguiente, según el número de eslabones debe contener cuatro eslabones y seis pares de V clase. Para esta combinación es posible formar tres tipos de cadenas cinemáticas.

la primera se muestra en la Fig. 1.12, se compone del eslabón EGF del cual "salen" tres miembros de arrastre: EB, GC y FD. Esta es una cadena cinemática compleja abierta, la cual se denomina grupo de III clase. La unión de este grupo al mecanismo base se logra por medio de los tres miembros de arrastre EB, GC y FD, los cuales "entran" a formar pares giratorios con los eslabones k, m, l pertenecientes, en el caso más general, al mecanismo base.

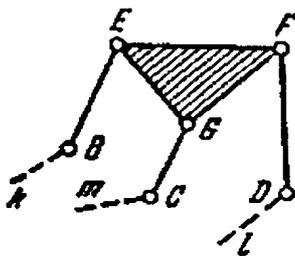


Fig. 1.12. Grupo de III clase con tres miembros de arrastre.

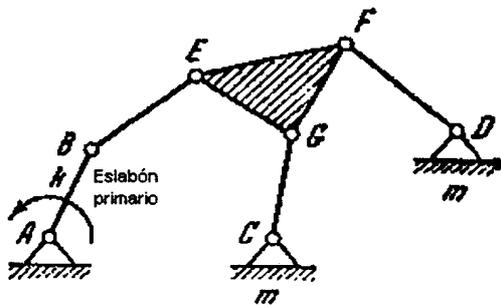


Fig. 1.13. Mecanismo formado por un eslabón de primera clase y un grupo de III clase.

La característica que distingue a este grupo es el eslabón EFG, el cual "entra" en tres pares cinemáticos y que forma cierto triángulo rígido, el cual está como compuesto por los tres eslabones EG, GF y FE.

La segunda posible cadena cinemática compuesta de cuatro eslabones y seis pares inferiores de muestra en la figura 1.14. Esta cadena cinemática cerrada se une a los eslabones k y m del mecanismo base no por medio de miembros de arrastre, sino con los elementos libres G y B que pertenecen a los "triángulos rígidos" EGF y CDB. Se diferencia del grupo anteriormente estudiado en que

además de poseer dos "triángulos rígidos" BDC y EGF, posee un contorno cerrado y móvil de cuatro lados CEFD.

Los grupos que poseen contornos cerrados de cuatro lados se denominan grupos de IV clase.

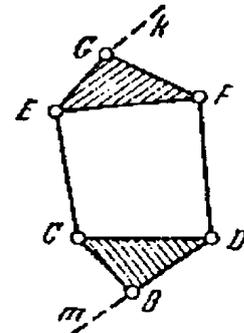


Fig. 1.14. Grupo de IV clase con dos miembros de arrastre.

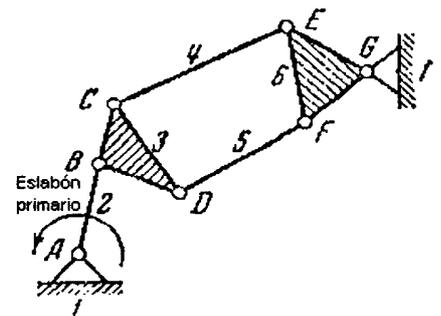


Fig. 1.15. Mecanismo formado por un eslabón primario y un grupo de IV clase.

El tercer tipo de cadena cinemática posible compuesta de cuatro eslabones y seis pares cinemáticos se muestra en al figura 1.16. Esta cadena cinemática se fracciona en dos grupos sencillos de II clase: BCD y EFG y no nos aporta nada nuevo.

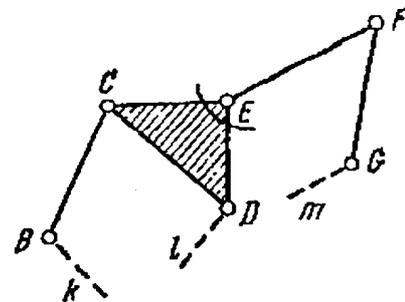


Fig. 1.16. Cadena con dos grupos de II clase.

Si en la formación de un mecanismo toman parte grupos de distinta clase, entonces la clase del mecanismo estará determinada por el grupo que posee la clase más alta. Por ejemplo, si el mecanismo está conformado de la siguiente manera: mecanismo primario → grupo de III clase →

grupo de IV clase, el mecanismo debe ser clasificado como mecanismo de IV clase.

Para la determinación de la clase de un mecanismo es indispensable señalar cuál de los eslabones es el eslabón primario, ya que *dependiendo de la elección de los eslabones primarios puede variar la clase del mecanismo*. Por ejemplo, si en el mecanismo de la figura 1.13, escogemos como eslabón primario no el eslabón AB, sino el DF, todo el mecanismo será mecanismo de II clase formado por dos grupos de II clase (grupos FGC y grupo EBA).

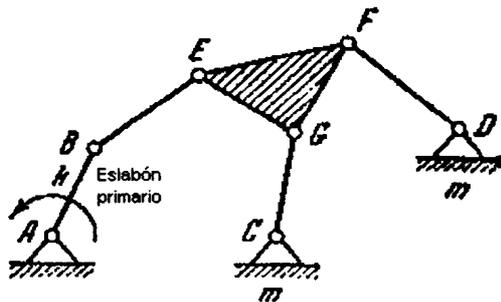


Figura 1.17.a. Mecanismo de III clase.

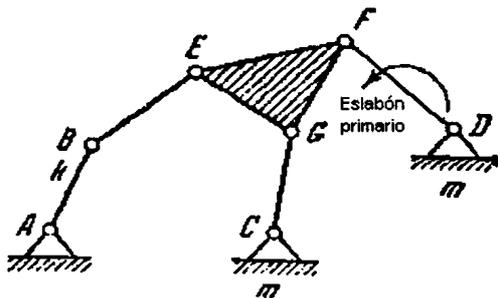


Fig. 1.17.b. Mecanismo de II clase.

Si un mecanismo está compuesto no sólo de pares inferiores, sino también de superiores, entonces es necesario reemplazar éstos últimos por pares inferiores usando los métodos de reemplazo antes descritos. Nosotros siempre podemos reemplazar, para una posición dada, los pares superiores por cadenas cinemáticas compuestas sólo de pares inferiores. Después de esto la clase del mecanismo puede ser determinada.

Para dividir un mecanismo en grupos se recomienda seguir el siguiente orden. Supongamos que se tiene un mecanismo compuesto de bastidor, mecanismo(s) primario(s) y varios grupos de varias clases. Se debe empezar con el intento de separar del mecanismo los grupos de II clase. Cuando se hace esto es necesario, cada vez que se separa un grupo, verificar que la cadena cinemática resultante posee el mismo número de grados de libertad que el mecanismo inicial, y que no queden elementos de pares cinemáticos que no "entren" en algún par cinemático. Si el intento de separar grupos de II clase no tiene éxito, es necesario pasar a probar con grupos de III clase ; y así sucesivamente.

Después de la separación de todos los grupos debemos quedarnos sólo con el bastidor y con el eslabón primario (o eslabones primarios).

Ejemplo 1. En la figura 1.18.a, se muestra el mecanismo de un motor. Se pide determinar la clase del mecanismo y el orden de formación del mismo

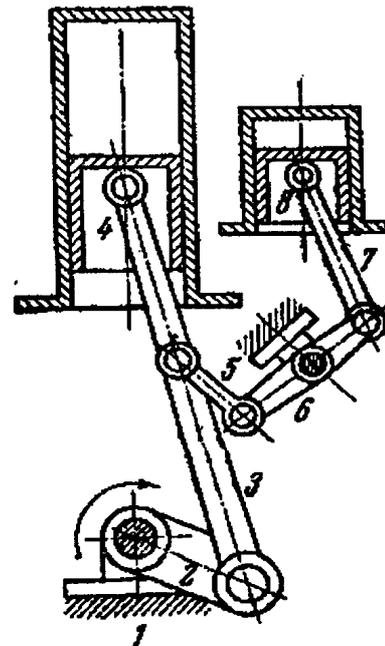


Fig. 1.18.a. Mecanismo de un motor con compresor.

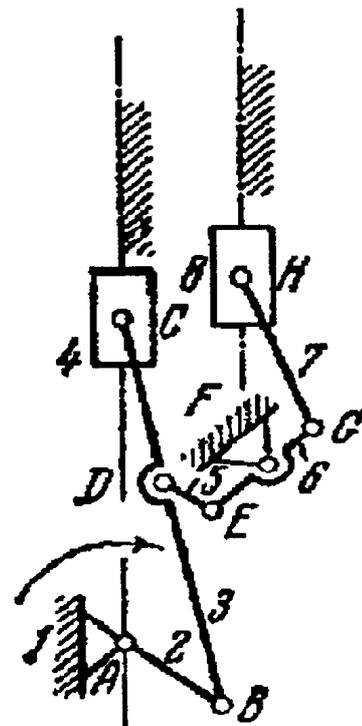


Fig. 1.18.b. Esquema cinemático.

La manivela 2 forma un par giratorio de V clase con el bastidor 1 (Apoyo giratorio). Más adelante la biela 3 forma un par giratorio de V clase con la manivela 2 y un par giratorio de V clase con el pistón 4. El pistón 4 forma un par de deslizamiento de V clase con el cilindro, el cual está rígidamente unido con el bastidor 1 (apoyo deslizante). La biela 3 y el eslabón 5 forman un par giratorio de V clase. El cual a su tiempo, "entra" en un par giratorio con el eslabón 6 (balancín). El balancín 6 de otro lado, forma un par de V clase con la biela 7 del compresor. La biela 7 "entra" en un par giratorio de V clase con el pistón 8 del compresor, el cual al mismo tiempo forma un par de deslizamiento de V clase con el cilindro unido rígidamente con el bastidor 1. Por lo tanto, el mecanismo consta de ocho pares giratorios de V clase, dos pares de deslizamiento V clase y siete eslabones móviles.

De manera que tenemos $n = 7$ y $pV = 10$. El número de grados de libertad es:

$$W = 3n - 2pV - pIV = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1,$$

es decir, el mecanismo posee un grado de libertad y, en correspondencia, un eslabón primario.

Para determinar la clase del mecanismo trazamos el esquema cinemático del mecanismo Fig. 1.18.b.

Si tomamos como eslabón primario el eslabón 2 (manivela AB del motor), el mecanismo debe ser clasificado como mecanismo de segunda clase, ya que está formado por tres grupos de II clase: 1) Grupo formado por los eslabones 3 y 4 (pares giratorios 2,3 y 3,4 y un par de deslizamiento 4,1), este es un grupo de II clase de segundo tipo. 2) Grupo formado por los eslabones 5 y 6 (pares giratorios 3,5 ; 5,6 y 6,1), este es un grupo de II clase del primer tipo. 3) Grupo formado por los eslabones 7 y 8 (pares giratorios 6,7 ; 7,8 y un par de deslizamiento 8,1), este es un grupo de II clase de segundo tipo.

Ahora, si tomamos como eslabón primario el número 8 (pistón del compresor), el mecanismo debe ser catalogado como de III clase, ya que en este caso los eslabones restantes y los pares en los cuales participan, forman dos grupos: 1) Grupo formado por los eslabones 2, 3, 4 y 5 (cinco pares giratorios 2,1 ; 2,3 ; 3,4 ; 3,5 ; 5,6 y un par de deslizamiento 4,1), este es un grupo de III clase con 3 miembros de arrastre. 2) Grupo formado por los eslabones 6 y 7 (tres pares giratorios 6,1 ; 6,7 ; y 7,8. Por último, si tomamos como eslabón primario el 4 (pistón del motor), el mecanismo pertenecerá a los de II clase, ya que como en el primer caso encontraremos tres grupos de II clase.

Ejemplo 2. En la Fig. 1.19 a se muestra el esquema cinemático del mecanismo de leva de un motor. La leva 2, cuando gira alrededor del eje A ejerce acción sobre el

rodillo 3, perteneciente al balancín 4. El balancín 4 por medio del rodillo 5 acciona la válvula 6, la cual se mueve a lo largo de la directriz F.

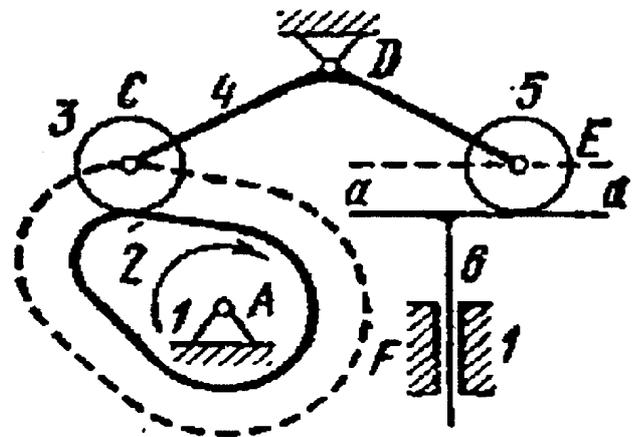


Fig. 1.19 a. Mecanismo de leva.

Este mecanismo está compuesto de cinco eslabones móviles, cuatro pares giratorios de V clase, un par deslizante de V clase y dos pares de IV clase. Como puede notarse los eslabones de este mecanismo poseen movimientos completamente determinados, pero aplicando la fórmula estructural para los mecanismos planos (Fórmula Chebyshev-Kutzbach), obtenemos:

$$W = 3n - 2pV - pIV = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 2 = 3,$$

Es decir, el mecanismo posee grados de libertad redundantes. Éstos corresponden a la posibilidad de giro de los rodillos 2 y 5 alrededor de los ejes C y E. De otro lado, después de "eliminar" esta posibilidad de giro, por ejemplo uniendo rígidamente los rodillos 3 y 5 con el balancín notamos que el carácter general del movimiento del mecanismo no ha cambiado. Es por esto que estos dos eslabones (rodillos 3 y 5) pueden ser eliminados como eslabones, las medidas de los cuales no ejercen ninguna influencia en la cinemática del mecanismo.

El esquema cinemático del mecanismo luego de "eliminar" los rodillos se muestra en la Fig. 1.19 b. Para hacer que la leva 2 "entre" en el par cinemático de IV clase 2,4 con el balancín 4 (punto C), la curva de la leva 1 se sustituye por el lugar geométrico de las posiciones relativas del centro del rodillo 3. Para hacer que el balancín 4 "entre" en el par cinemático de IV clase 4,6 con la válvula 6 (punto E), el plano a-a de la válvula 6 se levanta una distancia igual al radio del rodillo 5 (es decir, ocupa la posición a'-a').

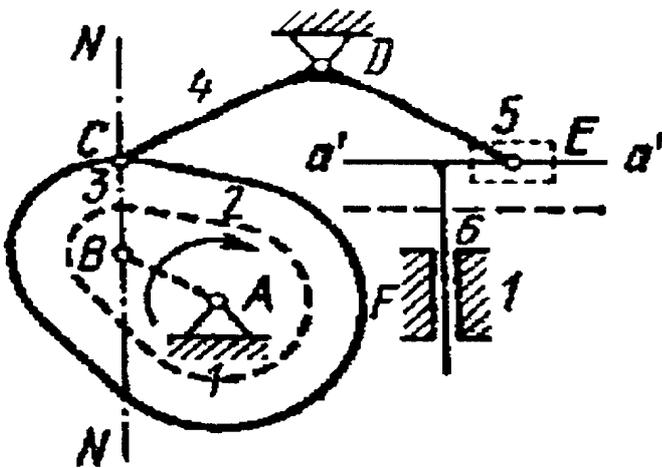


Fig. 1.19 b. Simplificación estructural.

Luego de eliminar los rodillos el número de eslabones móviles es de tres ($n = 3$), el número de pares de V clase igual a tres ($pV = 3$), y el número de pares de cuarta clase igual a dos ($pIV = 2$). Ya no existen los grados de libertad redundantes y la fórmula estructural para el mecanismo toma la siguiente forma

$$W = 3n - 2pV - pIV = 3.3 - 2.3 - 2 = 1,$$

Para determinar la clase del mecanismo se hace necesario reemplazar los pares superiores de IV clase por cadenas cinemáticas que posean sólo pares inferiores de V clase. Para sustituir el par 2,4 de IV clase (Fig. 1.19 b) a través del punto C de contacto de los eslabones 2 y 4 trazamos la normal N - N al perfil de la leva 2 y unimos el punto B (centro de curvatura del perfil en el punto C), con el punto A. El segmento BC representa el eslabón efectivo 3, el cual "entra" en dos pares giratorios de V clase 4,3 y 2,3.

Para sustituir el par de IV clase 4,6 "instalamos" un eslabón convencional 5 (deslizador), el cual "entra" en el par giratorio de V clase 4,5 y en el par de deslizamiento 5,6 ; también de V clase. Después realizar los reemplazos de los pares superiores podemos trazar el esquema cinemático del mecanismo equivalente (efectivo) (Fig. 1.19 c).

Para conocer el grado de movilidad del mecanismo equivalente tenemos $n = 5, pV = 7$

$$W = 3n - 2pV = 3.5 - 2.7 = 1,$$

De manera que el mecanismo posee un grado de libertad y debe poseer un eslabón primario

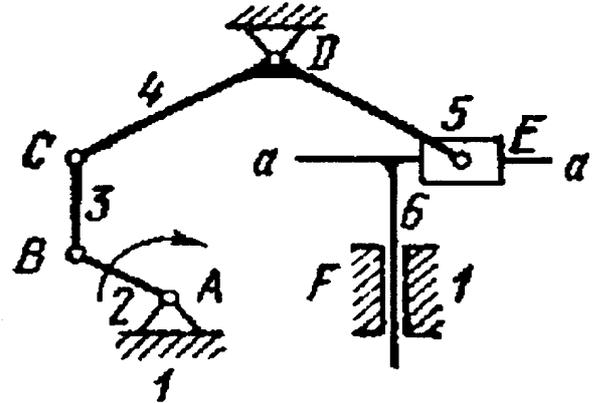


Fig. 1.19 c. Mecanismo equivalente.

Si tomamos como primario el eslabón 2, la cadena cinemática formada por los eslabones móviles 3, 4, 5 y 6 se parte en dos grupos de II clase : 1) El grupo de los eslabones 3 y 4 (pares giratorios 2,3 ; 3,4 y 4,1). 2) Grupo de los eslabones 5 y 6 (un par giratorio 4,5 y dos pares de deslizamiento 5,6 y 6,1). El primero de estos grupos es del primer tipo y el segundo es del quinto tipo.

Si se toma como primario el eslabón 6, la cadena cinemática formada por los eslabones 5, 4, 3 y 2 se parte en dos grupos de II clase. El grupo formado por los eslabones 3 y 2 es del primer tipo y el grupo de los eslabones 4 y 5 es del segundo tipo.

Para cuando se toma el eslabón 4 como primario, de nuevo encontramos dos grupos de II clase : el primero del primer tipo (eslabones 2 y 3) y el segundo del quinto tipo (eslabones 5 y 6).

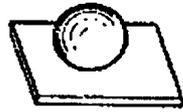
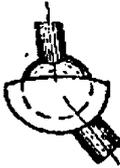
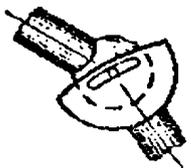
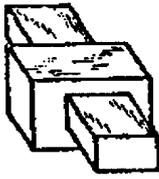
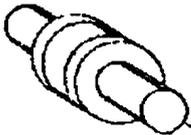
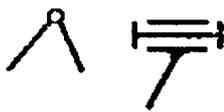
Es decir, para este mecanismo, cualquiera que sea el eslabón primario, el mecanismo debe clasificarse como de II clase.

ANEXO 2

Nomenclatura de los pares cinemáticos.

Todos los pares cinemáticos se dividen en *clases* de acuerdo al número de condiciones de enlace, impuestas por ellas, al movimiento relativo de sus eslabones. Ya que el número de condiciones de enlace puede ser del a 5, entonces correspondientemente tenemos pares cinemáticos de I, II, III, IV y V clases.

TABLA 1. Representación esquemática de los pares cinemáticos según ISO 3952/1-1981

Clase del par	Condiciones de enlace	Grados de libertad	Nombre	Dibujo	Representación esquemática
I	1	5	Esfera - plano		
II	2	4	Esfera - cilindro		
III	3	3	Esférica o rótula		
III	3	3	Plana		
IV	4	2	Cilíndrica		
IV	4	2	Rótula con pasador		
V	5	1	Deslizador		
V	5	1	Giratoria		
V	5	1	Helicoidal	