

TEOREMAS DE EUCLIDES

- 1) En un triángulo rectángulo, un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.
- 2) En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa es media proporcional de los dos segmentos en que ésta queda dividida.

Hipótesis

$\triangle ABC$ es rectángulo en A

AD es la altura correspondiente a la hipotenusa

Tesis

1) $BC/AC=AC/CD$; $BC/AB=AB/BD$

2) $CD/AD=AD/DB$

Demostración

1) En los $\triangle ABC$ y $\triangle ADC$

$\angle ABD = \angle DAC$ Agudos de lados \perp

$\angle ADB = \angle ADC$ Ambos son rectos

luego, como la suma de los ángulos internos de ambos triángulos es igual

$\angle BAD = \angle ACD$, o sea ambos triángulos tienen sus tres ángulos iguales por lo que

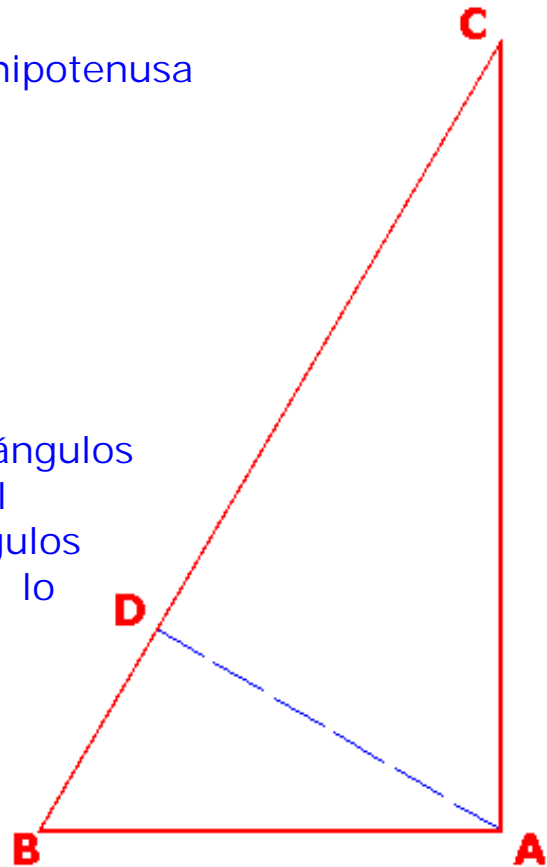
$\triangle ABC \sim \triangle ADC$ luego

$BC/AC=AC/CD$

Por razonamiento similar

$\triangle ABC \sim \triangle ABD$ luego

$BC/AB=AB/BD$



2) Por los razonamientos anteriores

$\triangle ABC \sim \triangle ADC$ y $\triangle ABC \sim \triangle ABD$ luego $\triangle ADC \sim \triangle ABD$; entonces

$CD/AD=AD/DB$

l.q.q.d