

FIGURAS PLANAS

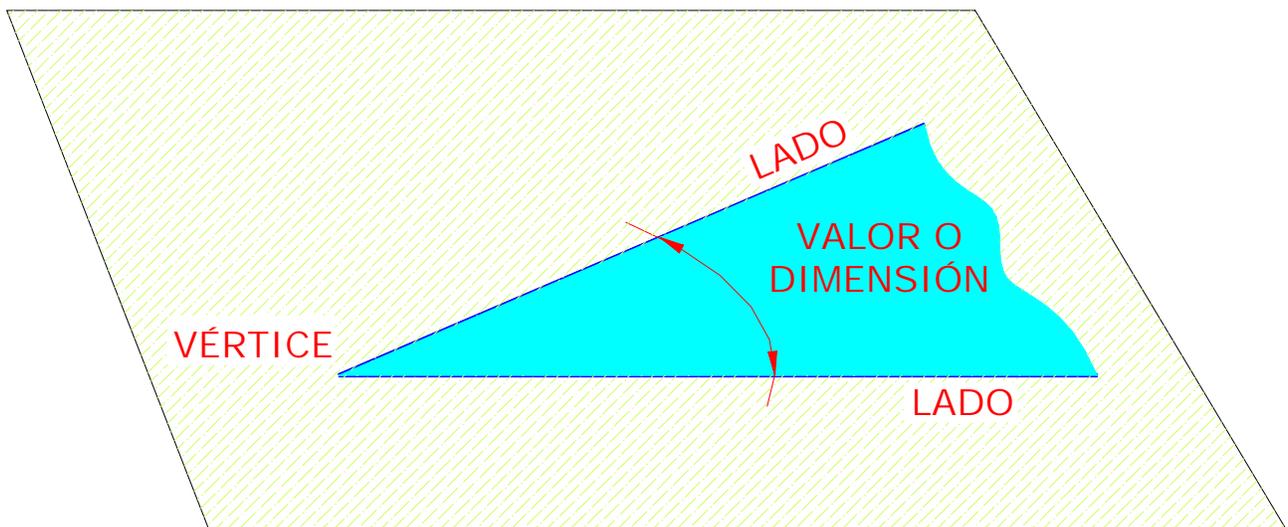
Se llaman así a todas las figuras geométricas cuyos puntos (TODOS) están contenidos en un plano

ÁNGULOS
POLÍGONOS
CÓNICAS

ÁNGULOS

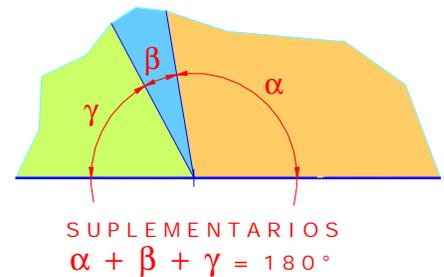
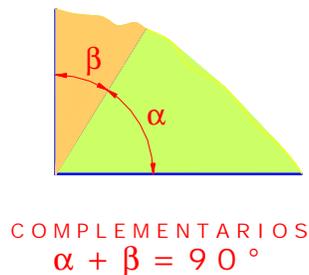
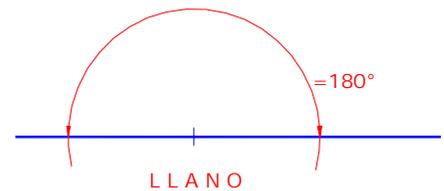
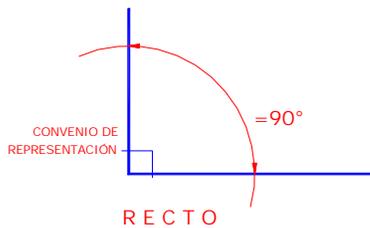
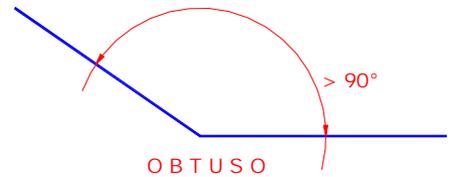
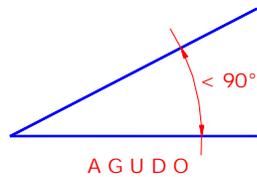
Es la porción de un plano contenido entre dos semirrectas que tienen su origen en común. *Se designan con una letra griega o tres letras con el vértice en medio y arriba un símbolo que indica un ángulo (a ; b ; \hat{AOM} ; $\angle ABC$; etc)*

- LADOS: Son las semirrectas
- VÉRTICE: Es el punto común de los lados
- VALOR O DIMENSIÓN: Es la abertura de los lados. *Normalmente se expresa en GRADOS o en RADIANES*



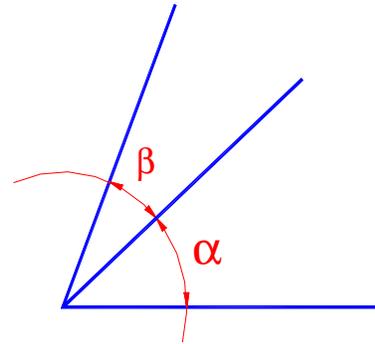
Según su **DIMENSIÓN** los ángulos pueden ser:

- **AGUDOS** : Cuando su valor es menor de 90°
 - **OBTUSOS**: Cuando su valor es mayor de 90°
 - **RECTOS** : Cuando su valor es igual a 90° ($p/2$)
 - **LLANOS** : Cuando su valor es igual a 180° (p)
-
- **COMPLEMENTARIOS**: Son dos o más ángulos que suman 90° ($p/2$)
 - **SUPLEMENTARIOS** : Son dos o más ángulos que suman 180° (p)

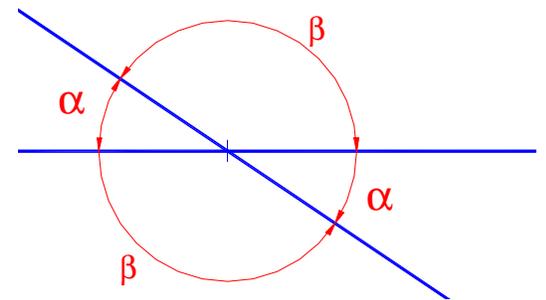


Según su *POSICIÓN RELATIVA* los ángulos pueden ser:

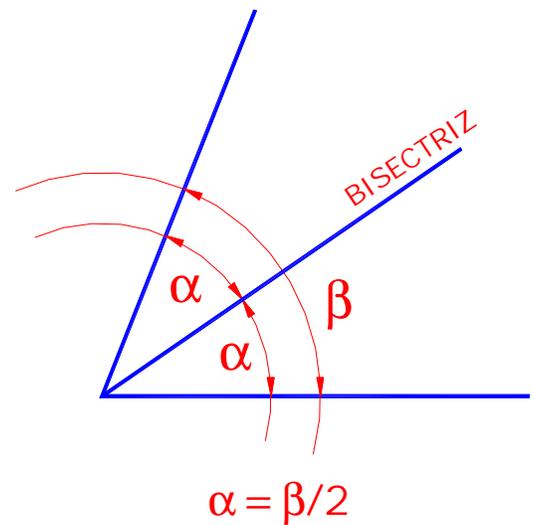
ADYACENTES : Cuando tienen un lado y el vértice común



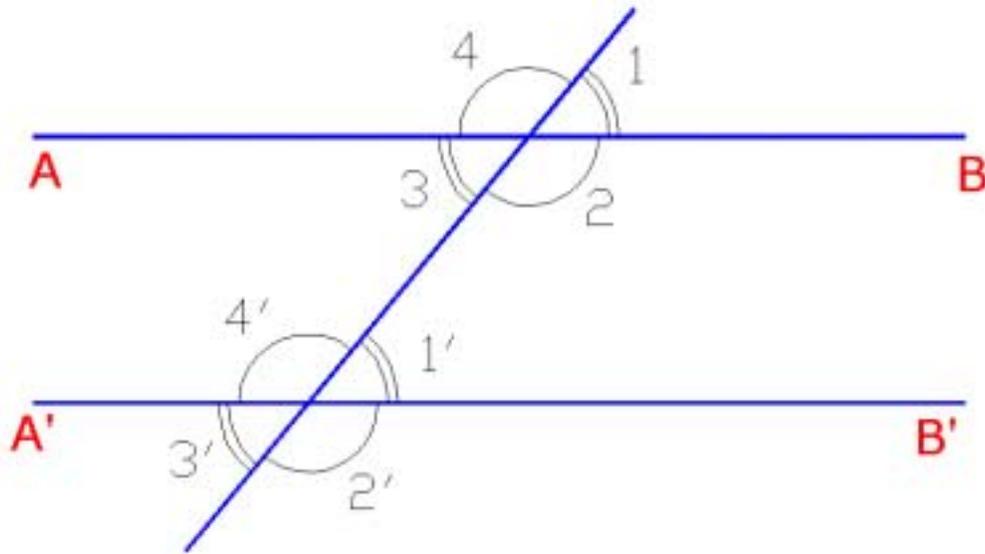
OPUESTOS POR EL VÉRTICE: Cuando tienen el vértice común y los lados de uno de ellos son la prolongación de los lados del otro. *Necesariamente son IGUALES*



BISECTRIZ: Es la línea que partiendo del vértice divide al ángulo en dos partes iguales



Siendo $AB \parallel A'B'$ una secante define en el conjunto los siguientes ángulos:



ALTERNOS EXTERNOS: Situados en lados alternos de la secante en el exterior de las paralelas (1-3; 4-2'). SON IGUALES

ALTERNOS INTERNOS: Situados en lados alternos de la secante en el interior de las paralelas (2-4'; 3-1'). SON IGUALES

CORRESPONDIENTES: Situados del mismo lado de la secante en lados alternos de las paralelas (1-1'; 2-2'; 3-3'; 4-4'). SON IGUALES

CONJUGADOS EXTERNOS: Situados del mismo lado de la secante en el exterior de las paralelas (1-2'; 4-3'). SON SUPLEMENTARIOS

CONJUGADOS INTERNOS: Situados del mismo lado de la secante en el interior de las paralelas (2-1'; 3-4'). SON SUPLEMENTARIOS

DOS ÁNGULOS CUYOS LADOS SEAN PARALELOS SON IGUALES O SON SUPLEMENTARIOS

Hipótesis

$AB \parallel NR$

$BC \parallel TM$

Se determinan en el punto de corte P todos los ángulos posibles, con lados paralelos al $\angle ABC$

Tesis

$\angle ABC = \angle NPM = \angle TPR$

$\angle ABC + \angle RPM = \angle ABC + \angle TPN = 180^\circ$

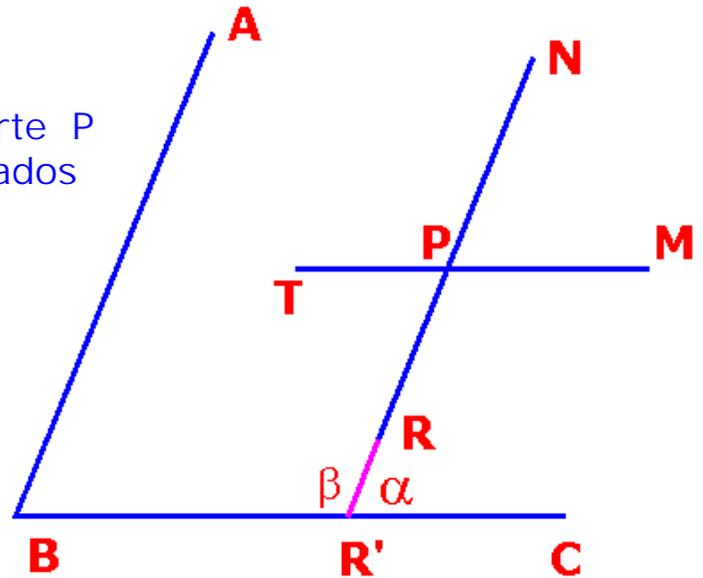
Demostración

$\angle NPM = \angle TPR$ (opuestos por el vértice)

$\angle RPM = \angle TPN$ (opuestos por el vértice)

$\alpha = \angle NPM$ (correspondientes de las paralelas BC y TM cortadas por la recta NR)

$\angle ABC = \alpha$ (correspondientes de las paralelas AB y NR' cortadas por la recta BC)



luego $\angle ABC = \angle NPM = \angle TPR$

$\alpha + \angle RPM = 180^\circ$ (conjugados internos de las paralelas BC y TM cortadas por la recta NR)

luego $\angle ABC + \angle RPM = \angle ABC + \angle TPN = 180^\circ$

l.q.q.d.

DOS ÁNGULOS CUYOS LADOS SEAN PERPENDICULARES SON IGUALES O SON SUPLEMENTARIOS

Hipótesis

$RM \perp AB$

$NT \perp BC$

Se determinan en el punto de corte P todos los ángulos posibles, con lados perpendiculares al $\angle ABC$

Tesis

$\angle ABC = \angle MPN = \angle TPR$

$\angle ABC + \angle MPT = \angle ABC + \angle NPR = 180^\circ$

Demostración

$\angle NPM = \angle TPR$ (opuestos por el vértice)

$\angle MPT = \angle NPR$ (opuestos por el vértice)

Sean $M'B \parallel MR$ y $N'B \parallel NT$

$\beta = \angle NPM$ (correspondientes de las paralelas $N'B$ y TN cortadas por la recta $A''R$)

$\angle M'BN' = \beta$ (correspondientes de las paralelas $M'B$ y $A''R$ cortadas por la recta $N'B$)

Luego $\angle M'BN' = \angle NPM = \angle TPR$ (1)

$M'B \perp BA \rightarrow \angle M'BN' + \alpha = 90^\circ$ (2)

$N'B \perp BC \rightarrow \angle ABC + \alpha = 90^\circ$ (3)

Igualando (2) y (3) $\angle M'BN' + \alpha = \angle ABC + \alpha \rightarrow \angle M'BN' = \angle ABC$

sustituyendo (1) **$\angle ABC = \angle NPM = \angle TPR$**

$\angle NPR + \beta = 180^\circ$ (conjugados de las paralelas $N'B$ y NT cortadas por la recta $A''R$)

pero $\beta = \angle NPM = \angle ABC$ y $\angle NPR = \angle MPT$

entonces **$\angle ABC + \angle MPT = \angle ABC + \angle NPR = 180^\circ$**

l.q.q.d

