

2002-2003 年中五畢業試(數學卷一)評分標準
甲部(1) (33 分)

$$1. \left(\frac{x^{-3}}{x^2} \right)^2 = \frac{x^{-6}}{x^{-4}} \quad 1A$$

$$= x^{-6-(-4)} \quad 1A$$

$$= x^{-2}$$

$$= \frac{1}{x^2} \quad 1A \quad (3)$$

$$5. \tan \angle BAC = \frac{5}{7} \quad 2A$$

$$\angle BAC = 35.5^\circ$$

$$A \text{ 測 } B \text{ 的方位} = \frac{270^\circ + 35.5^\circ}{= 306^\circ} \quad 2A \quad (4)$$

$$6. (a) \text{ 平均數} = 8.7$$

$$(b) \text{ 中位數} = 6$$

$$(c) \text{ 眾數} = 5$$

$$(d) \text{ 標準差} = 4.22 \quad 1A + 1A + 1A + 1A \quad (4)$$

$$x^2 + x > 0$$

$$7. x(x+1) > 0 \quad 2A \text{ 及 } \frac{2x+1}{x} > 3 \quad 1A$$

$$x > 0 \text{ or } x < -1$$

$$\text{同時成立的 } x \text{ 值範圍 } x > 1 \quad 1A \quad (4)$$

$$8. x = 42^\circ (\text{圓心角兩倍於圓周角}) \quad 2A + 2A \quad (4)$$

$$y = 42^\circ (\text{等腰三角形底角})$$

$$3. \frac{40^\circ}{360^\circ} \times \pi (6)^2 \quad 2A \quad 1A \quad (3)$$

$$= 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$4. \text{餘數} = f(2) \quad 1A$$

$$= (2)^3 - 2(2)^2 5(2) + 6 \quad 1A$$

$$= -4 \quad 1A \quad (3)$$

$$9. (a) \text{ 求 } L \text{ 的斜率} = \frac{5-2}{0-4} = -\frac{3}{4} \quad 1A$$

$$(b) \text{ 求 } L \text{ 的方程: } \frac{y-5}{x-0} = -\frac{3}{4} \quad 1A + 1M$$

$$3x + 4y - 20 = 0$$

$$(c) \text{ 代 } y=0 \text{ 入 } L \text{ 的方程}$$

$$A \text{ 坐標: } \left(\frac{20}{3}, 0 \right) \quad 1A + 1M \quad (5)$$

甲部(2) (33 分)

10. (a) $\frac{12}{20} \times \frac{11}{19} \times \frac{10}{18} = \frac{11}{57}$ 2A

(b) $(\frac{12}{20} \times \frac{11}{19} \times \frac{10}{18}) \times 3 = \frac{11}{19}$ 2A

© $1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$ 2A (6)

11. (a) 所求的方程是

$C = k_1 + k_2n$ ，其中 k_1 和 k_2 是非零常數。

根據題意，可得

$$\begin{cases} 124 = k_1 + 57k_2 & \dots\dots\dots(i) \\ 326 = k_1 + 158k_2 & \dots\dots\dots(ii) \end{cases}$$

2A

(ii)-(i) : $202 = 101k_2$
 $k_2 = 2$

將 $k_2 = 2$ 代入 (i)，可得
 $124 = k_1 + 57(2)$
 $k_1 = 10$

$\therefore C = 10 + 2n$ 2A

(b)
 $2.05n < 10 + 2n$
 $0.05n < 10$
 $\therefore n < 200$ 2A (6)

12. (a)

平均時薪少於 (\$)	累積頻數
29.5	10
39.5	28
49.5	60
59.5	<u>148</u>
69.5	<u>171</u>
79.5	<u>178</u>
89.5	<u>184</u>

1A+1A*

表 1

平均時薪 (\$)	學生人數
20 - 29	10
30 - 39	18
40 - 49	32
50 - 59	<u>88</u>
60 - 69	<u>23</u>
70 - 79	<u>7</u>
80 - 89	<u>6</u>

1A+1A*

表 2

*(1A指其中一項正確，全部正確則給2A)

12.(b) 從圖像可得，

$$Q_1 = \$46.5$$

$$Q_3 = \$58.5$$

1A

$$\therefore \text{四分位數間距}$$

$$= \$ (58.5 - 46.5)$$

1A

$$= \underline{\underline{\$12}}$$

(2)

13. (a) $AB = AC$ (半徑)

$$\therefore \angle ABC = \angle ACE \quad (\text{等腰 } \Delta \text{ 底角})$$

$$\angle ABC = \angle AFC \quad (\text{同弓形內的圓周角})$$

$$\therefore \angle ACE = \angle AFC$$

$$\angle EAC = (\angle CAF) \quad (\text{公共角})$$

$$\angle AEC = \angle FCA \quad (\Delta \text{ 內角和})$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle AFC \quad (A.A.A)$$

(4)

評分標準	
情況 1	證明正確且理由充分 (4)
情況 2	證明正確但理由不充分 (3)
情況 3	某些推論正確且理由充分 (2)
情況 4	某些推論正確但理由不充分 (1)

13. (b) $\frac{AB}{AE} = \frac{AF}{AC}$ 1M

$$AC^2 = AF \cdot AE = (4)(1)$$

$= 4$

$$AC = 2$$

1A

$$\therefore AD = AC = 2$$

1A (3)

14. (a) (i) 六百萬元 1A

(ii) $(n+3)$ 六百萬元 1A (2)

(b) 首二十年的總支出

$$= \frac{(3) [(1.14)^{20} - 1]}{1.14 - 1}$$

1A+1M

$$= 273 \text{ 百萬元}$$

1A (3)

© 首二十年的捐款總數

$$= \left(\frac{4+23}{2} \right) (20)$$

1A

$$= 270 \text{ 百萬元}$$

1A

〈首二十年的總支出，所以二十年後會否出現赤字。1A (3)〉

乙部 (33 分)

15. (a) $\tan 50^\circ = \frac{20}{BE}$ 1A
 $BE = 16.8m$

$\tan 50^\circ = \frac{10}{DF}$ 1A
 $DF = 8.39m$

$BD = \sqrt{26^2 - (20 - 10)^2}$ 1A
 $= 24m$ 1A (4)

(b) $\angle EBD = 180^\circ - 35^\circ - 90^\circ$ 1A
 $= 55^\circ$

$BE = \sqrt{24^2 + 16.8^2} \frac{2(24)(16.8) \cos 55^\circ}{1M}$ 1M
 $= 19.9m$ 1A (3)

$\cos \angle BDE = \frac{24^2 + 19.9^2 - 16.8^2}{2(24)(19.9)}$ 1M
(c) $\angle BDE = 43.8^\circ$ 1A
 $\angle EDF = 90^\circ + 35^\circ - 43.5^\circ$ 1A
 $= 81.5^\circ$ 1A

$EF = \sqrt{19.9^2 + 8.39^2 - 2(19.9)(8.39) \cos 81.2^\circ}$ 1A
 $= 20.4m$ (4)

$\frac{4}{3}\pi(x+1)^3 + \frac{4}{3}\pi x^3 + \frac{4}{3}\pi(x-1)^3 = 16\pi$ 2A

$(x+1)^3 + x^3 + (x-1)^3 = 12$ 1A

16. (a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 12$ (5)

$3x^3 + 6x - 12 = 0$

$x^3 + 2x - 4 = 0$ 2A

(b) 設 $f(x) = x^3 + 2x - 4$ 。

$f(0) = -4 < 0$

$f(2) = 8 > 0$ 1A

$\therefore$ (a) 中所得的方程在 0 與 2 之間有一個根。1A

包括根 x_0 的區間 ($x_1 < x_0 < x_2$)	f (x_1)	$f(x_2)$	中間值 (x_m)	$f(x_m)$
$10 < x_0 < 2$	-	+	1	-
$1 < x_0 < 2$	-	+	1.5	+
$1 < x_0 < 1.5$	-	+	1.25	+
$1 < x_0 < 1.25$	-	+	1.125	-
$1.125 < x_0 < 1.25$	-	+	1.187 5	+
$1.125 < x_0 < 1.187 5$	-	+	1.156 25	-
$1.156 25 < x_0 < 1.187 5$	-	+		

2A+1M(正確選擇下一區間)

$\therefore$ 所求的根是 1.2 (準確至一位小數)。1A (6)

17. (a) $\mathcal{C}: 9x^2 + 9y^2 - 18x + 6y - 170 = 0$

$$x^2 + y^2 - 2x + \frac{2}{3}y - \frac{170}{9} = 0$$

$\mathcal{C}$ 的圓心 = $\left(-\frac{-2}{2}, -\frac{\frac{2}{3}}{2} \right)$ 1A

$$= \left(1, -\frac{1}{3} \right)$$

$\mathcal{C}$ 的半徑 = $\sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - \left(-\frac{170}{9} \right)}$ 1A (2)

$$= \sqrt{20}$$

$$= \underline{\underline{2\sqrt{5}}}$$

$$45y^2 - 150y + 125 = 0$$

$$9y^2 - 30y + 25 = 0$$

$$(3y-5)^2 = 0$$

$\therefore y = \frac{5}{3}$ 1A

將 $y = \frac{5}{3}$ 代入 (iii), 可得

$$3\left(\frac{5}{3}\right) - 23$$

$$x = \frac{\quad}{6} = -3$$
 1A

$\therefore$ P 的坐標是 $\left(-3, \frac{5}{3} \right)$ 。 1A (4)

(c) 設 Q(a, b) 是所求的切線和 $\mathcal{C}$ 的交點。 $\mathcal{C}$ 的圓心 = PQ 的中點

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(-3+a) = 1 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}+b\right) = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$\therefore a = 5, b = -\frac{7}{3}$ 1A+1A

所求的切線的斜率
= L 的斜率 1A
= 2

$\therefore$ 所求的切線的方程是 (5)

$$y - \left(-\frac{7}{3} \right) = 2(x - 5)$$

$$\underline{6x - 3y - 37 = 0}$$
 1A+1A

(b) $\begin{cases} 6x - 3y + 23 = 0 & \dots\dots\dots(i) \\ 9x^2 + 9y^2 - 18x + 6y - 170 = 0 & \dots(ii) \end{cases}$

從 (i), $x = \frac{3y-23}{6}$ (iii)
將 (iii) 代入 (ii), 可得

$$9\left(\frac{3y-23}{6}\right)^2 + 9y^2 - 18\left(\frac{3y-23}{6}\right) + 6y - 170 = 0$$

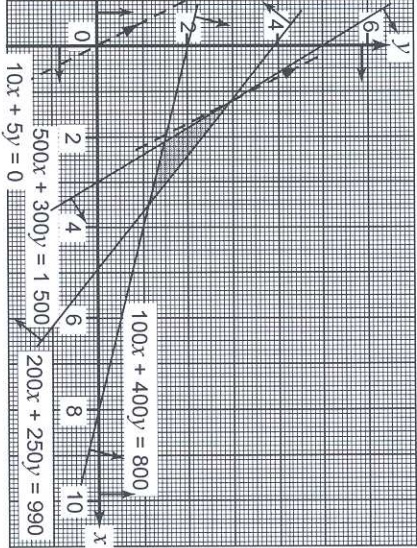
$$\frac{(3y-23)^2}{4} + 9y^2 - 3(3y-23) + 6y - 170 = 0$$
 1A

$$9y^2 - 138y + 529 + 36y^2 - 36y + 276 +$$

$$24y - 680 = 0$$

18. (a) 所求的不等式組是

$$\begin{cases} \frac{500x + 300y \geq 1500}{1A} & 1A \\ \frac{100x + 400y \geq 800}{1A} & 1A \\ \frac{200x + 250y \leq 990}{1A} & 1A \\ \frac{x \geq 0}{y \geq 0} & \left. \vphantom{\begin{matrix} 1A \\ 1A \\ 1A \end{matrix}} \right\} 1A \end{cases}$$



$$1A + 1A + 1A \quad (7)$$

(b) 設生產每包這種貓飼料的成本是 $\$C$ 。

則 $C = 10x + 5y$ 。 1A

在圖中繪出直線 $10x + 5y = 0$ ，我們可見 C 在 $1A + 1M$ (1, 2, 3) 處取得最小值。

$\therefore$ 要使成本降至最低，應該放入 1.2 kg 的 1A
產品 A 和 3 kg 的產品 B。 (4)