

Relazioni fondamentali

Relazione fondamentale tra seno e coseno: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Tangente: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Cotangente: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Conversioni di unità¹: $\rho = \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$; $\alpha = \frac{\rho \cdot 180}{\pi}$

Valori comuni

α (gradi)	ρ (radianti)	sin	cos	tan	cot
0	0	0	1	0	$\frac{\pi}{0}$
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	$\frac{\pi}{0}$	0
180	π	0	-1	0	$\frac{\pi}{0}$
270	$\frac{3}{2}\pi$	-1	0	$\frac{\pi}{0}$	0
360	2π	0	1	0	$\frac{\pi}{0}$

Formule di addizione e sottrazione

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$

Formule di duplicazione

Duplicazione del seno: $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

Duplicazione del coseno: $\cos(2\alpha) = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{cases}$

¹ α è l'angolo in gradi; ρ è l'angolo in radianti.

Formule di prostaferesi²

$\sin p + \sin q = 2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \cdot \sin \frac{p+q}{2} \cdot \sin \frac{p-q}{2}$

Rette incidenti

α è l'angolo acuto; β è l'angolo ottuso; m ed m_1 sono i coefficienti angolari delle rette incidenti.

$\tan \alpha = \frac{m - m_1}{1 + mm_1}$; $\tan \beta = \frac{m_1 - m}{1 + mm_1}$

² Prostaferesi, parola di origine incerta, vorrebbe forse dire in greco "somma e sottrazione".

Duplicazione della tangente: $\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

Formule di bisezione

Bisezione del coseno: $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$

Bisezione del seno: $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$

Bisezione della tangente: $\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$; $\tan \frac{\alpha}{2} = \begin{cases} \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \end{cases}$

Archi associati

	sin	cos	tan	cot
$f(-\alpha)$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$f(\pi + \alpha)$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$f(\pi - \alpha)$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$f\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$f\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\cot \alpha$	$\tan \alpha$
$f\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$f\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cot \alpha$	$\tan \alpha$

Formule parametriche e razionali

Secondo la posizione $t = \tan \frac{\alpha}{2}$:

$\sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}$; $\cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$; $\tan \alpha = \frac{2t}{1-t^2}$

Formule di Werner

$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$

$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$

$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$