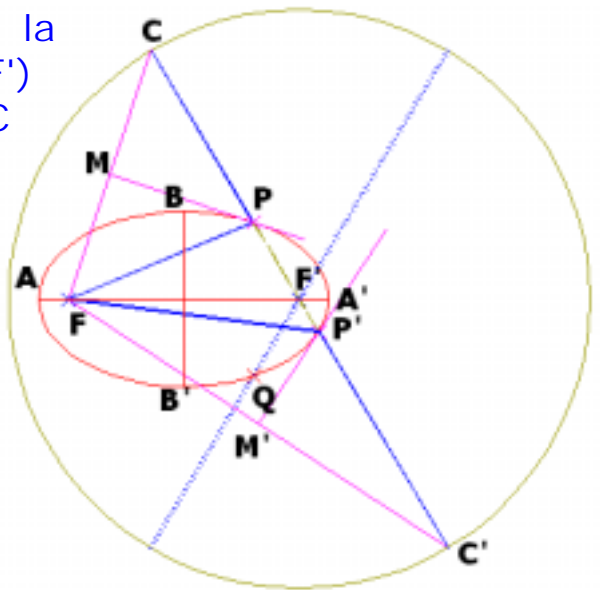


ELIPSE

Por definición, cualquier punto P de la elipse equidistará de la circunferencia (F') y del foco (F). Luego $FP=CP$ y el ΔFPC será isósceles ($FP=CP$) con FC como base. El punto P deberá pertenecer a la altura (\perp a FC en su punto medio, M) y deberá pertenecer al radio R (F'C), luego estará en la intersección de ambas líneas. (Por igual razonamiento se obtiene P', sobre el mismo diámetro CC').



$$FP=CP$$

$$F'C=F'P+CP=R$$

Luego

$$FP+F'P=R \text{ (Constante)}$$

Por lo que se puede enunciar que:

La elipse es el lugar geométrico de los puntos de un plano, cuya suma de distancias a otros dos fijos, llamados focos, es constante.

La suma constante de las distancias a los focos, es igual al radio de la circunferencia llamada DIRECTRIZ.

Los segmentos entre los focos y un punto cualquiera (FP y F'P) son los RADIOS VECTORES del punto en cuestión.

Las alturas de los triángulos isósceles utilizados para la localización de los puntos P y P' intersectan, en cada caso, a los radios F'C y F'C' en un único punto. Este punto (P y P') pertenece a la elipse y a la altura; cada altura por sólo tener un punto en común con la elipse, necesariamente será tangente a ella y precisamente en ese punto.

Por ser la directriz una circunferencia, la elipse originada será necesariamente simétrica ya que al ir girando el diámetro CC' para obtener los puntos (P y P'), siempre existirá un punto (Q) con iguales distancias, pero del lado opuesto al eje de simetría de la directriz (Diámetro que pasa por FF')

DISTANCIA FOCAL (2c)

Es la distancia entre los focos (FF')

CUERDA

Cualquier segmento que una dos puntos de la elipse

DIÁMETRO

Cualquier cuerda que pase por el centro (O)

DIÁMETROS CONJUGADOS

Dos diámetros son conjugados cuando cada uno pasa por los puntos medios de las cuerdas paralelas al otro.

EJE MAYOR (2a)

Es el diámetro que pasa por los focos. Une los puntos extremos de la elipse en su sentido más largo.

EJE MENOR (2b)

Es el diámetro perpendicular al eje mayor. Une los puntos extremos de la elipse en su sentido más corto. (Los focos distan de cada extremo del eje menor una distancia igual al semieje mayor).

Los ejes mayor y menor son diámetros conjugados.

PARÁMETRO

Se define como la longitud de la semicuerda focal perpendicular al eje mayor.

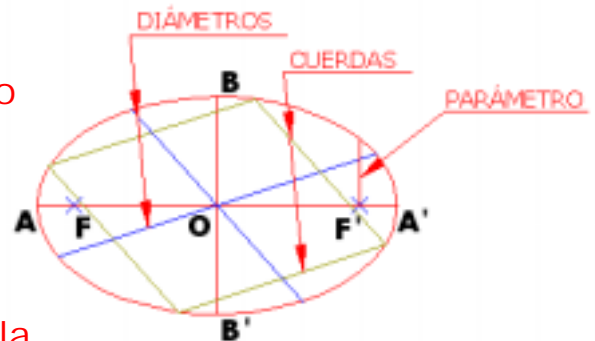
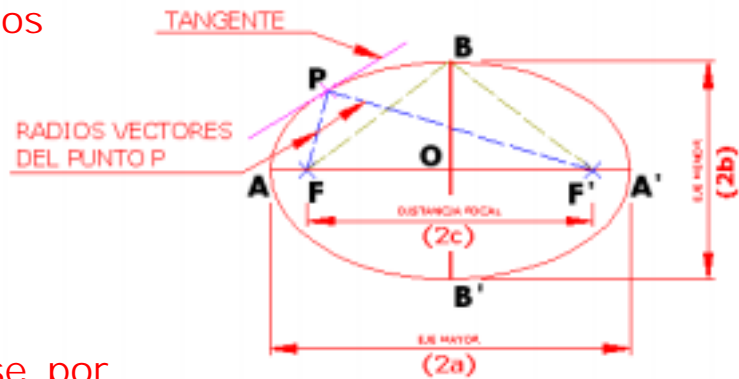
EXCENTRICIDAD

Se define como la razón existente entre la distancia focal y el eje mayor (c/a). A menor excentricidad, menor diferencia entre los ejes mayor y menor. Cuando es nula, los focos coinciden con el centro y la elipse es una circunferencia.

ECUACIÓN DE LA ELIPSE

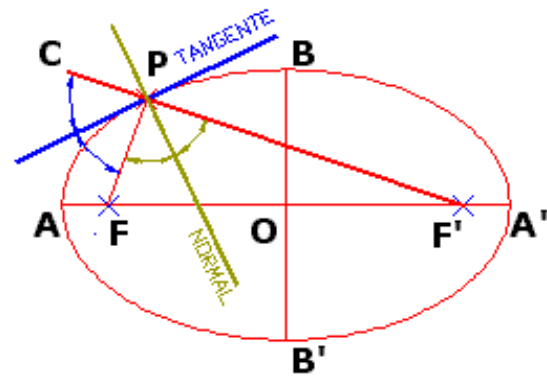
Referida a su centro como eje de coordenadas la elipse tiene la siguiente ecuación:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$$



TANGENTES A LA ELIPSE

La tangente a una elipse, en un punto de ella, es la bisectriz del ángulo formado por un radio vector al punto y la prolongación del otro.



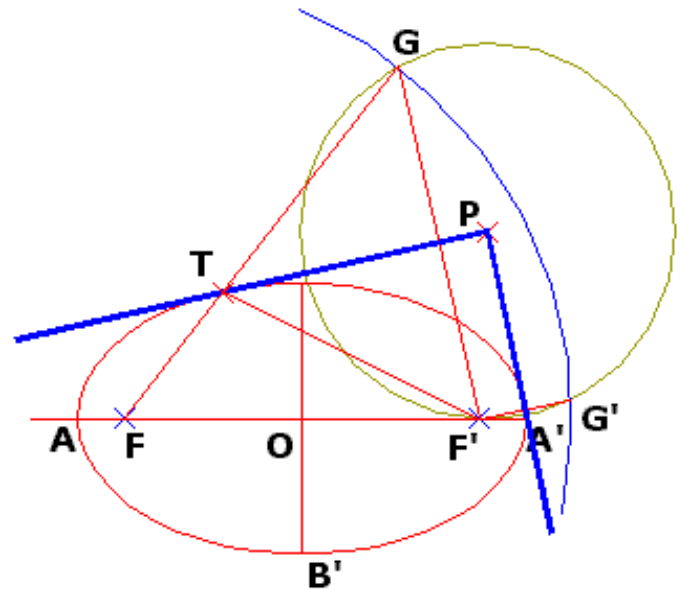
RECTA NORMAL

Es la perpendicular a la tangente en el punto de tangencia. Es la bisectriz del ángulo que forman los radios vectores del ese punto.

TANGENTE A LA ELIPSE QUE PASA POR UN PUNTO FUERA DE ELLA

Por definición de elipse, el punto G está situado en la generatriz (Circunferencia de radio $2a$ con centro en F).

La tangente PT es la mediatriz del segmento $F'G$ (Altura y base del $\triangle GTF'$ que es isósceles). Luego G y F' son simétricos respecto a la tangente PT y son equidistantes del punto P.



En consecuencia G estará situado en la intersección de los LG, directriz de la elipse y circunferencia de radio PF' y centro en P.

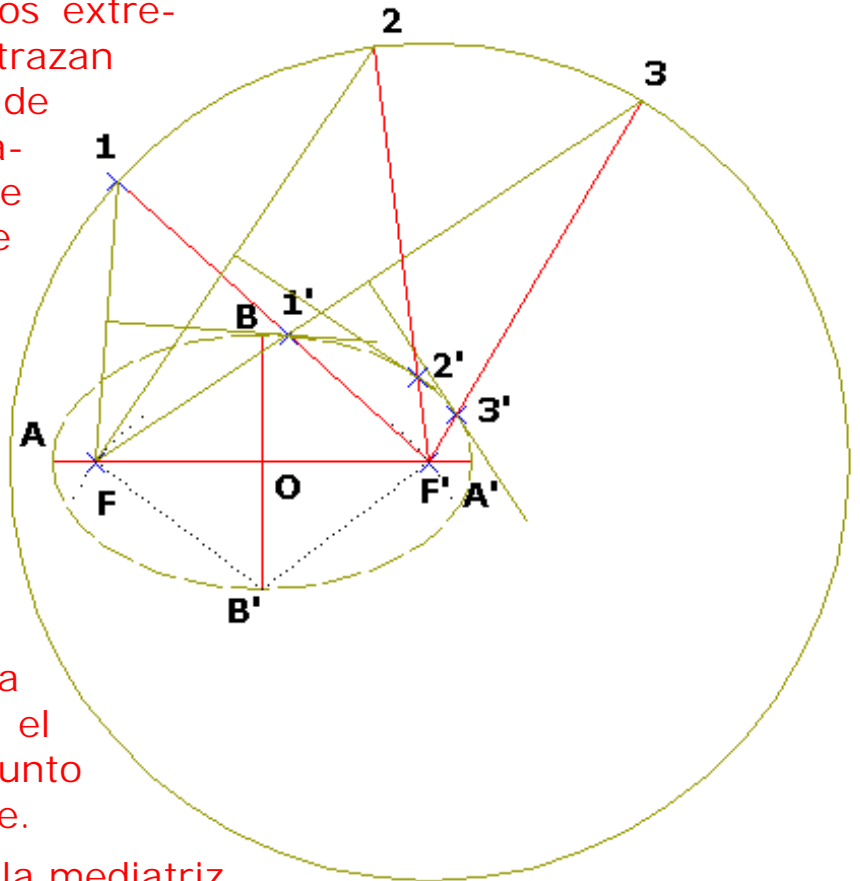
Determinado G, se traza la mediatriz de GF' que es la tangente buscada.

Por razonamiento similar se obtiene la otra tangente a la elipse que pasa por el punto P.

TRAZADO DE LA ELIPSE

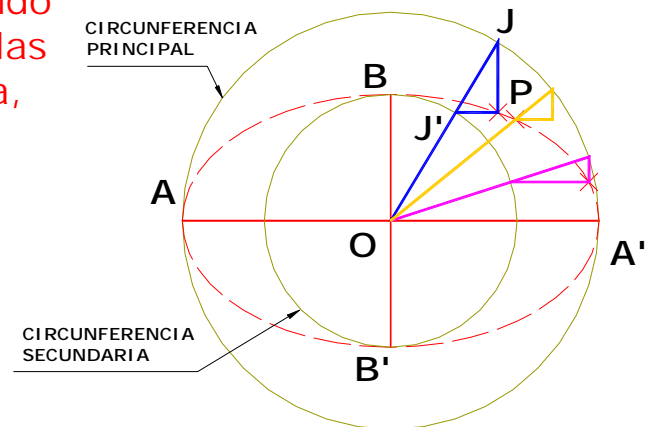
Conocidos los ejes mayor ($2a$) y menor ($2b$), basándonos en la definición de la elipse y en sus propiedades, se podrá trazar la elipse con el siguiente procedimiento:

- 1) Se trazan los dos semiejes, perpendiculares entre sí en el punto medio de cada uno.
- 2) Con centro en uno de los extremos del eje menor se trazan arcos de circunferencia de radio igual al semieje mayor (a). Los puntos de intersección sobre el eje mayor definirán los focos (F y F')
- 3) Con centro en uno de los focos (F') y radio $2a$ se traza la circunferencia generatriz de la elipse.
- 4) Se traza un radio a un punto cualquiera (1) de la generatriz, y se traza el segmento que une ese punto con el foco (F) de la elipse.
- 5) El punto de corte ($1'$) de la mediatriz del segmento ($1F$) con el radio ($F'1$) es un punto de la elipse.
- 6) Se determinan tantos puntos como sean necesarios, que unidos con un trazo continuo definirán la elipse buscada.



OTRO PROCEDIMIENTO

En los triángulos rectángulos JPJ' que se forman con la hipotenusa coincidiendo con el segmento de los radios de las circunferencias principal y secundaria, comprendido entre ambas, y tiene como catetos rectas paralelas a los ejes de la elipse, los vértices rectos (P) son puntos de la elipse. Estos puntos están hacia el lado del eje mayor respecto a los radios considerados.



MÉTODO DE LA TIRA DE PAPEL O

"MÉTODO DEL PAPELITO"

El Lugar Geométrico de un punto (P) de una recta que se mueve de forma que otros dos de sus puntos (M; N), describen sendas rectas perpendiculares entre sí, es una elipse cuyos ejes coinciden con la dirección de dichas rectas y miden el doble que los segmentos limitados entre ambos puntos sobre las rectas (M; N) y el punto problema (P).

En un borde recto de una tira de papel, se dibujan dos segmentos equivalentes a las distancias a y b (semiejes) de la elipse que se quiere trazar. No importa si se dibujan uno a continuación del otro (Ejemplo verde) o ambos desde un mismo punto. (Ejemplo amarillo)

Manteniendo el extremo libre del segmento equivalente al semieje menor sobre la dirección del Eje Mayor, y el extremo libre del segmento equivalente al semieje mayor en la dirección del Eje Menor, se desplaza la tira de papel marcando, en cada caso, la posición del punto P, éstos unidos definirán la elipse.

El ejemplo representado en verde, da mejores resultados cuando los ejes son similares en tamaño. (Excentricidad pequeña)

