

數學模擬卷一

甲(1) 部 (33 分)

本部各題全答。

本部每題開始作答時，無須另用新頁。

1. 若 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ，求 $f(2x-1)$ 。

(2 分)

2. (a) 化簡 $\sqrt{216} - \sqrt{6}$ 。

(b) 把 $\frac{6}{\sqrt{3}}$ 的分母有理化。

(3 分)

3. 已知一組數 $a-1$ ， a ， $a+3$ ， $a+5$ ， $2a$ 。

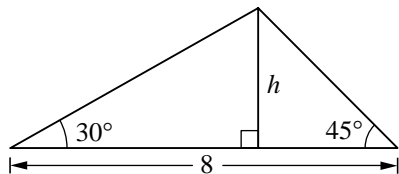
(a) 若該組數的平均值為 7.4，求 a 。

(b) 求該組數的中位數。

(3 分)

4.

圖 1



求圖 1 中的 h 。

(3 分)

5. 當 A 增加 $x\%$ ，它變為 100。當 A 減少 $x\%$ ，它變為 60。求 A 及 x 。

(4 分)

6. 設 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ 。

(a) 計算 $f(1)$ 。

(b) 由此分解因式 $f(x)$ 。

(4 分)

7. (a) 求直線 $L: 3x - 2y - 7 = 0$ 的斜率及 y 截距。

(b) 若直線 L' 的斜率為 L 的斜率的兩倍，且其 y 截距為 L 的 y 截距的一半，求其方程。

(4 分)

8. 若 $(x+3)(x-1) < 2(x-3)(x-1)$ ，求 x 值的範圍。

又若 $\frac{3x}{2} + 1 < 4$ ，求 x 值的範圍。

(5 分)

9. 若 $\begin{cases} \frac{a}{c} + \frac{2b}{c} = 6 \\ \frac{2a}{c} - \frac{3b}{c} = 5 \end{cases}$ ，求 $a:c$ 及 $b:c$ 。

由此求 $a:b$ 。

(5 分)

甲(2)部 (33分)

本部各題全答。

10.

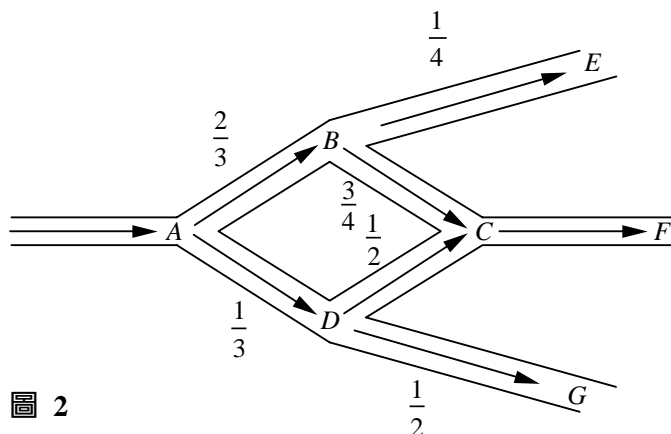


圖 2 顯示一個從 A 至 E 、 F 、 G 的單程道路系統。調查顯示離開 A 的車輛有 $\frac{2}{3}$ 經 B ；離開 B 的車輛有 $\frac{1}{4}$ 抵達 E ， $\frac{3}{4}$ 經 C 抵達 F 。調查又顯示離開 A 的車輛有 $\frac{1}{3}$ 經 D ；離開 D 的車輛有 $\frac{1}{2}$ 抵達 G ， $\frac{1}{2}$ 經 C 抵達 F 。

(a) 求一輛離開 A 的汽車

(i) 抵達 E 的概率，

(ii) 抵達 F 的概率。

(4 分)

(b) 求兩輛離開 A 的汽車

(i) 一同抵達 F 的概率，

(ii) 僅有一輛 G 的概率。

(4 分)

11.

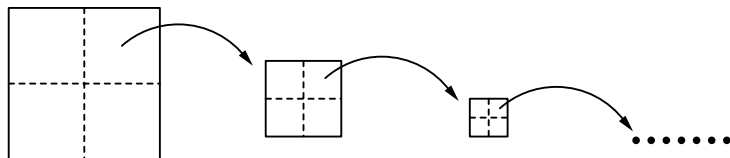


圖 3

已知一 2×2 的正方形。把它分割成四等份，並把其中一份拿走。把拿走的部份分割成，並把其中一份拿走。依同法連續把拿走的部份分割下去，如圖 3 所示。

(a) 求

(i) 第一次分割，

(ii) 第二次分割，

(iii) 第 n 次分割

時所拿走的部份的面積。

(5 分)

(b) 若依同法連續把拿走的部份分割下去，求所拿走的部份的總面積。

(3 分)

12.

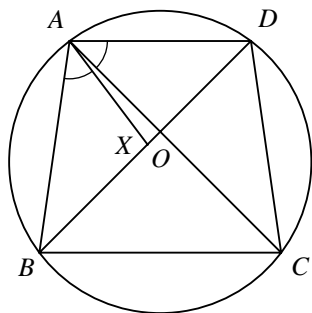


圖 4

在圖 4 中， $ABCD$ 為一圓內接四邊形。 X 為 BD 上一點，使 $\angle BAX = \angle DAC$ 。

(a) 證明 $\triangle ABX \sim \triangle ACD$ 。

(3 分)

(b) 證明 $\triangle ABC \sim \triangle AXD$ 。

(3 分)

(c) 若 $AB=3$ ， $AC=4$ 及 $AD=2$ ，求 AX 。

(2 分)

13. (a)

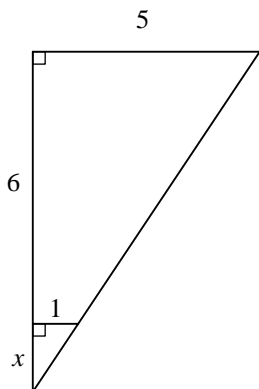


圖 5a

求圖 5a 中的 x 。

(2 分)

(b)

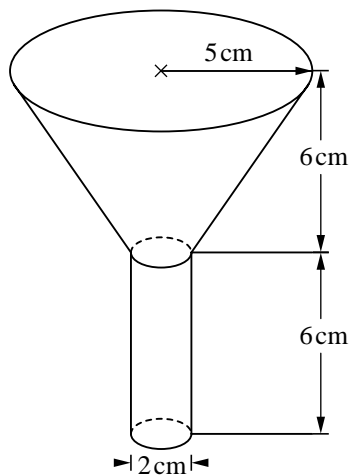


圖 5b

圖 5b 表示由一平截頭體及一圓柱體組成的容器。利用 (a) 的結果，以 π 表該容器的容積。

(5 分)

(c) 若該容器載有 $4\pi \text{ cm}^3$ 的水，求容器內水的深度。

(5 分)

乙部 (33 分)

本部選答三題。

每題 11 分。

14.

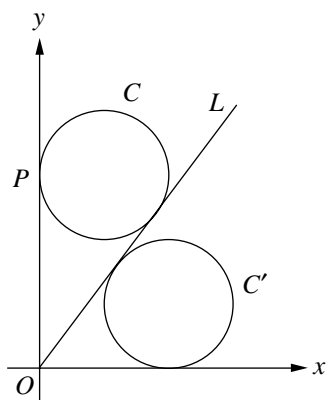


圖 6

圖 6 表示直線 $L: y = mx$ 及兩個等圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 6y + k = 0$ 及 C' 。 L 為兩圓的公切線， C 與 y 軸相切於 P 及 C' 切於 x 軸。

(a) 求 P 的坐標及 k 的值。

(2 分)

(b) 利用 L 為 C 的切線的事實，求 m 的值。

(4 分)

(c) 設 C' 的圓心的坐標為 (p, q) 。

(i) 通過求 C' 的半徑，求 q 的值。

(ii) 利用 L 為 C' 的切線的事實，求 p 的值。

(5 分)

15. 按 $(x^2-1):(x^3+2)$ 的比把 \$10\,000 分給 A 、 B 二人。 A 分得 \$4\,000。

(a) 証明 $\frac{x^2-1}{x^3+2} = \frac{2}{3}$ 。(*) (2 分)

(b) 設 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7$ 。

(i) 証明 -2 及 2 之間包含 $f(x) = 0$ 的一個根。

(ii) 利用分半法求此根，準確至 2 位小數。

(7 分)

(c) 利用 (b)(ii) 的結果，求 (*) 的一個根，準確至 2 位小數。

(2 分)

16.

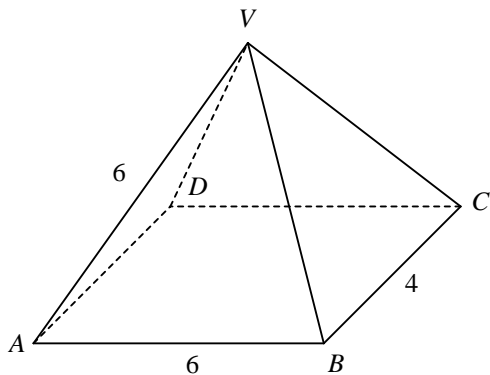


圖 7

圖 7 表示一底為長方形的直立角錐體 $VABCD$ ，其中 $VA = 6$ ， $AB = 6$ 及 $BC = 4$ 。

(a) 求該角錐體的高。

(2 分)

(b) 求 $\triangle VAB$ 及 $\triangle VBC$ 的面積。由此求其總表面面積。

(5 分)

(c) 求

(i) 直線 VB 與平面 $ABCD$ 間的角，

(ii) 平面 VAB 與平面 VCD 間的角。

(4 分)

17. (a) 在第 13 頁的方格紙上，繪畫直線 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \\ x + y = 25 \end{cases}$ 。

(3 分)

(b) 某工廠生產玩具。每天需要 A 型及 B 型螺絲共 500 顆，其中 100 顆要是 A 型，200 顆要是 B 型及餘下來的可以是 A 型或 B 型。每個盒裝有 20 顆螺絲。每盒 A 型螺絲售 \$12，每盒 B 型螺絲售 \$16。假設該工廠用了 x 盒 A 型螺絲及 y 盒 B 型螺絲。

(i) 寫出上述對 x 及 y 的所有約束條件。

(ii) 在第 13 頁的方格紙上，繪出滿足 (i) 部所有約束條件的區域，並塗上陰影。

(iii) 利用 (ii) 部的圖形，求 x 及 y 的值，使螺絲的總成本為最低，並求此最低成本。

(8 分)

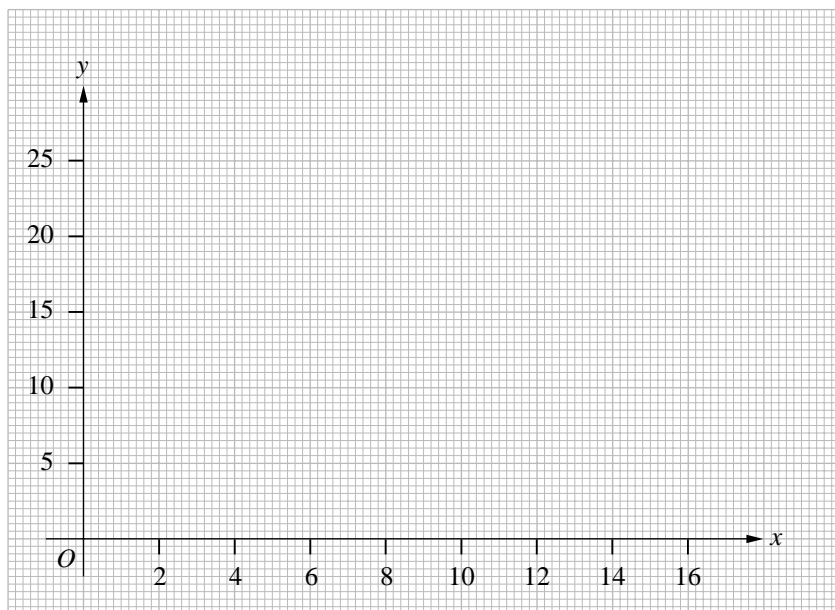
考 生 編 號

試 場 編 號

座 位 編 號

本 頁 積 分

- 17.(續) 考生若選答此題，須填寫上列三空格，並將本頁與答題簿縛緊，一併交回。



— 試卷完 —

數學模擬卷二

本試卷共設五十四題。本試卷所繪圖形不一定依比例繪畫。

甲部

1. 若 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = c$ ，則 $b =$

A. $\frac{a}{c-1}$

B. $\frac{ac-1}{a}$

C. $\frac{a}{ac-1}$

D. $\frac{a}{1-ac}$

E. $\frac{1}{1-ac}$

2. 分解因式 $(p+q)^2 - 2pq - 2q^2$ 。

A. $(p-q)^2$

B. $(p+q)(p-q)$

C. $(p+q)(p-2q)$

D. $(p+q)^2(p-q)$

E. $(p+q)(p-q)^2$

3. $(3^4)^m(3^n)^2 =$

A. 3^{4m+2n}

B. $3^{4m} + 3^{2n}$

C. 3^{8mn}

D. $3^{4^m \cdot n^2}$

E. $3^{4^m + n^2}$

4. 若 $f(x) = 3x - 2$ ，則 $f(f(2)) =$
- A. 2
 - B. 4
 - C. 6
 - D. 8
 - E. 10
5. 若 $f(x)$ 是一個多項式及 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ ，則 $f(x)$ 的一個因式是
- A. $x - 2$
 - B. $x + 2$
 - C. $2x - 1$
 - D. $2x + 1$
 - E. $1 - 2x$
6. 本金 \$10 000，期間 3 個月，獲單利息 \$100。求年利率。
- A. 1%
 - B. 3%
 - C. 4%
 - D. 6%
 - E. 12%
7. 若 A 比 B 大 30%， B 比 C 少 10%，則
- A. C 比 A 少 17%
 - B. C 比 A 少 15%
 - C. C 比 A 大 20%
 - D. C 比 A 大 17%
 - E. C 比 A 大 15%

8. A 、 B 、 C 分別可在 6 天、4 天及 3 天內單獨完成某件工作。若他們一同工作，需要多少天才能完成該件工作？

A. 1 天
B. $\frac{4}{3}$ 天
C. 2 天
D. 3 天
E. 13 天

9. 若 $(a+b):(a-b)=5:3$ ，則 $(a^2+b^2):(a^2-b^2)=$

A. 1:4
B. 4:1
C. 15:17
D. 17:8
E. 17:15

10. 解 $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 8 \\ \frac{4^x}{4^y} = 16 \end{cases}$ 。

A. $x=3$ ， $y=2$
B. $x=2.5$ ， $y=2.5$
C. $x=2.5$ ， $y=0.5$
D. $x=2.5$ ， $y=-0.5$
E. $x=0.5$ ， $y=2.5$

11. 解不等式 $(x+3)(2x-5) < (3x-1)(2x-5)$ 。

A. $x < 2$ 或 $x > \frac{5}{2}$

B. $x < \frac{5}{2}$ 或 $x > 4$

C. $x < 1$ 或 $x > \frac{5}{2}$

D. $2 < x < \frac{5}{2}$

E. $x > 2$

12. 若 $x - 2\sqrt{x} - 8 = 0$ ，則 $x =$

A. 4 或 16

B. -4 或 16

C. 4 或 -2

D. 16

E. 4

13. 圖中， $AB:BD=1:2$ 。求 $\frac{\text{平行四邊形 } BCED \text{ 的面積}}{\triangle CEF \text{ 的面積}}$ 。

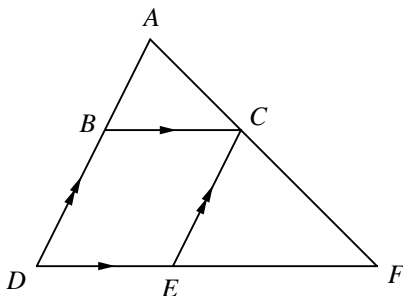
A. 1:1

B. 1:2

C. 1:3

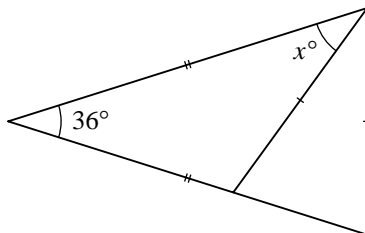
D. 2:1

E. 2:3



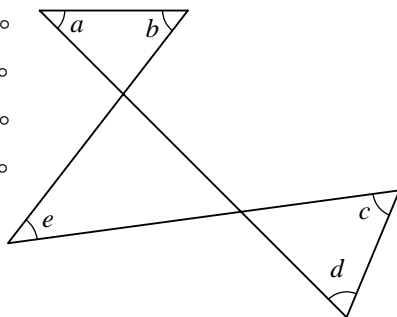
14. 圖中， $x =$

- A. 30
- B. 36
- C. 42
- D. 45
- E. 72



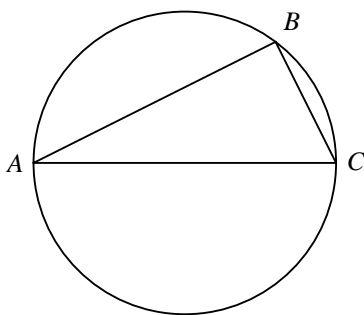
15. 依附圖所示，下列何者必為正確？

- A. $a + b + c + d + e = 540^\circ$
- B. $a + b + c + d + e = 360^\circ$
- C. $a + b + c + d + e = 180^\circ$
- D. $a + b + c + d - e = 360^\circ$
- E. $a + b + c + d - e = 180^\circ$



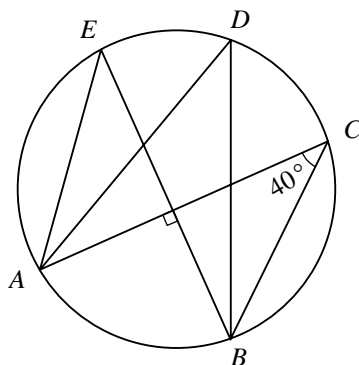
16. 圖中， AC 是圓的直徑。若圓的半徑是 5 及 $AB = 8$ ， $\triangle ABC$ 的面積是

- A. 12
- B. 18
- C. 24
- D. 36
- E. 48



17. 圖中， AD 平分 $\angle CAE$ 。求 $\angle DBC$ 。

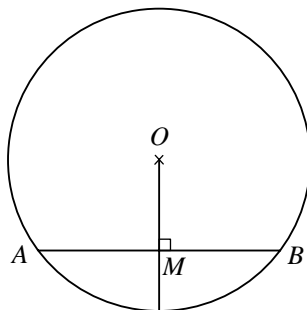
- A. 20°
- B. 25°
- C. 30°
- D. 40°
- E. 50°



18. 圖中， O 為圓心， $OM \perp AB$ 。下列何者為正確？

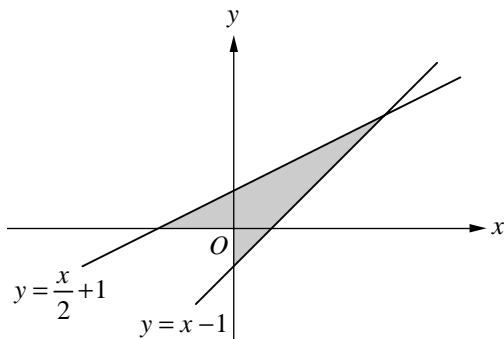
- I. $AM = MB$
- II. $\triangle OAM \cong \triangle OBM$
- III. $\angle OAM = \angle OBM$

- A. 只有 I
- B. 只有 III
- C. 只有 I 及 II
- D. 只有 II 及 III
- E. I、II 及 III



19. 圖中陰影部份的面積是

- A. $\frac{13}{2}$
- B. 6
- C. 5
- D. $\frac{9}{2}$
- E. 4



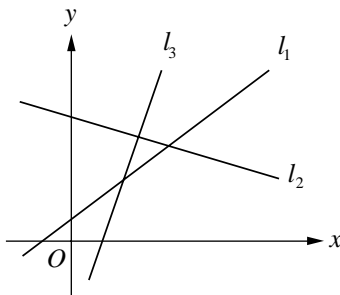
20. 通過 $(3, -2)$ 且垂直於 x 軸的直線的方程是

- A. $x = 3$
- B. $x = -3$
- C. $x = -2$
- D. $y = 3$
- E. $y = -2$

21. 依附圖所示，直線 l_1 、 l_2 及 l_3 的斜率分別為 m_1 、 m_2 及 m_3 。

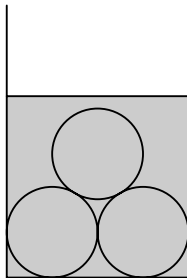
下列何者必為正確？

- A. $m_1 > m_3 > m_2$
- B. $m_2 > m_1 > m_3$
- C. $m_2 > m_3 > m_1$
- D. $m_3 > m_1 > m_2$
- E. $m_3 > m_2 > m_1$



22. 一個載了水的量筒的底半徑為 2 cm 。把三個半徑同為 1 cm 的滾珠放於筒內，如圖所示。問水位升高了多少？

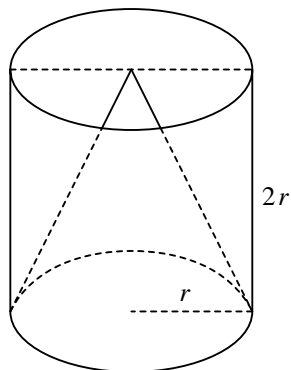
- A. $\frac{1}{2}\text{ cm}$
- B. 1 cm
- C. 2 cm
- D. $\pi\text{ cm}$
- E. $\frac{\pi}{3}\text{ cm}$



23. 把一個底半徑為 r ，高為 $2r$ 的圓錐體擺放於一底半徑為 r ，高為 $2r$ 的圓柱形容器內，如圖所示。

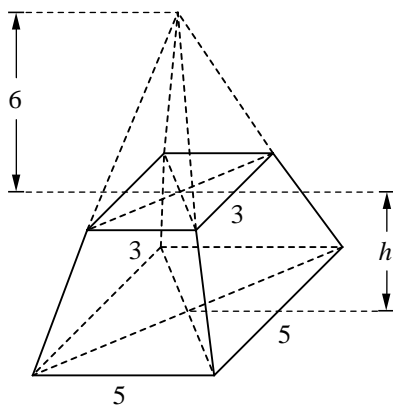
求 $\frac{\text{圓錐體的曲面面積}}{\text{圓柱體的曲面面積}}$ 。

- A. $\frac{3}{4}$
 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$
 E. $\frac{\sqrt{5}+2}{6}$



24. 附圖表示一高為 h 的平截頭體，其頂部是一邊長為 3 的正方形，底部是一邊長為 5 的正方形。求 h 。

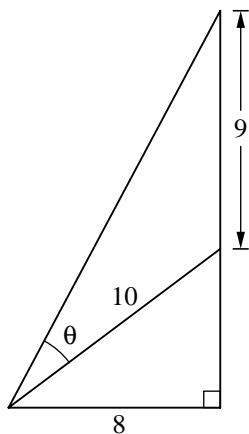
- A. 4
 B. 5
 C. 6
 D. 8
 E. 10



25. 若 x, y, z 成 A.P., 下列何者為正確?
- I. $2x+3, 2y+3, 2z+3$ 成 A.P.
 - II. x^2, y^2, z^2 成 A.P.
 - III. $10^x, 10^y, 10^z$ 成 A.P.
- A. 只有 I
 - B. 只有 III
 - C. 只有 I 及 II
 - D. 只有 II 及 III
 - E. 只有 I 及 III
26. 某三個數成 A.P.。若其和為 18 及其積為 192, 則大數為
- A. 12
 - B. 10
 - C. 8
 - D. 6
 - E. 4
27. 求無限項和 $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \frac{2}{3^6} + \dots$ 的值。
- A. $\frac{5}{6}$
 - B. $\frac{5}{9}$
 - C. $\frac{8}{9}$
 - D. $\frac{3}{8}$
 - E. $\frac{5}{8}$

28. 圖中， $\theta =$

- A. 23.7°
- B. 25.1°
- C. 31.0°
- D. 36.9°
- E. 42.0°

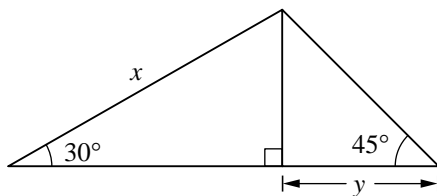


29. 若 $3\cos\theta = 2$ 及 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ，則 $\theta =$

- A. 33.69°
- B. 41.81°
- C. 48.19°
- D. 56.31°
- E. 66.67°

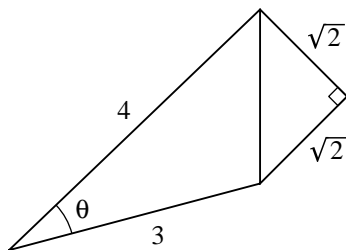
30. 依附圖所示，以 x 表 y 。

- A. $\frac{\sqrt{3}x}{2}$
- B. $\sqrt{2}x$
- C. $\frac{x}{\sqrt{2}}$
- D. $\frac{x}{2}$
- E. $2x$



31. 圖中， $\cos\theta =$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{1}{8}$
- D. $\frac{7}{16}$
- E. $\frac{7}{8}$

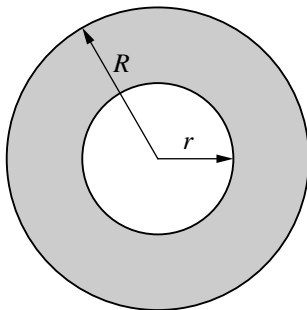


32. 若 $a > 0$ 及 $b < 0$ ，下列何者取負值？

- I. $a + b$
 - II. $a - b$
 - III. ab
- A. 只有 I
 - B. 只有 III
 - C. 只有 I 及 II
 - D. 只有 II 及 III
 - E. I、II 及 III

33. 附圖表示一個圓形鏢靶。其表面由兩個半徑分別為 R 及 r 的同心圓組成。現有一支鏢擲中鏢靶，求該支鏢落在陰影區域的概率。

- A. $\frac{r}{R}$
B. $\frac{r^2}{R^2}$
C. $\frac{r^2}{R^2 + r^2}$
D. $\left(\frac{R-r}{R}\right)^2$
E. $\frac{R^2 - r^2}{R^2}$



34. 投擲三枚硬幣。求只擲得一個正面的概率。

- A. $\frac{1}{8}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{3}{8}$
D. $\frac{5}{8}$
E. $\frac{7}{8}$

35. 美琪在英文科得 60 分，力行在數學科得 70 分。他們在同一班。下表顯示該班在這兩科的成績：

	平均分	標準差	滿分
英文	45	12	100
數學	50	10	100

下列何者並不正確？

- A. 美琪的英文標準分是 1.25。
 - B. 力行的數學標準分是 2。
 - C. 美琪的表現較力行好。
 - D. 整班的數學科成績較好。
 - E. 英文科的分數分佈得較廣。
36. n 個數的標準差為 s 。若每個數增加 2，則標準差變為
- A. s
 - B. $s + 2$
 - C. $s + \sqrt{2}$
 - D. $\sqrt{s + 2}$
 - E. $\sqrt{2}s$

乙部

37. 若 $\log 2 = p$ 及 $\log 3 = q$ ，則 $\log \sqrt{60} =$

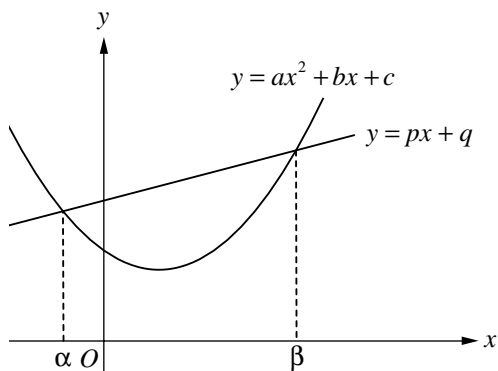
- A. $\sqrt{10pq}$
- B. $5pq$
- C. $\frac{1}{2}(p+q)$
- D. $\frac{1}{2}(p+q+1)$
- E. $\frac{1}{2}(p+q+10)$

38. 若 α 及 β 為方程 $x^2 - x - k = 0$ 的根，則 $(\alpha - \beta)^2 =$

- A. $1+4k$
- B. $1-4k$
- C. $1+2k$
- D. $1-2k$
- E. $4-k$

39. 附圖表示 $y = ax^2 + bx + c$ 及 $y = px + q$ 的圖像。對於 $x < \alpha$,

- A. $ax^2 + (b+p)x + (c+q) > 0$
- B. $ax^2 + (b+p)x + (c+q) < 0$
- C. $ax^2 + (b-p)x + (c-q) > 0$
- D. $ax^2 + (b-p)x + (c-q) \geq 0$
- E. $ax^2 + (b-p)x + (c-q) < 0$



40. 求 $x+y$ 、 x^2-y^2 及 x^2+y^2 的 L.C.M.。

- A. $x+y$
- B. x^2+y^2
- C. $(x+y)(x^2+y^2)$
- D. $(x-y)(x+y)$
- E. $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$

41. 若 $\begin{cases} p^2 + p + 1 = \frac{14}{x} \\ 2(p-1) = x \end{cases}$ ，則 $x =$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 5
- E. 7

42. $\frac{1}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \div \frac{ab}{a^2 + 2ab + b^2} =$

- A. $\frac{a^2 b^2}{b-a}$
- B. $\frac{a+b}{b-a}$
- C. $\frac{a+b}{a-b}$
- D. $\frac{ab(a+b)}{b-a}$
- E. $\frac{ab(a+b)}{a-b}$

43. 依附圖所示， $3x+2y+3$ 的最大值出現於下列哪個頂點？

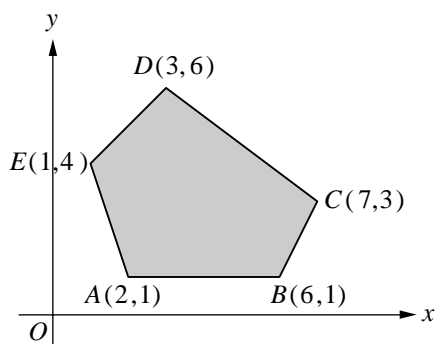
A. A

B. B

C. C

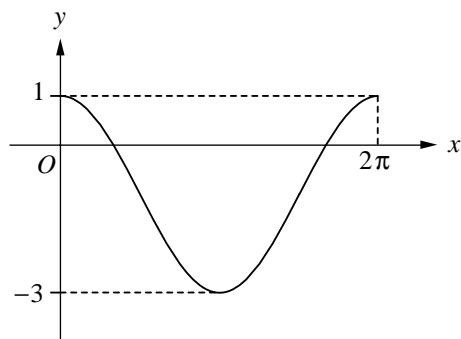
D. D

E. E

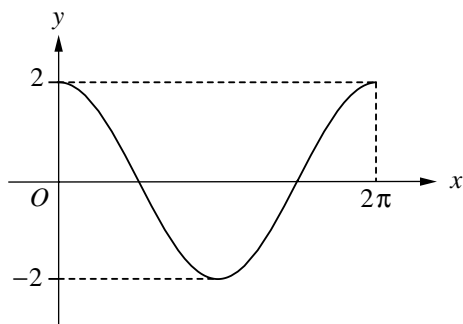


44. 下列各圖中，何者表示 $y=2\cos x-1$ 的圖像？

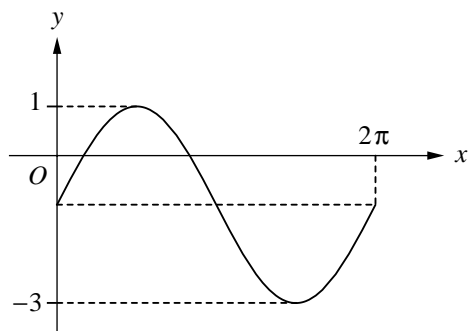
A.



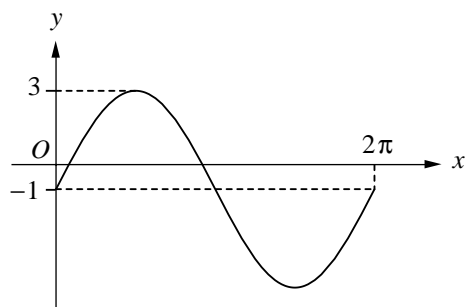
B.



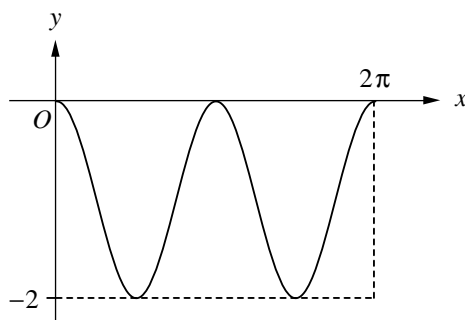
C.



D.



E.

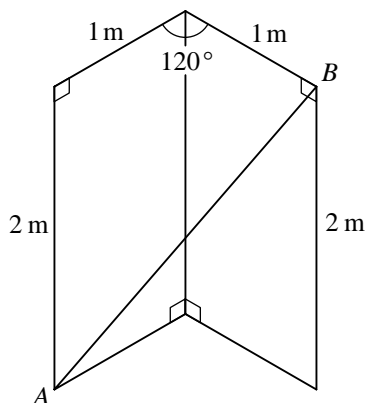


45. 求 $\frac{2}{3 - \cos 2\theta}$ 的最小值。

- A. $\frac{2}{5}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{2}{3}$
- D. 1
- E. 2

46. 附圖表示兩個平面。它們之間的角為 120° 。求 AB 的長度。

- A. $\sqrt{5}$ m
- B. $\sqrt{7}$ m
- C. 3 m
- D. $\sqrt{11}$ m
- E. $\sqrt{13}$ m



47. 方程 $x^3 + x + 1 = 0$ 的一個根在 -1 至 0 之間。利用分半法求此根，準確至一位小數。

- A. -0.4
- B. -0.5
- C. -0.6
- D. -0.7
- E. -0.8

48. $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} =$

- A. $-4\sqrt{2}$
- B. $4\sqrt{2}$
- C. 12
- D. -6
- E. 6

49. 下列何者關於圓 $x^2 + y^2 + 3x - 2y = 0$ 為正確？

I. 共圓心的坐標為 $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ 。

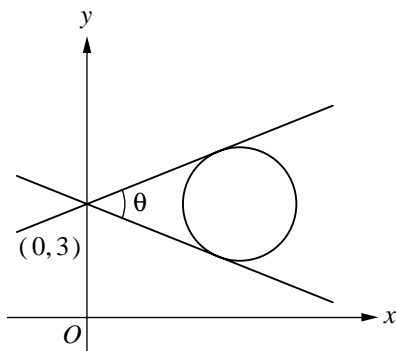
II. 其半徑為 $\frac{13}{4}$ 。

III. 它通過原點。

- A. 只有 I
- B. 只有 III
- C. 只有 I 及 II
- D. 只有 II 及 III
- E. I、II 及 III

50. 圖中，從 $(0,3)$ 畫兩條切線至圓 $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$ 。求 θ 。

- A. 21.8°
- B. 23.6°
- C. 33.7°
- D. 43.6°
- E. 47.2°



51. 點 P 按 $1:k$ 內分聯 $A(-2,1)$ 及 $B(3,3)$ 的線段。 $P=$

A. $\left(\frac{-2k+3}{k+1}, \frac{k+3}{k+1} \right)$

B. $\left(\frac{2k-3}{k+1}, \frac{k+3}{k+1} \right)$

C. $\left(\frac{-2k-3}{k+1}, \frac{k-3}{k+1} \right)$

D. $\left(\frac{3k-2}{k+1}, \frac{3k+1}{k+1} \right)$

E. $\left(\frac{-3k+2}{k+1}, \frac{3k-1}{k+1} \right)$

52. 圖中， TP 及 TQ 為圓的切線。求 θ 與 ϕ 的關係。

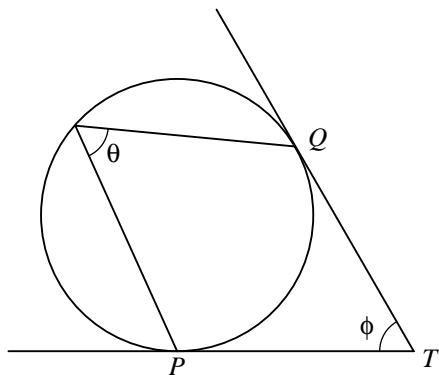
A. $\theta + \phi = \pi$

B. $\theta + \phi = 2\pi$

C. $2\theta + \phi = \pi$

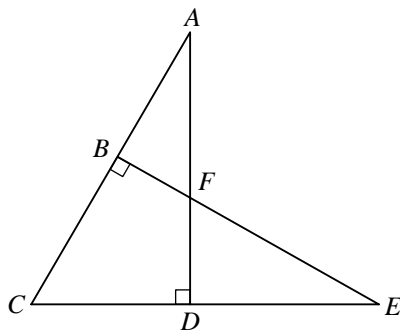
D. $\theta + 2\phi = \pi$

E. $2\theta + \phi = 2\pi$



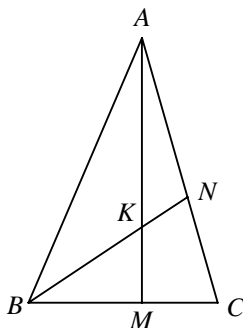
53. 依附圖所示，下列何者為正確？

- I. $\angle A = \angle E$
- II. $\angle C + \angle BFD = 180^\circ$
- III. $B、C、D、F$ 共圓。
- A. 只有 I
- B. 只有 III
- C. 只有 I 及 II
- D. 只有 II 及 III
- E. I、II 及 III



54. 圖中， $AN:NC = BM:MC = 3:2$ 。求 $AK:KM$ 。

- A. 2:1
- B. 3:2
- C. 5:3
- D. 5:2
- E. 9:4



— 試 卷 完 —

卷一詳解

1 $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$\begin{aligned} f(2x-1) &= (2x-1)^2 + 2(2x-1) - 3 \\ &= 4x^2 - 4x + 1 + 4x - 2 - 3 \\ &= 4x^2 - 4 \end{aligned}$$

2 (a) $\sqrt{216} - \sqrt{6} = 6\sqrt{6} - \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

(b) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

3 (a) $(a-1) + a + (a+3) + (a+5) + 2a = 7.4 \times 5$
 $6a + 7 = 37$
 $a = 5$

(b) 中位數 $= a + 3 = 8$

4 $\frac{h}{\tan 30^\circ} + \frac{h}{\tan 45^\circ} = 8$

$$h(\sqrt{3} + 1) = 8$$

$$h = \frac{8}{1 + \sqrt{3}} = 2.93 \text{ (準確至三位有效數字)}$$

5 $\begin{cases} A(1+x\%) = 100 \\ A(1-x\%) = 60 \end{cases}$

$$\begin{cases} A = \frac{100}{1+x\%} \\ A = \frac{60}{1-x\%} \end{cases}$$

$$\frac{100}{1+x\%} = \frac{60}{1-x\%}$$

$$100 - x = 60 + \frac{3x}{5}$$

$$40 = \frac{8x}{5}$$

$$x = 25$$

$$A = \frac{100}{1+25\%} = 80$$

6 (a) $f(1) = 1^3 + 6(1)^2 + 5(1) - 12 = 0$

(b) 由 (a), $x-1$ 為 $f(x)$ 的一個因式
 利用長除法, 餘下來的因式為:

$$x+3 \text{ 及 } x+4$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x+3)(x+4)$$

7 (a) $3x - 2y - 7 = 0$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$\text{斜率} = \frac{3}{2}, y \text{ 截距} = -\frac{7}{2}$$

(b) 斜率 $= \frac{3}{2} \times 2 = 3$, y 截距 $= -\frac{7}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{7}{4}$

所求方程是:

$$y = 3x - \frac{7}{4}$$

$$12x - 4y - 7 = 0$$

8 $(x+3)(x-1) - 2(x-3)(x-1) < 0$

$$(x-1)[(x+3) - 2(x-3)] < 0$$

$$(x-1)(-x+9) < 0$$

$$(x-1)(x-9) > 0$$

$$x > 9 \text{ 或 } x < 1$$

$$\frac{3x}{2} + 1 < 4$$

$$\frac{3x}{2} < 3$$

$$x < 2$$

$$\begin{cases} x > 9 \text{ 或 } x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \text{ 給出 } x < 1$$

9

$$\begin{cases} \frac{a}{c} + \frac{2b}{c} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2a}{c} - \frac{3b}{c} = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 2b = 6c & \dots\dots(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 3b = 5c & \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$(1) \times 3 + (2) \times 2:$$

$$3a + 6b + 4a - 6b = 18c + 10c$$

$$7a = 28c$$

$$\therefore a:c = 4:1$$

$$(1) \times 2 - (2):$$

$$2a + 4b - 2a + 3b = 12c - 5c$$

$$7b = 7c$$

$$\therefore b:c = 1:1$$

$$a:b = a:c$$

$$= 4:1$$

10 (a) (i) $P(\text{抵達} E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$
(ii) $P(\text{抵達} F) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$
(b) (i) $P(\text{抵達} F) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
(ii) $P(\text{僅有一輛抵達} G)$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{5}{18}$$

11 (a) (i) $2 \times 2 \times \frac{1}{4} = 1$
(ii) $2 \times 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
(iii) $2 \times 2 \times (\frac{3}{4})^{n-1} \times \frac{1}{4} = (\frac{3}{4})^{n-1}$
(b) 所有拿走的部份的總面積 $= \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 4$

12 (a) 考慮 $\triangle ABX$ 及 $\triangle ACD$
 $\angle BAX = \angle DAC$ (已知)
 $\angle ABX = \angle ACD$
 $\angle AXB = 180^\circ - \angle BAX - \angle ABX$
 $= 180^\circ - \angle DAC - \angle ACD$
 $= \angle ADC$
 $\therefore \triangle ABX \sim \triangle ACD$ (AAA)

(b) 考慮 $\triangle ABC$ 及 $\triangle AXD$
 $\angle ACB = \angle ADX$
 $\angle BAC = \angle BAX + \angle CAX$
 $= \angle DAC + \angle CAX$
 $= \angle DAX$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AXD$ (AAA)

(c) $\triangle ABC \sim \triangle AXD$

$$\frac{AX}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{AX}{3} = \frac{2}{4}$$

$$AX = 1.5$$

13 (a) $\frac{x}{1} = \frac{x+6}{5}$
 $5x = x+6$
 $x = 1.5$

(b) 容器的容積

$$= (\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 7.5 - \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1.5 + \pi \times 1^2 \times 6) \text{cm}^3$$

$$= 68\pi \text{cm}^3$$

(c) 設水的深度為 h cm

$$\pi(1 \text{ cm})^2 h \text{ cm} = 4\pi \text{cm}^3$$

$$h = 4$$
 \therefore 水的深度為 4 cm

14 (a) C 的圓心 $= (1, 3)$
 $\therefore P = (0, 3)$
 $\therefore P$ 在 C 上
 $\therefore 0^2 + 3^2 - 2(0) - 6(3) + k = 0$
 $k = 9$

(b)
$$\begin{cases} L: y = mx \\ C: x^2 + y^2 - 2x - 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + (mx)^2 - 2x - 6(mx) + 9 = 0$$

$$(1 + m^2)x^2 - (2 + 6m)x + 9 = 0$$
相交點的數目 $= 1$

$$(2 + 6m)^2 - 4(1 + m^2)(9) = 0$$

$$4 + 24m + 36m^2 - 36 - 36m^2 = 0$$

$$24m - 32 = 0$$

$$m = \frac{4}{3}$$

(c) (i) $\therefore C'$ 的半徑 $= 1$
 $\therefore q = 1$

(ii) 設 C' 的方程為
 $(x - p)^2 + (y - 1)^2 = 1 \dots\dots(1)$

$$L: y = \frac{4}{3}x \dots\dots(2)$$

把 (2) 代入 (1) :

$$x^2 - 2px + p^2 + \frac{16}{9}x^2 - \frac{8}{3}x = 0$$

$$(1 + \frac{16}{9})x^2 - (\frac{8}{3} + 2p)x + p^2 = 0$$

相交點的數目 $= 1$

$$(\frac{8}{3} + 2p)^2 - 4(1 + \frac{16}{9})(p^2) = 0$$

$$2p^2 - 3p - 2 = 0$$

$$(2p + 1)(p - 2) = 0$$

$$p = 2 \text{ 或 } -0.5 \text{ (捨去)}$$

15 (a) $(x^2 - 1):(x^3 + 2) = \$4000:$(10000 - 4000)$

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 + 2} = \frac{\$4000}{\$6000}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 + 2} = \frac{2}{3}$$

(b) (i) $f(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 + 7 = 11$

$$f(-2) = 2(-2)^3 - 3(-2)^2 + 7 = -21$$

$$\therefore f(2) > 0 \text{ 及 } f(-2) < 0$$

\therefore 有一根在 -2 至 2 之間

(ii)

x	$f(x)$ 的符號
-2	$-$
2	$+$
0	$+$
-1	$+$
-1.5	$-$
-1.25	$-$
-1.125	$+$
-1.1875	$-$
-1.1563	$-$
-1.1407	$+$
-1.1485	$+$
-1.1524	$-$

$$\therefore -1.1524 < x < -1.1485$$

$$x = -1.15 \text{ (準確至二位小數)}$$

(c) $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 2} = \frac{2}{3}$

$$3x^2 - 3 = 2x^3 + 4$$

$$2x^3 - 3x^2 + 7 = 0$$

\therefore 此根為 -1.15

16 (a) $AC = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$

$$\begin{aligned} \text{角錐體的高} &= \sqrt{6^2 - (\sqrt{13})^2} \\ &= 4.80 \text{ (準確至三位有效數字)} \end{aligned}$$

(b) ΔVAB 的面積 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \sin 60^\circ$

$$= 9\sqrt{3}$$

$$\approx 15.6$$

$$\begin{aligned} \Delta VBC \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \times \sqrt{6^2 - 2^2} \times 4 \\ &= 8\sqrt{2} \\ &\approx 11.3 \end{aligned}$$

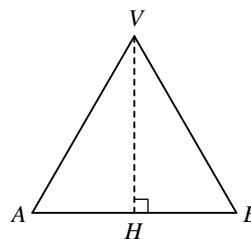
$$\text{總表面面積} = 6 \times 4 + 2 \times 9\sqrt{3} + 2 \times 8\sqrt{2} = 77.8$$

(c) (i) 設 VB 與平面 $ABCD$ 間的角為 α

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{23}}{6}$$

$$\alpha = 53.1^\circ \text{ (準確至三位有效數字)}$$

(ii)



$$VH = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$$

設平面 VAB 與平面 VCD 間的角為 β

$$\cos \beta = \frac{27 + 27 - 4^2}{2(\sqrt{27})(\sqrt{27})}$$

$$\beta = 45.3^\circ \text{ (準確至三位有效數字)}$$

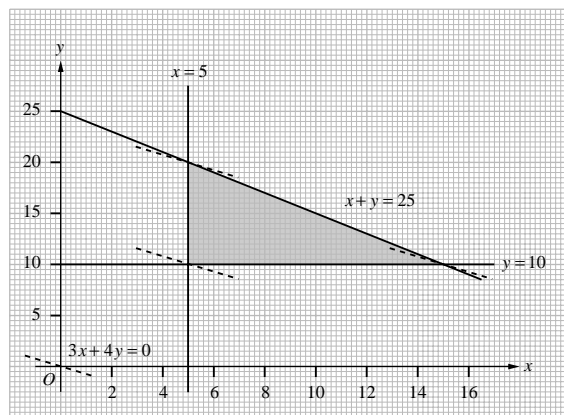
17 (b) (i) $x + y \geq \frac{500}{20}$ 即 $x + y \geq 25$

$$x \geq \frac{100}{20} \text{ 即 } x \geq 5$$

$$y \geq \frac{200}{20} \text{ 即 } y \geq 10$$

x 及 y 整數

(ii)



(iii) 總成本 $= \$ (12x + 16y)$

從圖得知當 $x = 15$, $y = 10$ 時, 總成本為最低, 最低成本 $= \$ (12 \times 15 + 16 \times 10) = \340

卷二答案及分析

甲部：

1 C

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = c$$

$$\frac{1}{b} = c - \frac{1}{a} = \frac{ac-1}{a}$$

$$b = \frac{a}{ac-1}$$

2 B

$$\begin{aligned}(p+q)^2 - 2pq - 2q^2 &= (p+q)^2 - 2q(p+q) \\ &= (p+q)(p+q-2q) \\ &= (p+q)(p-q)\end{aligned}$$

3 A

$$(3^4)^m (3^n)^2 = (3^{4m})(3^{2n}) = 3^{4m+2n}$$

4 E

$$f(2) = 3(2) - 2 = 4$$

$$f(f(2)) = f(4) = 3(4) - 2 = 10$$

5 D

設 $f(x)$ 為一多項式函數。

若 $f(\frac{a}{b}) = 0$ ，則 $x - \frac{a}{b}$ 或 $bx - a$ 為 $f(x)$ 的一個因式。

6 C

$$\$10000 \times r\% \times \frac{3}{12} = \$100$$

$$r = 4$$

7 B

$$A = B(1 + 30\%)$$

$$B = C(1 - 10\%)$$

$$A = (1 + 30\%)(1 - 10\%)C = 1.17C$$

$$C = \frac{1}{1.17}A \approx 0.85A = (1 - 15\%)A$$

∴ C 比 A 少 15%

8 B

一天內，A 可完成該件工作的 $\frac{1}{6}$ ，B 可完成該件工

作的 $\frac{1}{4}$ ，C 可完成該件工作的 $\frac{1}{3}$ 。

$$\text{所需天數} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{3}$$

9 E

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{5}{3}$$

$$3a + 3b = 5a - 5b$$

$$8b = 2a$$

$$a = 4b$$

$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(4b)^2 + b^2}{(4b)^2 - b^2} = \frac{17b^2}{15b^2} = \frac{17}{15}$$

10 C

$$\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 2^{x+y} = 8 \\ \frac{4^x}{4^y} = 4^{x-y} = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$x = 2.5, y = 0.5$$

11 A

$$(x+3)(2x-5) < (3x-1)(2x-5)$$

$$[(x+3) - (3x-1)](2x-5) < 0$$

$$(-2x+4)(2x-5) < 0$$

$$(x-2)(2x-5) > 0$$

$$x < 2 \text{ 或 } x > \frac{5}{2}$$

12 D

$$x - 2\sqrt{x} - 8 = 0$$

$$(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} - 8 = 0$$

$$(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 4) = 0$$

$$\sqrt{x} = -2 \text{ (捨去) 或 } 4$$

$$x = 16$$

13 A

$$AB : BD = 1 : 2$$

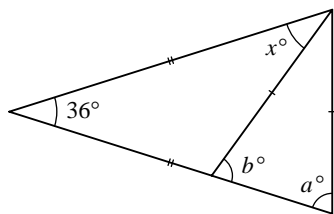
$$BC : DF = 1 : 3$$

$$BC : EF = 1 : 2$$

設 h 為平行四邊形 $BCED$ 及 $\triangle CEF$ 的高

$$\begin{aligned}\frac{\text{平行四邊形 } BCED \text{ 的面積}}{\triangle CEF \text{ 的面積}} &= \frac{BC \times h}{\frac{1}{2} \times EF \times h} \\ &= 2 \left(\frac{BC}{EF} \right) \\ &= 1\end{aligned}$$

14 B



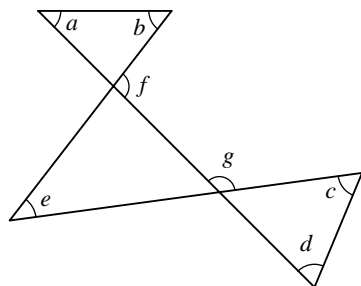
$$a = \frac{180 - 36}{2} = 72$$

$$b = a = 72$$

$$x + 36 = b$$

$$x = 72 - 36 = 36$$

15 E



$$f = a + b, \quad g = c + d$$

$$e + (180^\circ - f) = g$$

$$e + 180^\circ - a - b = c + d$$

$$a + b + c + d - e = 180^\circ$$

16 C

$$AC = 2 \times 5 = 10$$

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

17 B

$$\angle AEB = \angle ACB = 40^\circ$$

$$\angle EAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

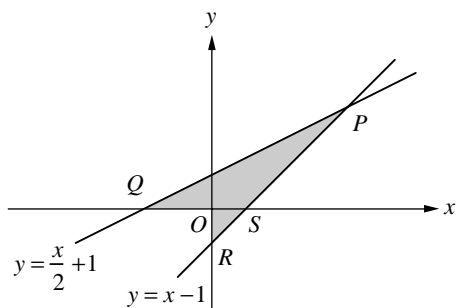
$$\angle DBC = \angle DAC = 25^\circ$$

18 E

$$\because OA = OB, OM = OM, \angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle OAM \cong \triangle OBM \quad (\text{RHS})$$

19 C



$$x - 1 = \frac{x}{2} + 1$$

$$x = 4$$

$$P = (4, 3), Q = (-2, 0), R = (0, -1), S = (1, 0)$$

所求的面積 = $\triangle QSP$ 的面積 + $\triangle OSR$ 的面積

$$= \frac{1}{2}(3)(3) + \frac{1}{2}(1)(1) \\ = 5$$

20 A

\therefore 該直線垂直於 x 軸

\therefore 其方程的形式為 $x = k$ (k 為常數)

21 D

22 B

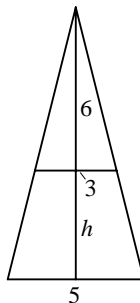
$$\text{滾珠的總體積} = 3 \times \frac{4}{3} \pi (1)^3 \text{ cm}^3 = 4\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{水位上升了 } \frac{4\pi}{\pi(2)^2} \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

23 D

$$\text{所求的比} = \frac{\pi r \sqrt{r^2 + (2r)^2}}{2\pi r(2r)} = \frac{\pi r^2 \sqrt{5}}{4\pi r^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

24 A



$$\frac{6}{3} = \frac{6+h}{5} \\ h = 4$$

25 A

 $\because x, y, z$ 成 A.P.

$$\therefore z - y = y - x$$

$$(1): (2y+3) - (2x+3) = 2(y-x)$$

$$(2z+3) - (2y+3) = 2(z-y)$$

 \therefore (1) 是 A.P.

$$(2): y^2 - x^2 = (y-x)(y+x) = (z-y)(y+x)$$

$$z^2 - y^2 = (z-y)(z+y)$$

$$\therefore x \neq z$$

 \therefore (2) 不是 A.P.

$$(3): \because 10^y - 10^x \text{ 未必等於 } 10^y - 10^z$$

 \therefore (3) 未必是 A.P.

26 C

設這幾個數為 $a-d, a, a+d$

$$\begin{cases} (a-d) + a + (a+d) = 18 \\ (a-d)(a)(a+d) = 192 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a = 18 \\ a(a^2 - d^2) = 192 \end{cases}$$

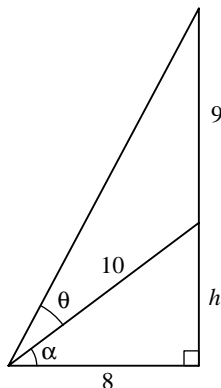
$$\begin{cases} a = 6 \\ d = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{大數} = 6 + 2 = 8$$

27 E

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \dots &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right) + \left(\frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^4} + \dots \right) \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3^2}} + \frac{\frac{2}{3^2}}{1 - \frac{1}{3^2}} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

28 B



$$h = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{8}$$

$$\alpha \approx 36.87^\circ$$

$$\tan(\theta + \alpha) = \frac{15}{8}$$

$$\theta + \alpha \approx 61.93^\circ$$

$$\theta \approx 25.1^\circ$$

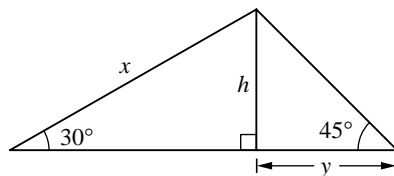
29 C

$$3 \cos \theta = 2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta \approx 48.19^\circ$$

30 D

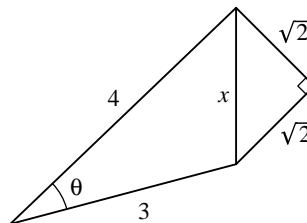


$$h = x \sin 30^\circ = \frac{x}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{y}$$

$$y = h = \frac{x}{2}$$

31 E



$$x = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

$$\cos \theta = \frac{3^2 + 4^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7}{8}$$

32 B

(1): 未能確定 $a+b$ 的正負號(2): $\because b < 0$

$$\therefore -b > 0, a - b > 0$$

(3): 一負數與一正數的乘積為負

33 E

$$\text{所求概率} = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = \frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

34 C

$$\text{所求概率} = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{8}$$

35 C

$$\text{美琪的英文標準分} = \frac{60 - 45}{12} = 1.25$$

$$\text{力行的數學標準分} = \frac{70 - 50}{10} = 2$$

 \therefore 力行有較好的表現

36 A

設該 n 個數為 x_1, x_2, \dots, x_n 其平均值為 \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

當每個數增加 2 時，該 n 個數變為：

$$x_1 + 2, x_2 + 2, \dots, x_n + 2$$

$$\text{新平均值} = \frac{(x_1 + 2) + (x_2 + 2) + \dots + (x_n + 2)}{n}$$

$$= \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} + 2$$

$$= \bar{x} + 2$$

新標準差

$$= \sqrt{\frac{[x_1 + 2 - (\bar{x} + 2)]^2 + \dots + [x_n + 2 - (\bar{x} + 2)]^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

$$= s$$

乙部：

37 D

$$\log \sqrt{60} = \log \sqrt{2^2 \times 3 \times 5}$$

$$= \log \sqrt{2 \times 3 \times 10}$$

$$= \frac{1}{2}(\log 2 + \log 3 + \log 10)$$

$$= \frac{1}{2}(p + q + 1)$$

38 A

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= (1)^2 - 4(-k)$$

$$= 1 + 4k$$

39 C

對於 $x < \alpha$, $px + q < ax^2 + bx + c$ 即 $ax^2 + (b - p)x + (c - q) > 0$

40 E

$$x + y = x + y$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{L.C.M.} = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

41 B

$$\begin{cases} p^2 + p + 1 = \frac{14}{x} \\ 2(p - 1) = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 + p + 1 = \frac{14}{x} & \dots(1) \\ p - 1 = \frac{x}{2} & \dots(2) \end{cases}$$

$$(1) \times (2):$$

$$(p - 1)(p^2 + p + 1) = 7$$

$$p^3 - 1 = 7$$

$$p = 2$$

$$x = 2(p - 1) = 2(2 - 1) = 2$$

42 D

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \div \frac{ab}{a^2 + 2ab + b^2} &= \frac{1}{\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}} \times \frac{(a + b)^2}{ab} \\ &= \frac{a^2 b^2}{(b - a)(b + a)} \times \frac{(a + b)^2}{ab} \\ &= \frac{ab(a + b)}{b - a} \end{aligned}$$

43 C

$$\text{於 } A, 3x + 2y + 3 = 6 + 2 + 3 = 11$$

$$\text{於 } B, 3x + 2y + 3 = 18 + 2 + 3 = 23$$

$$\text{於 } C, 3x + 2y + 3 = 21 + 6 + 3 = 30$$

$$\text{於 } D, 3x + 2y + 3 = 9 + 12 + 3 = 24$$

$$\text{於 } E, 3x + 2y + 3 = 3 + 8 + 3 = 14$$

44 A

$$\text{當 } x = 0 \text{ 時, } y = 1$$

$$\text{當 } x = \pi \text{ 時, } y = -3$$

45 B

$$-1 \leq \cos 2\theta \leq 1$$

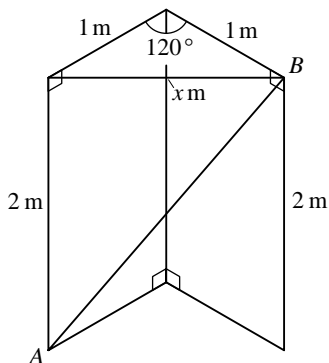
$$1 \geq -\cos 2\theta \geq -1 \text{ 或 } -1 \leq \cos 2\theta \leq 1$$

$$2 \leq 3 - \cos 2\theta \leq 4$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3 - \cos 2\theta} \geq \frac{1}{4} \text{ 或 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3 - \cos 2\theta} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{2}{3 - \cos 2\theta} \leq 1$$

46 B



$$\begin{aligned}
 x &= \sqrt{1^2 + 1^2 - 2(1)(1)\cos 120^\circ} \\
 &= \sqrt{2 - 2(-\frac{1}{2})} \\
 &= \sqrt{3} \\
 AB &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2} \text{ m} = \sqrt{7} \text{ m}
 \end{aligned}$$

47 D

設 $f(x) = x^3 + x + 1$

x	$f(x)$ 的正負號
-1	-
0	+
-0.5	+
-0.75	-
-0.625	+
-0.688	-
-0.657	+

從上表得知 $-0.688 < x < -0.657$ $\therefore x = -0.7$ (準確至一位小數)

48 E

$$\begin{aligned}
 \frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} &= \frac{(2-\sqrt{2})^2 + (2+\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} \\
 &= \frac{4-4\sqrt{2}+2+4+4\sqrt{2}+2}{4-2} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

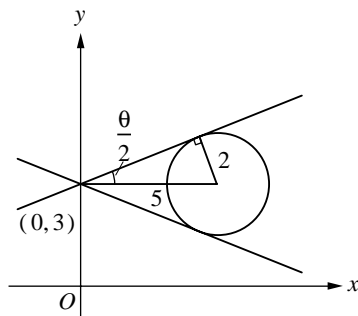
49 B

圓心 $= (-\frac{3}{2}, 1)$

$$\text{半徑} = \sqrt{(-\frac{3}{2})^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

令 $x = y = 0$, 左方 = 右方

50 E

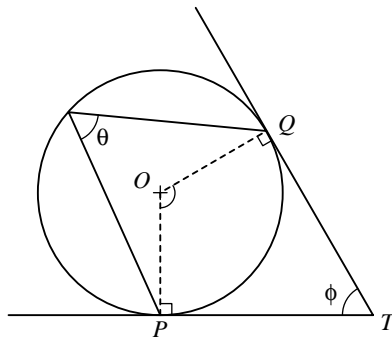
圓心 $= (5, 3)$, 半徑 $= \sqrt{5^2 + 3^2} - 30 = 2$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{2}{5} \text{ 給出 } \theta \approx 47.2^\circ$$

51 A

$$P = \left(\frac{(-2)(k) + (1)(3)}{k+1}, \frac{(1)(k) + (1)(3)}{k+1} \right) = \left(\frac{3-2k}{k+1}, \frac{k+3}{k+1} \right)$$

52 C



$$\angle POQ = 2\theta$$

$$2\theta + 90^\circ + 90^\circ + \phi = 360^\circ$$

$$2\theta + \phi = 180^\circ$$

53 E

$$\therefore \angle CBF + \angle CDF = 180^\circ$$

$$\therefore B, C, D, F \text{ 共圓}$$

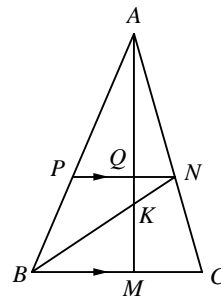
$$\therefore \angle ABF + \angle FDE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C + \angle BFD = 180^\circ$$

$$\therefore A, B, D, E \text{ 共圓}$$

$$\therefore \angle A = \angle E$$

54 D



$$\therefore AN : NC = BM : MC \quad \therefore MN \parallel AB$$

$$\therefore \triangle KMN \sim \triangle KAB \quad \therefore \frac{AK}{KM} = \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{NC} = \frac{5}{2}$$