

XE-0557

ECONOMÍA REGIONAL

APUNTES SOBRE ECONOMÍA URBANA

INDICE DE CONTENIDO

I	INTRODUCCIÓN.....	1
II	EL MODELO DE VON THÜNEN.....	2
III	CIUDADES Y SISTEMAS URBANOS.....	9
	A EL MODELO DE HENDERSON (1974).....	9
	1. <i>Bases conceptuales del modelo.</i>	9
	2. <i>El Modelo.</i>	11
	3. <i>Funciones de utilidad y rentas del capital.</i>	17
	4. <i>El tamaño óptimo de las ciudades.</i>	19
	5. <i>El tamaño de equilibrio de las ciudades en una economía de mercado.</i>	21
	B EXTENSIONES DEL MODELO ORIGINAL DE HENDERSON.....	24
	C DESARROLLOS RECIENTES.	25
IV	ALGUNOS TEMAS ESPECIALES	27
	A CRECIMIENTO ECONÓMICO Y CONCENTRACIÓN URBANA.	27
	B DETERMINANTES DE LA CONCENTRACIÓN URBANA.	32
	C LA LEY DE ZIPF.....	37
V	BIBLIOGRAFÍA.....	40

I INTRODUCCIÓN

En los presente documento se presenta una breve revisión –guía de lectura- sobre temas de economía urbana.

En primer lugar se presenta el modelo de uso de la tierra desarrollado por el economista Alemán Alemán [Johann Heinrich von Thünen](#), a principios del Siglo XIX. Las ideas de von Thünen tuvieron un impacto muy importante en el desarrollo de la economía urbana que se dio durante la segunda mitad del siglo XX.

En segundo lugar, se presenta un resumen del artículo pionero de Vernon Henderson sobre tamaños y tipos de ciudades y de algunos desarrollos recientes relacionados con este mismo autor. Vernon Henderson es considerado como uno de los fundadores de la economía urbana.

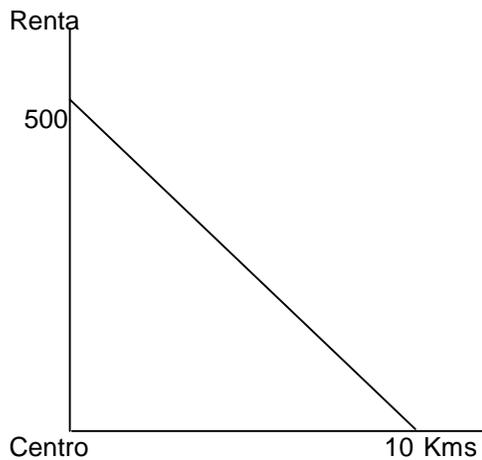
Finalmente, se presenta una revisión de algunos tópicos en torno al tema de la concentración urbana.

II EL MODELO DE VON THÜNEN

En el modelo de von Thünen se asume la existencia de una gran “llanura agrícola” en cuyo centro se localiza una ciudad. En la llanura agrícola viven agricultores que cultivan distintos tipos de productos agrícolas para satisfacer la demanda por este tipo de productos de los de la ciudad. El modelo busca responder dos preguntas:

- ¿Cómo se debe utilizar la tierra alrededor de la ciudad para minimizar los costos combinados de producir y transportar una cantidad dada de alimentos a la ciudad?; y
- ¿Cómo se debe asignar la tierra si hay una competencia no planificada entre agricultores y terratenientes, cada uno actuando siguiendo su interés personal?.

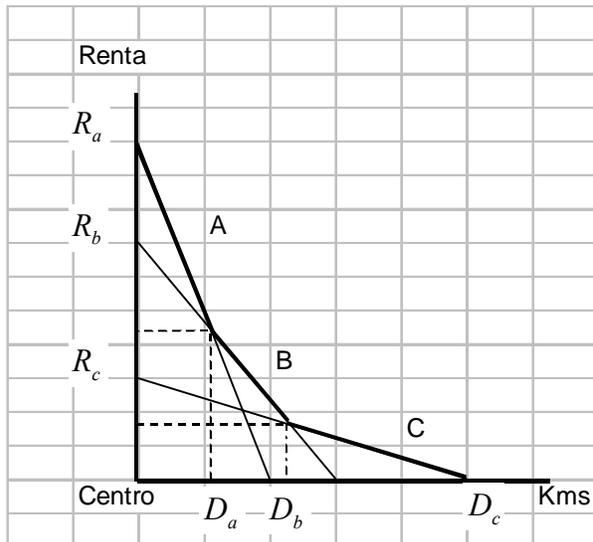
Un aspecto importante del modelo es la existencia de dos clases sociales o **grupos económicos con intereses opuestos**: los terratenientes (propietarios de la tierra) y los agricultores (trabajan la tierra). La existencia de estos dos grupos y la separación explícita entre propiedad y explotación de la tierra implica la existencia de un **mercado para tierra**. El elemento de competencia se establece en función de la necesidad de los agricultores de obtener tierra para cultivar (demanda), la cual es poseída por los terratenientes (oferta). Los agricultores compiten entre sí y negocian con los terratenientes. A partir de esta competencia se deriva el concepto de renta ofrecida por el uso de la tierra (*bid rent*), que se refiere a la máxima cantidad que un agricultor está dispuesto a pagar por el uso de una unidad de terreno, dada la distancia a la ciudad. Esto no es más que una curva de demanda por tierra, en la cual cuanto menor sea la distancia a la ciudad, mayor será la renta que se estará dispuesto a pagar por el uso de la tierra. El concepto se ilustra en la siguiente figura.



	<ul style="list-style-type: none"> • Rendimiento por hectárea = ₡ 1000 • Costo de producción por hectáreas = ₡ 500 (incluyendo la remuneración del agricultor). • Costo de transporte de la cosecha de una hectárea = ₡ 50 por kilómetro. • Máxima renta que se está dispuesto a pagar por una hectárea de terreno = ₡ 50 (a cero kilómetros de la ciudad). • Máxima distancia a la que se cultiva el producto correspondiente = 10 kilómetros
--	---

Sin embargo, existen diferencias entre los cultivos en lo que respecta a costos de transporte y productividad por hectárea. Cada agricultor enfrenta la disyuntiva de maximizar la renta que obtiene por el uso de la tierra y a la vez minimizar los costos de transportar su producción a la ciudad (la fertilidad de la tierra es la misma en toda la extensión del territorio).

Lo anterior implica que las curvas de ofertas de renta por la tierra o de demanda por tierra son diferentes entre cultivos. En general cuanto mayor la rentabilidad por hectárea mayor la renta que se estará dispuesto a pagar. Y cuanto más altos los costos de transporte (producción de una hectárea por kilómetro) más cerca de la ciudad se desarrollará el cultivo. Lo anterior se ilustra en la siguiente figura:

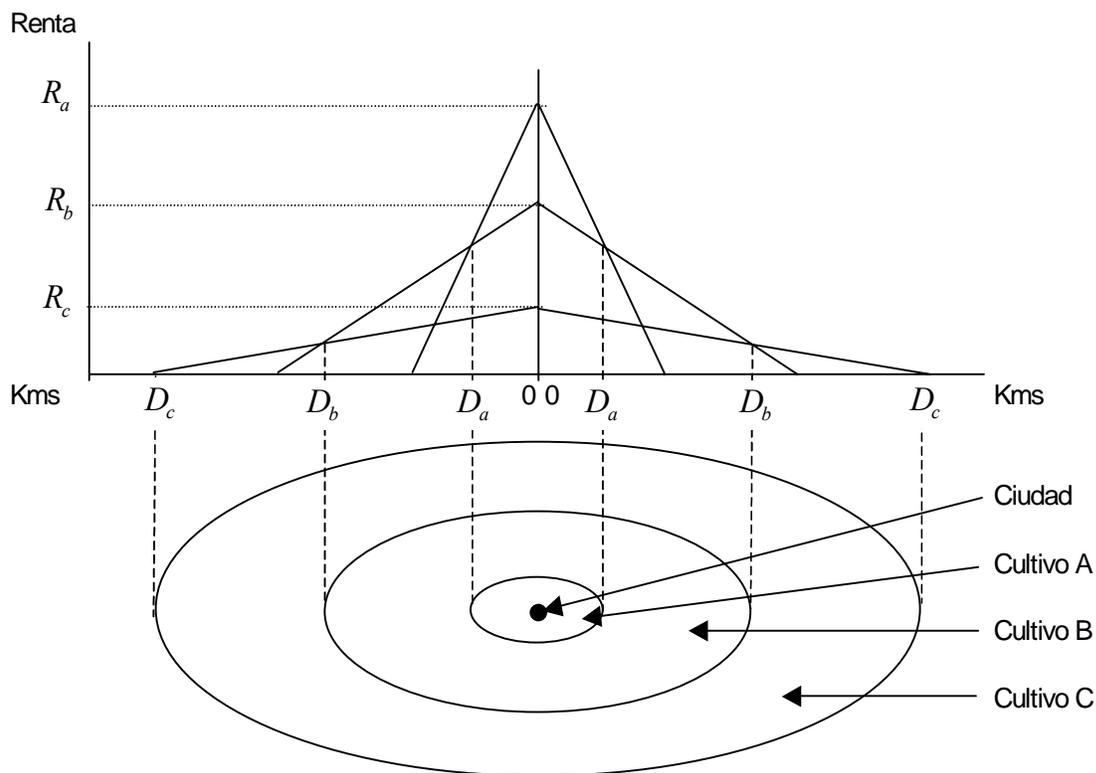


- Cultivo A: Vegetales (altos costos de transporte y alta rentabilidad).
- Cultivo B: Maíz (costos de transporte y rentabilidad intermedios).
- Cultivo C: Ganado (baja rentabilidad por hectárea y bajos costos de transporte).
- Distancia máximas de cultivo
 - o Vegetales = D_a
 - o Maíz = D_b
 - o Ganado = D_c .
- Rentas máximas:
 - o Vegetales = R_a
 - o Maíz = R_b
 - o Ganado = R_c .

Por lo tanto, de lo anterior emerge un patrón de uso de la tierra y rentas que presenta las siguientes características:

- o Uso de la tierra en círculos concéntricos alrededor de la ciudad, caracterizados por el desarrollo de diferentes cultivos en cada círculo.
- o Rentas de la tierra que cambian de acuerdo según el tipo de cultivo y la distancia de la ciudad.

Ilustración del patrón de rentas y uso de la tierra en el Modelo de von Thünen



Rentas de la tierra:	Uso de la tierra (distancia de cultivo)
Cultivo A (vegetales): Entre R_b y R_a	Cultivo A (vegetales): Entre 0 y D_a
Cultivo B (maíz): Entre R_c y R_b	Cultivo B (maíz): Entre D_a y D_b
Cultivo C (ganadería): Entre 0 y R_c	Cultivo C (ganadería): Entre D_b y D_c

Las rentas que se pagan por el uso de la tierra no dependen de ningún esfuerzo por parte del agricultor; se deben únicamente a la localización del terreno. Por eso a menudo se habla de la renta por el uso del suelo como de una “renta de localización”. Renta y localización son por lo tanto conceptos inseparables.

La competencia entre los agricultores por la tierra los lleva a producir lo suficiente para satisfacer la demanda por cada tipo de cultivo. Esta condición y la condición de cero rentas para las tierras localizadas en los extremos de la llanura llevan a una situación que se podría denominar como de equilibrio.

Krugman (1995, 53) ha indicado que este modelo ilustra una gran cantidad de conceptos claves en la economía neoclásica, tales como:

- La idea de equilibrio:
 - o Patrón de uso de la tierra definido,
 - o Patrón de rentas de la tierra definido.
- La idea de valor, como concepto que emerge del proceso de mercado:
 - o La renta de la tierra emerge de la competencia en el mercado de tierra, entre agricultores que cultivan diferentes tipos de productos agrícolas.
- La determinación simultánea de los precios de los bienes y los factores:
 - o Las decisiones de cuanto producir de cada cultivo dependen de las demandas correspondientes que existen en la ciudad. De los mercados correspondientes se derivan precios que los agricultores individuales toman como dados;
 - o Los precios que existen en el mercado de productos agrícolas (bienes) afectan la rentabilidad de los diferentes cultivos. Esto induce cambios en las demandas de tierra (mercado de factores) y por lo tanto afecta tanto las rentas como el patrón de uso del territorio.
- La habilidad de los mercados para alcanzar resultados eficientes:
 - o Mejor uso posible del territorio.
- El rol de los precios (de la tierra) en proveer incentivos para promover la eficiencia.
 - o Eficiencia en el uso de la tierra a partir de la competencia entre agricultores.

El modelo de von Thünen también ilustra el concepto de **frontera agrícola**, un término de uso común en la literatura sobre uso de la tierra. El concepto de frontera agrícola se asocia generalmente a la existencia de tierras que no han sido incorporadas al ningún tipo de actividad

productiva. En el modelo de von Thünen la frontera agrícola está definida por todas aquellas tierras más allá de límite del cultivo; esto es, tierras con una renta igual a cero.

Finalmente, es interesante destacar el efecto en términos de cambios en el uso de la tierra y en el patrón de rentas que se derivaría de fenómenos tales como el incremento de la población, cambios en las condiciones de demanda y el cambio tecnológico. Estos factores afectan las curvas de demanda de tierra y en general tienen los siguiente efectos:

- o Disminución de la frontera agrícola (e.g. más tierra es incorporada a la producción);
- o Efectos redistributivos, debidos a cambios en la estructura de rentas de la tierra.
- o Cambios en la estructura de ocupación del territorio.

El modelo de von Thünen se aplica a actividades agrícolas. Sin embargo, puede generalizarse a otras actividades económicas. Polesé (1998) presenta una generalización basada en la siguiente ecuación:

$$R_i = E_i (p_i - a_i) - kf_i E_i$$

donde:

R_i	Renta por hectárea en el cultivo i
E_i	Rendimiento por hectárea de la actividad i
p_i	Precio unitario de equilibrio en el mercado i
a_i	Costo unitario de producción en la actividad i
f_i	Costo unitario de transporte por kilómetro en la actividad i
k	Distancia en kilómetros respecto al mercado.

Dado lo anterior:

- o La renta máxima está dada por $E_i (p_i - a_i)$;
- o la distancia máxima de cultivo está dada por $\frac{(p_i - a_i)}{f_i}$

Las empresas que tengan el rendimiento más alto serán la que se localicen más cerca del centro. A medida que la empresa se aleja del centro su renta posible disminuye en la proporción la $E_i f_i$ por cada unidad de distancia k . Los elementos principales del modelo los E_i y f_i .

La capacidad de generar más renta por unidad de tierra (E_i) depende de la intensidad con que se utilice este recurso, y por lo tanto de las condiciones tecnológicas de la producción.

Por ejemplo, las actividades de servicios requieren comparativamente menos espacio para generar una misma renta que las actividades agrícolas. Por lo tanto, las actividades de servicios se desarrollarán más cerca del centro que las actividades agrícolas. Además, las actividades de agricultura intensiva requieren más espacio que las de ganadería extensiva, por lo tanto estas últimas se desarrollarán más alejadas del centro que las de agricultura intensiva..

Por otro lado, el concepto de costo de transporte (f_i) además de los costos de transporte del producto físico, también incluye otros costos afectados por la distancia, tales como los costos de desplazamiento, los costos de las comunicaciones interpersonales, los costos de transacción, y los costos de oportunidad del tiempo

El patrón de uso del suelo que emerge en una economía presenta en términos generales las siguientes características, desde la ciudad hacia afuera:

- o Oficinas, comercios y otros establecimientos sensibles a los costos de comunicación interpersonales;
- o Manufacturas ligeras;
- o Habitación;
- o Manufacturas pesadas
- o Agricultura intensiva.
- o Ganadería extensiva.

III CIUDADES Y SISTEMAS URBANOS

En esta sección se presenta un guía de lectura de algunos temas y artículos clásicos en economía urbana.

A El modelo de Henderson (1974).

1. Bases conceptuales del modelo.

Henderson (1974) desarrolla un *modelo de equilibrio general de una economía en la cual la producción y el consumo ocurren en las ciudades*. Este modelo es utilizado para *determinar el tamaño de equilibrio y el tamaño óptimo de las ciudades* y obtener condiciones bajo las cuales el tamaño de equilibrio difiere del tamaño óptimo.

El tamaño óptimo es definido como aquel en el cual se maximiza el bienestar potencial de los participantes en la economía. Estos participantes son dos grupos de agentes: los trabajadores y los dueños del capital (capitalistas). Estos agentes toman dos tipos de decisiones que determinan el tamaño de equilibrio de las ciudades:

- o Los *trabajadores* toman *decisiones de localización*: vivir en la ciudades o fuera de ellas;
- o Los *capitalistas* toman *decisiones de inversión*: invertir en la ciudades o fuera de ellas.

El modelo se resuelve bajo dos condiciones diferentes respecto a las decisiones de los capitalistas, denominadas *Supuesto A* y *Supuesto B*:

- o *Supuesto A*: Todos los capitalistas viven en las ciudades de la economía y también trabajan como trabajadores.
- o *Supuesto B*: Los capitalistas son un grupo separado de gente que no trabaja como trabajadores y las rentas de capital no son gastadas en las ciudades de la economía.

El modelo parte de los siguiente supuestos respecto al porqué de la aglomeración de la población en las ciudades:

- o Existencia de economías tecnológicas de escala en la producción y en el consumo. Estas economías de escala se pueden dar en la producción final, en la producción de bienes intermedios y en la comercialización.
- o El tipo de actividades productivas que se desarrolla en las ciudades no son intensivas en el uso de la tierra.

Henderson se plantea varias *preguntas*. En primer lugar, *¿dada la existencia de economías de escala, qué limita el tamaño de las ciudades?*. Para responder a esta pregunta propone el siguiente argumento:

En una economía urbana la producción de bienes transables ocurre en un Distrito Central (DC). Además de estos bienes transables se producen en la ciudad servicios de vivienda para los trabajadores, quienes viajan a trabajar al DC desde sus sitios de residencia alrededor de dicho DC. Conforme se incrementan espacialmente el tamaño de la ciudad y el área dedica a la producción de sitios de vivienda, se incrementa la distancia promedio que tienen que viajar los trabajadores y la congestión. Por lo tanto, el costo promedio de viajar a la ciudad se incrementa con el incremento en el tamaño de la ciudad. El **tamaño eficiente** de ciudad ocurre cuando el incremento en los costos de viaje por persona supera los recursos ahorrados debido a las economías de escala en la producción de bienes transables (Henderson, 1974, 640).

Una pregunta relacionada abordada por Henderson es: *¿por qué difieren en tamaño las ciudades?*. La respuesta en este caso se plantea en términos de especialización:

Las ciudades varían en tamaño porque ciudades de diferente tamaño se especializan en la producción de diferentes tipos de bienes transables. Si la producción de estos bienes involucra diferentes grados de economías de escala las ciudades diferirán en tamaño porque podrán permitir diferentes niveles de costos de viaje y de costos de congestión (Henderson, 1974, 640).

De lo anterior se deriva otra pregunta: *¿por qué se especializan las ciudades?*. El argumento en este caso está relacionado con la localización:

Asumiendo que no existen beneficios positivos o externalidades en la producción derivados de la localización de dos industrias diferentes juntas, la localización de la producción de los dos bienes en la misma ciudad lo único que hace es incrementar los costos totales de producción. Además, los trabajadores empleados en las dos industrias contribuyen a incrementar los costo de viaje por persona; sin embargo, las economías de escala explotables ocurren únicamente al interior de cada industria. Si las dos industrias se localizan juntas los costos de viaje promedio por persona se incrementan para ambas por igual, frente a economías de escala que difieren; el resultado es la especialización (Henderson, 1974, 640-641).

Henderson destaca dos elementos (p. 641) en torno a este argumento:

- o Los beneficios de la especialización también deben evaluarse respecto a los costos de transporte entre ciudades. Esto implica que algunos bienes en los cuales los costos de transporte son altos no serán transables entre ciudades; por lo tanto, no habrá ciudades que se especialicen en su producción.
- o Más que especialización completa, es más posible que las ciudades se especialicen en la producción de “canastas de bienes” relacionados desde el punto de vista de la producción, tanto en términos del uso de mano de obra especializada como de insumos intermedios comunes.

El su modelo original Henderson (1974) se ocupa principalmente de ciudades en las cuales se produce el mismo tipo de bien transable, ocupándose principalmente de estudiar las condiciones bajo las cuales se alcanza el tamaño óptimo y por lo tanto bajo las cuales surgen nuevas ciudades. Esto es, se ocupa principalmente de la primera pregunta: *¿dada la existencia de economías de escala, qué limita el tamaño de las ciudades?*

Más específicamente, en la economía de que se ocupa Henderson (1974) cada ciudad produce y exporta a otros países o ciudades el mismo bien transable (X_1) a un precio fijo (p_1). La producción de este bien transable ocurre bajo condiciones de rendimientos crecientes de escala externos a las firmas pero internos a la industria y las ciudades. Por otro lado, las ciudades importan otro bien de consumo (X_2) también a un precio fijo (p_2). También se producen servicios de vivienda (X_3), un bien no transable. En la producción del bien transable y de los servicios de vivienda se utilizan trabajo (N), capital (K) y tierra (L).

El trabajo y el capital son factores escasos, con una oferta limitada a nivel de la economía como un todo; sin embargo, ambos son móviles entre ciudades. La Tierra no es escasa en sentido económico (i.e. tiene costo de oportunidad cero); para ello se asume -a la von Thünen- que la economía está situada en una planicie lo suficientemente extensa como para que el costo de costo de oportunidad de la tierra sea cero.

2. El Modelo

Notación:

X_1	Bien transable producido en la ciudad.
X_2	Bien de consumo final importado.
X_3	Servicios de vivienda producidos en la ciudad.
$X_i^P; X_i^C$	Cantidades producidas y consumidas del bien X_i . Nótese que X_2^C son importaciones y $X_3^P = X_3^C$ pues este bien no es transable.
$q_1; q_2; q_3$	Precios del bien transable, bien importado y servicios de vivienda.
$N_1; N_3$.	Factor trabajo utilizado en la producción del bien transable y servicios de vivienda.
$K_1; K_3$.	Capital utilizado en la producción del bien transable y servicios de vivienda.
$L_1; L_3$.	Sitios de residencia de los trabajadores que intervienen en la producción del bien transable y servicios de vivienda; son bienes intermedios.
$p_N; p_K$	Precio de los factores trabajo y capital (e.g. salario y renta del capital).
N, K	Población de la ciudad y stock de capital. N es equivalente al tamaño de la ciudad.

ρ_1	Grado de rendimientos de escala en la producción del bien transable.
$\alpha_1; \beta_1; \delta_1$	Coefficientes de la función de producción del bien transable (i.e. función de producción Cobb-Douglas)
$\alpha_3; \beta_3; \delta_3$	Coefficientes de la función de producción de servicios de vivienda (i.e. función de producción Cobb-Douglas).
z	Grado de rendimientos decrecientes en la producción de sitios.

Producción:

La función de producción de la industria que produce bienes transables está dada por:

$$(1). \quad X_1^{1-\rho_1} = L_1^{\alpha_1} K_1^{\beta_1} N_1^{\delta_1}, \text{ donde: } \alpha_1 + \beta_1 + \delta_1 = 1; \quad 0 < \rho_1 < 1;$$

$$\text{y por lo tanto } \frac{\alpha_1 + \beta_1 + \delta_1}{1 - \rho_1} > 1.$$

Los rendimientos de escala son externos a la firma. Ello permite la especificación anterior, en la cual la firma se ve a sí misma trabajando bajo una función de producción que presenta rendimientos constantes de escala. Por lo tanto el producto marginal privado del trabajo está dado por $\frac{\delta_1 X_1}{N_1}$.

La función de producción de la industria que produce servicios de vivienda está dada por:

$$(2). \quad X_3 = L_3^{\alpha_3} K_3^{\beta_3} N_3^{\delta_3}, \text{ donde: } \alpha_3 + \beta_3 + \delta_3 = 1.$$

Dado que los servicios de vivienda son no transables, su precio varía con el tamaño de la ciudad; por lo tanto se determina endógenamente en el modelo.

El tercer bien producido en la ciudad es un bien intermedio utilizado en la producción del bien transable y de servicios de vivienda, denominado **sitios**. Los sitios son los lugares donde residen los trabajadores y en principio son producidos utilizando tierra y trabajo. Sin embargo, dado el supuesto de ausencia de escasez en la disponibilidad de tierra, Henderson (1972) asume que los sitios son producidos utilizando únicamente insumos laborales sujetos a rendimientos decrecientes de escala o costos laborales por sitio crecientes conforme se incrementa el tamaño de la ciudad. El insumo laboral es medido en términos del tiempo que los trabajadores utilizan en viajar desde sus lugares de residencia a la producción de dichos sitios.

La función de producción de sitios está dada por:

$$(3). \quad (L_1 + L_3)^{1-z} \equiv L^{1-z} = N_0, \text{ con } z < 0. \text{ [esto es, } L = (N_0)^{\frac{1}{1-z}} \text{]}$$

El coeficiente z mide el grado de rendimientos decrecientes en la producción de sitios; además se asume que z se incrementa en valor absoluto conforme se incrementa el tamaño de la ciudad. Esto es, conforme se incrementa z en valor absoluto se requieren más trabajadores para producir una cantidad dada de sitios; alternativamente, un mismo número de trabajadores producen cada vez menos sitios. Además, se asume que

$$\frac{1}{(1-z)} = N^m, \text{ con } -1 < m < 0, \text{ donde } N \text{ es la población de la ciudad.}$$

Las condiciones de pleno empleo de los factores están dadas por:

$$(4). \quad N_0 + N_1 + N_3 = N;$$

$$K_1 + K_3 = K; \text{ y}$$

$$L_1 + L_3 = L.$$

Consumo:

Además del bien transable (X_1) y de servicios de vivienda (X_3), los consumidores en esta economía consumen un bien de consumo final (X_2) que es importado de otras economías a un precio fijo q_2 .

Los consumidores tienen gustos y preferencia idénticos y maximizan su utilidad sujetos a los precios de los bienes y el ingreso de que disponen. El ingreso disponible para gastar en los tres bienes difiere bajo los supuestos mencionados respecto al lugar de residencia de los capitalistas. Estos es:

- Supuesto A: Todos los capitalistas viven en las ciudades de la economía y también trabajan como trabajadores.
 - o Se asume que el capital está distribuido de manera uniforme entre todos los trabajadores (e.g. la relación capital/trabajo es la misma para todos los trabajadores).
 - o El ingreso de un trabajador está dado por: $y = p_N + p_K \frac{K}{N}$
- Supuesto B: Los capitalistas son un grupo separado de gente que no trabaja como trabajadores.
 - o Las rentas de capital no son gastadas en las ciudades de la economía.
 - o El ingreso por trabajador está dado por $y = p_N$.

El ingreso total de la ciudad está dado por $Y = yN$ (diferente bajo supuestos A y B)

La función que maximizan los consumidores es de la forma:

$$U = x_1^a x_2^b x_3^c,$$

donde x_i es el consumo individual del bien i sujeto al ingreso de que disponen bajo los supuestos A y B.

Del proceso de optimización se obtienen funciones de utilidad indirecta para cada individuo y las funciones de demanda agregada por los tres bienes en la ciudad, que están dadas por:

$$(5). \quad X_1^C = \frac{aY}{q_1}; \quad X_2^C = \frac{bY}{q_2}; \quad y \quad X_3^C = \frac{cY}{q_3} \quad (\text{demandas agregadas}).$$

$$(6). \quad U = a^a b^b c^c y q_1^{-a} q_2^{-b} q_3^{-c} \quad (\text{función de utilidad indirecta}).$$

Nótese que únicamente y (ingreso personal) y q_3 (costo de vida en la ciudad) son variables endógenas. Además, el ingreso personal es función de p_N (salario), p_K (renta del capital) y la dotación capital que tiene cada trabajador.

La ecuación de balance comercial está dada por:

$$X_1^P q_1 - X_1^C q_1 = X_2^C q_2 + k p_K K$$

donde $k = 1$ bajo el supuesto B y $k = 0$ bajo el Supuesto A.

Solución del modelo:

El modelo se resuelve para:

- o Producción de la ciudad (X_1^P , X_3),
- o Consumo y exportaciones (X_1^C ; X_2^C ; $X_1^P - X_1^C$);
- o Precios de los factores (p_N , p_K);
- o Precio de los sitios (p_L); y
- o Precio de los servicios de vivienda (q_3);

En función de:

- o Empleo de trabajadores y capital (N y K).
- o Precios fijos de los bienes transables (q_1 y q_2).

El procedimiento para obtener soluciones del modelo es el siguiente:

- o **Paso 1:** Combinando las ecuaciones de las condiciones de pleno empleo (4) con: (i) las ecuaciones de producto marginal privado que determinan los precios de los factores en las producciones de bienes transables, servicios de vivienda y sitios; (ii) las demandas de los consumidores de la ecuación (5); y (iii) las funciones de costo derivadas de las ecuaciones (1), (2) y (3).
- o **Paso 2:** Las soluciones en términos de K y N para el precio de los servicios de vivienda (q_3), los salarios (p_N) y rentas del capital (p_K) se sustituyen en la ecuación de la función de utilidad indirecta (6) para resolver para los niveles de utilidad como función del nivel de empleo de los factores trabajo y capital.

Del proceso desarrollado en Paso 2 se obtienen funciones de la forma $U(K, N)$. Este tipo de funciones, explicadas a continuación, juegan un papel importante en la determinación del tamaño óptimo de ciudad, pues precisamente N es la medida del tamaño de la ciudad. En particular, se pueden derivar relaciones de la forma ilustrada en la siguiente figura:



En la determinación del tamaño óptimo de la ciudad se debe tener en cuenta las consideraciones de localización de los trabajadores y las decisiones de inversión de los capitalistas bajo los supuestos A y B. Tanto trabajadores como capitalistas buscan maximizar la utilidad de vivir en la ciudad, dada por la ecuación (6) derivada del Paso 2 bajo cada uno de los supuestos. La utilidad de los trabajadores está dada por U_N y la de los capitalistas por U_K .

- Supuesto B:
 - o Los trabajadores escogen para vivir la ciudad en la cual se maximiza su utilidad. A partir del Paso 2 la expresión que se obtiene para la ecuación (6) depende únicamente del costo de los servicios de vivienda (q_3) y del salario (p_N).

- o Los capitalistas invierten para maximizar las rentas del capital (p_K), que es la única variable en la expresión que se obtiene para la ecuación (6) en el paso (2), pues los capitalistas no viven en la ciudad.
- o Dado lo anterior, se obtiene una expresión para la utilidad de los trabajadores (U_N) para evaluar las decisiones de localización de los trabajadores en la determinación del tamaño óptimo de la ciudad. Por otro lado, p_K se utiliza para evaluar las decisiones de inversión de los capitalistas. En ambos casos estas funciones dependen únicamente de K y N .
- o **Por lo tanto, el tamaño eficiente de la ciudad depende únicamente de las decisiones de localización de los trabajadores.**
- Supuesto A:
 - o Los trabajadores son también capitalistas y las rentas que se generan en la economía se gastan en las ciudades.
 - o La función de utilidad derivada de (6) depende del costo de los servicios de vivienda (q_3) y del ingreso por trabajador ($y = p_N + \overline{p_K} \left(\frac{K}{N} \right)$), en donde $\overline{p_K}$ es exógeno, y la cantidad de poseída por cada trabajador es fija.
 - o Sustituyendo y la ecuación (6) se puede expresar como:

$$U = U_N + U_K, \text{ donde}$$

$$U_K = a^a b^b c^c \overline{p_K} \frac{\overline{K}}{N} q_1^{-a} q_2^{-b} q_3^{-c} \text{ y}$$

$$U_N = a^a b^b c^c p_N q_1^{-a} q_2^{-b} q_3^{-c}$$

- o Por lo tanto, en la determinación del tamaño óptimo de ciudad las decisiones de localización y de inversión no son decisiones separadas. En este caso p_K no es exógeno y junto con p_N y q_3 son las variables que se pueden expresar en términos de K y N , lo mismo que U_N y U_K .

Las expresiones para la renta del capital (p_K), y las funciones de utilidad indirectas de trabajadores y capitalistas (U_N y U_K), en términos logaritmos, se presentan en las ecuaciones (7), (8) y (9) en Henderson (1974, 646). A partir de las expresiones correspondientes se demuestra que:

$$\frac{\partial U_N}{\partial(K/N)} > 0, \text{ y}$$

$$\frac{\partial p_K}{\partial(K/N)} > 0 \text{ y } \frac{\partial U_K}{\partial(K/N)} > 0 \text{ si } \rho_1 + \beta_1 < 1$$

Esto es, se dan efectos normales a menos que el grado de rendimientos crecientes sea muy elevado.

3. Funciones de utilidad y rentas del capital

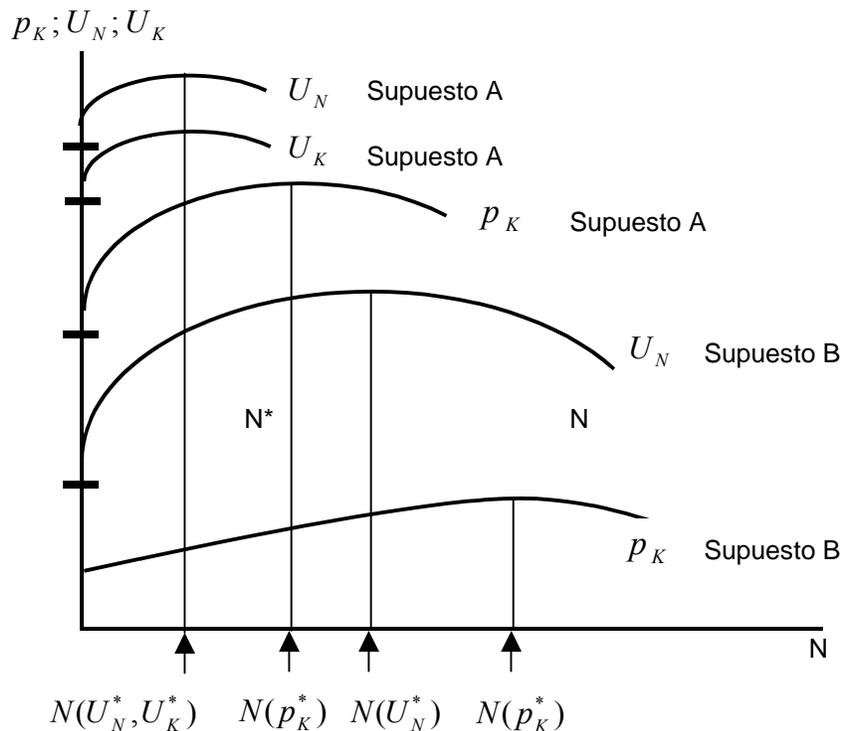
Las ecuaciones (7), (8) y (9) arriba mencionadas (Henderson, 1974, 646) son función de la relación K/N , una medida de la escala de producción de la ciudad o N , varios parámetros de producción y consumo, y los precios de los bienes transables (q_1 y q_2). Además, con el propósito de establecer el efecto de cambios en el tamaño de la ciudad se derivan expresiones para $\frac{\partial p_K}{\partial N}$, $\frac{\partial U_K}{\partial N}$ y $\frac{\partial U_N}{\partial N}$, manteniendo constantes K/N , q_1 y q_2 ; dichas expresiones se presentan en las ecuaciones (10), (11) y (12) respectivamente (Henderson, 1974, 647).

Henderson demuestra que en todos los casos las expresiones son positivas si N es pequeño. Esto es, la renta del capital y la utilidad derivada de vivir en la ciudad se incrementan conforme se incrementa el tamaño de la ciudad. Sin embargo, conforme N se incrementa dichas derivadas dichas derivadas pueden convertirse negativas. Una condición suficiente (necesaria en el caso de p_K) para que eso suceda es que $\alpha_1 \geq \rho_1$.

De la ecuación (1) α_1 es una medida de la intensidad con que se utilizan los **sitios** en la producción del bien transable que se produce en la ciudad y ρ_1 es una medida de las economías externas en la producción de dicho bien.

Si $\alpha_1 \geq \rho_1$ tanto p_K como U_K y U_N alcanzan un máximo y luego se reducen, pues los beneficios de la aglomeración (ρ_1) son eventualmente superados por las deseconomías que se producen en la producción de sitios, dado que el nivel de producción de sitios se incrementa conforme α_1 se incrementa. Si $\alpha_1 < \rho_1$ los niveles de utilidad pueden alcanzar un máximo mientras que las rentas del capital se incrementan indefinidamente; o tanto las utilidades como las rentas del capital pueden incrementarse indefinidamente.

Los cambios en p_K , U_K y U_N ante cambios en el tamaño de la ciudad N se representan en la Figura 1 (Henderson, 1972, 648), que se reproduce a continuación:



Fuente: Figura 1 en Henderson (1974, 648).

Los tamaños de ciudad que maximizan p_K [i.e. $N(p_K^*)$], U_K [i.e. $N(U_K^*)$] y U_N [i.e. $N(U_N^*)$] se obtienen resolviendo las ecuaciones (10), (11) y (12) igualadas a cero. En general bajo el Supuesto A se obtiene que $N(U_N^*) = N(U_K^*) \equiv N(U_N^*, U_K^*) < N(p_K^*)$, tal como se ilustra en la figura anterior. Estos valores no varían con respecto a cambios en K/N y q_1 .

Además, bajo el Supuesto B los tamaños óptimos de ciudad que maximizan p_K y U_N son mayores que bajo el Supuesto A. Esto se debe a que bajo el Supuesto B las rentas del capital no se gastan en las ciudades; por lo tanto no se utilizan para incrementar la demanda por servicios de vivienda y consumo en la ciudad. Por lo tanto, dado que la cantidad de servicios de vivienda en relación al bien transable producido en la ciudad es menor que bajo el supuesto A, el costo de los sitios se incrementa más lentamente para compensar los costos de aglomeración.

Otros resultados importantes que se dan si $\alpha_1 \geq \rho_1$ son los siguientes (Henderson 1974, 647.648):

$$\frac{\partial U_N}{\partial(K/N)} > 0; \quad \frac{\partial p_K}{\partial(K/N)} < 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial U_K}{\partial(K/N)} < 0$$

$$\frac{\partial U_N}{\partial q_1} > 0; \quad \frac{\partial p_K}{\partial q_1} > 0 \text{ y } \frac{\partial U_K}{\partial q_1} > 0.$$

Ante cambios en K/N y q_1 las curvas se muevan hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de la derivada correspondiente.

4. El tamaño óptimo de las ciudades.

El proceso de formación de la ciudad se inicia con una ciudad en la economía produciendo el bien transable X_1 y luego se incrementa el tamaño de la economía. Interesa conocer bajo qué condiciones emergen nuevas ciudades. Se asume que la relación K/N se mantiene constante, lo mismo que q_1 .

Solución bajo el Supuesto A:

En este caso se maximiza $U = U_N + U_K$. Una nueva ciudad surge cuando $N = 2 N(U_N^*, U_K^*)$. Esto resulta en dos ciudades de igual tamaño, estabilidad en los mercados de factores, igualación de la retribución a los factores en ambas ciudades y pleno empleo en la economía.

Conforme estas dos ciudades de tamaño $N(U_N^*, U_K^*)$ crecen una tercera ciudad emerge cuando alcanzan el tamaño $3/2 N(U_N^*, U_K^*)$. Y en general una ciudad $(n + 1)$ surgirá cuando la ciudad n alcanza el tamaño $(n + 1/n) N(U_N^*, U_K^*)$.

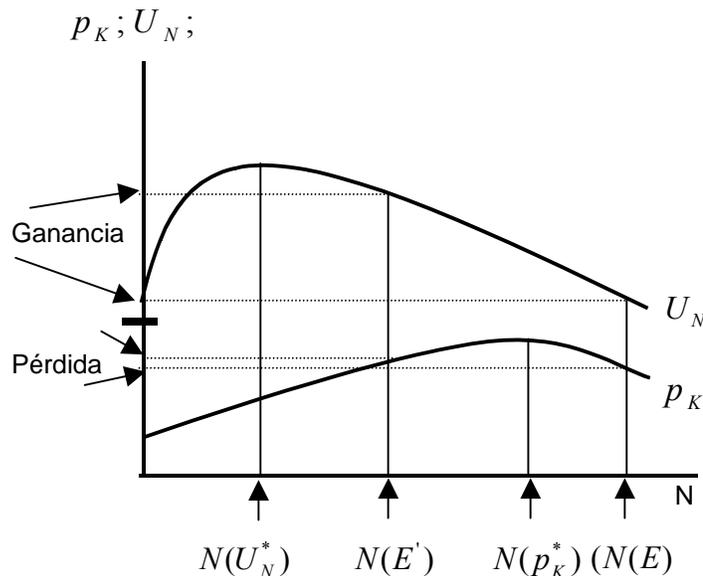
El tamaño óptimo de ciudad $N(U_N^*, U_K^*)$ representa los beneficios máximos de las economías de escala o bienestar en la economía. Representa el alcance de una especie de rendimientos constantes de escala en la producción, pues al doblarse el tamaño de la economía el único efecto es la duplicación en el número de ciudades, sin efectos adicionales en términos de economías de escala.

Solución bajo el Supuesto B:

En este caso existe divergencia entre los capitalista y los trabajadores respecto al punto en el cual se alcanza el tamaño óptimo de ciudad, pues $N(U_N^*) < N(p_K^*)$. Por lo tanto está diferencia debe reconciliarse. El argumento para ello procede de la siguiente manera: El tamaño inicial de la ciudad debe incrementarse por encima de $N(p_K^*)$ si del incremento en la rentabilidad del capital (p_K) los capitalistas pueden compensan a los trabajadores por la pérdida en utilidad resultante de no formar otra ciudad. Esto es, los trabajadores aceptan un mayor tamaño de ciudad si son compensados por los capitalistas.

La compensación se establece de la siguiente manera. El tamaño de la ciudad se incrementa de $N(U_N^*)$ a $N(E)$, donde es óptimo formar dos ciudades de tamaño $N(E')$. Con la formación de esas dos ciudades los trabajadores ganan y los capitalistas pierden, pues en la nueva

situación $N(U_N^*) < N(E') < N(p_K^*)$. Para que existe una compensación óptima en sentido paretiano, lo que los trabajadores ganan debe ser mayor que la pérdida de los capitalistas. La representación gráfica del proceso de compensación se ilustra en la siguiente figura; el proceso se describe a continuación.



Fuente: Figura 3 en Henderson (1974, 650).

- o Pérdida de los capitalistas: $K(p_K(E) - p_K(E'))$;
- o Ganancia de los trabajadores: $N(U_N(E') - U_N(E))$;
- o Compensación que pueden dar los capitalistas a los trabajadores para no formar una segunda ciudad: (14)

$$M(K) = K / N(p_K(E) - p_K(E')) (U_N(E') - U_N(E)) = a^a b^b c^c y q_1^{-a} q_2^{-b} q_3^{-c} M(N)$$

- o Compensación requerida por los trabajadores por no formar una segunda ciudad (e.g. subsidio a los trabajadores para incrementar su utilidad en el tamaño de ciudad $N(E)$ a los que tendrían en el tamaño de ciudad $N(E')$): (15):

$$M(N) = a^{-a} b^{-b} c^{-c} y q_1^a q_2^b q_3^c (U_N(E') - U_N(E)).$$

- o En (14) el valor q_3^{-c} deflacta $M(K)$ en $M(N)$. Entonces: $M(N) > M(K)$

- o Por lo tanto al alcanzarse $N(E)$ se forman dos ciudades de tamaño $N(E')$ dado que $M(N) > M(K)$. Esto es, lo que ganan los perdedores (trabajadores) con la compensación es mayor a lo que tienen que pagar los ganadores (capitalistas). Esta es una situación Pareto Óptima.

Para estudiar el caso que existen muchas ciudades las ecuaciones (14) y (15) se expresan en términos de derivadas:

$$M(N) = | a^{-a} b^{-b} c^{-c} y q_1^a q_2^b q_3^c (\partial U_N / \partial N) | \geq | K / N (\partial p_K / \partial N) | = M(K).$$

Dos resultados importantes del modelo son los siguientes:

- o El tamaño de las ciudades es mayor bajo el Supuesto B .
- o Tanto bajo el Supuesto A como bajo el Supuesto B, si las curvas de rentas y de utilidad crecen indefinidamente el número óptimo de ciudad será uno.

5. El tamaño de equilibrio de las ciudades en una economía de mercado.

El igual que en el caso anterior se presentan dos soluciones: (i) solución inicial de mercado simplista (bajo el Supuesto B), y (ii) Corporación Metropolitana (Supuestos A y B).

Solución simplista de mercado (Supuesto B).

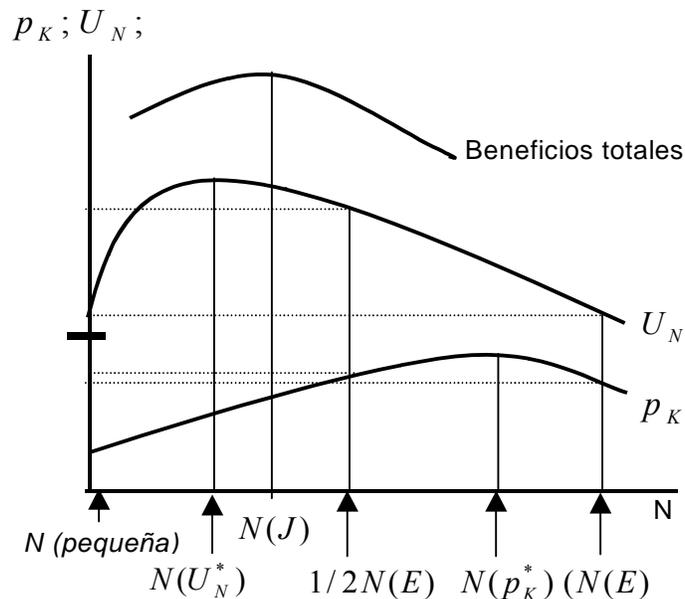
En este caso es el comportamiento de las firmas lo que determina el proceso de formación y el tamaño de las ciudades. El proceso se inicia cuando una firma encuentra que es rentable moverse a una nueva localización en la cual puede obtener una rentabilidad más alta. La firma no se percata de las economías de escala que le son externas. Inicialmente contrata una cantidad pequeña de factores para formar una firma y una ciudad pequeñas. Esto lo puede hacer cuando la ciudad inicial ha alcanzado un determinado tamaño $N(E)$.

En esta nueva pequeña ciudad la firma opera con una relación K / N más pequeña. Dado que $\frac{\partial U_N}{\partial(K/N)} > 0$ y $\frac{\partial p_K}{\partial(K/N)} < 0$ y la diferencia en las escalas de operación, el empresario puede pagar rentas por el capital y niveles de utilidad mayores o iguales que sus competidores, lo cual le genera beneficios. Estos beneficios incentivan a otras empresas instalarse en la nueva ciudad. El proceso continúa hasta que se establecen dos ciudades de igual tamaño, igual a la mitad del tamaño que había alcanzado la ciudad inicial, esto es $1/2 N(E)$. En este nuevo tamaño U_N y p_K son ambos mayores que en el tamaño que había alcanzado la ciudad inicial.

Partiendo del nuevo tamaño el proceso continúa hasta que de nuevo ambas ciudades alcanzan de nuevo el tamaño original, esto es $N(E)$. El proceso se repite hasta que se estabiliza en tres ciudades de tamaño $2/3 N(E)$. Y así sucesivamente hasta que cada vez se alcanza el

tamaño $N(E)$, el punto determinante para la formación de nuevas ciudades. Por lo tanto, en el caso en que existen muchas ciudades, $N(E)$ es precisamente el tamaño de equilibrio de las ciudades.

Por lo tanto, bajo el supuesto B se presenta una divergencia entre el tamaño de equilibrio y el tamaño óptimo de las ciudades, tal como se ilustra a continuación:



Fuente: Figura 4 en Henderson (1974, 653).

- o Tamaño de equilibrio = $N(J)$, donde $N(U_N^*) < N(J) < N(p_K^*)$.
- o Tamaño óptimo: $N(E)$, donde $N(U_N^*) < N(p_K^*) < N(E)$.

Corporación Metropolitana

Para demostrar que $N(E)$ no puede ser una situación de equilibrio se introduce el concepto de Corporación Metropolitana. Este concepto trata de emular una situación en la cual el proceso de formación de nuevas ciudades se da con el movimiento de industrias completas y no de firmas individuales. Como se verá, la Corporación Metropolitana desarrolla el proceso de creación de nuevas ciudades actuando como una especie de mercado de factores.

Supuesto B:

Se parte de suponer que la ciudad ha alcanzado el tamaño $N(E)$. En cualquier otro tamaño de ciudad menor que $N(E)$ la corporación puede contratar factores a tasas mayores y obtener un beneficio. Por lo tanto, otros empresarios siguen el movimiento inicial, contratando nuevos factores y estableciendo nuevas ciudades. La competencia por factores para crear nuevas ciudades incrementa el precio de los factores y eventualmente elimina los beneficios. Los beneficios desaparecen cuando se alcanzan los beneficios totales máximos. En la figura anterior esto sucede en el tamaño de ciudad $N(J)$.

Por lo tanto la industria de la Corporación de la Ciudad funciona como si se utilizara un mecanismo de compensación en la discusión del tamaño óptimo de la ciudad. Sin embargo, para lograr lo anterior la corporación de la ciudad debe ser capaz de restringir el tamaño de la ciudad, para lo cual debe ser propietaria de toda la tierra o controlar su desarrollo y uso.

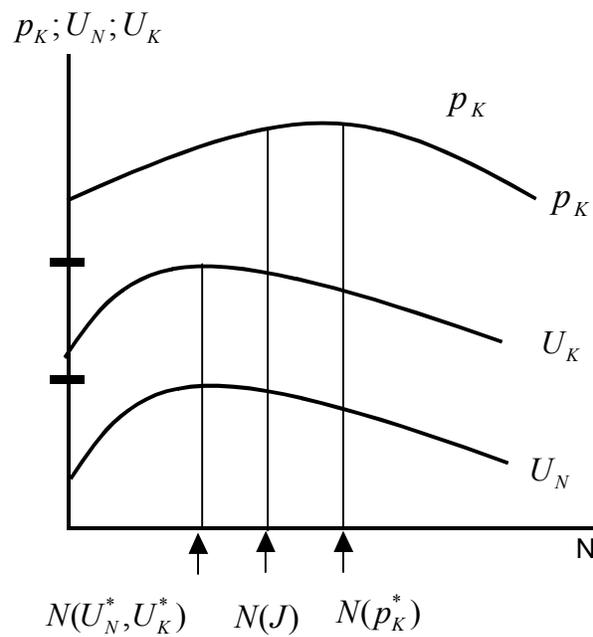
Supuesto A:

Al igual que en el caso anterior, el tamaño de equilibrio de la ciudad será mayor que $N(U_N^*, U_K^*)$, en un punto como $N(J)$, donde la declinación en la utilidad total (i.e. $U = (U_N + U_K)$) convertida en unidades monetarias supera el incremento en $p_k \overline{K} / N$

Los trabajadores buscan maximizar su ingreso y los capitalistas la rentabilidad del capital. En este caso el rol de la Corporación Metropolitana es maximizar los beneficios cuando las pérdidas de ingreso asociadas a un mayor tamaño de ciudad no son superadas por las ganancias en ingresos de capital.

El punto $N(J)$ es el punto de equilibrio de la ciudad porque no se pueden generar nuevos beneficios con la formación de ciudades menor tamaño. Si se formara una ciudad de tamaño $N(U_N^*, U_K^*)$ se incrementaría el nivel de utilidad de los trabajadores que viven en la ciudad. Sin embargo, las rentas del capital tendrían simultáneamente que reducirse y por lo tanto los capitalistas no invertirían en una ciudad como $N(U_N^*, U_K^*)$. Un argumento similar explica por que el tamaño de la ciudad no puede ser $N(p_k^*)$.

Este caso se ilustra en la siguiente figura:



Fuente: Figura 5 en Henderson (1974, 655).

B Extensiones del modelo original de Henderson

Algunas extensiones del modelo de Henderson incluyen los siguientes casos:

- o Introducción de otro tipo de ciudades (e.g. que producen bienes diferentes);
- o Introducción de recursos naturales.
- o Introducción de costos de transporte y comercio entre ciudades.

Una situación posible es considerar el caso en de una segunda ciudad especializada en la producción del bien final de consumo X_2 .

En este caso el equilibrio en la economía depende tanto del:

- o equilibrio en el mercado de factores con igualación de rentas y niveles de utilidad; y del

- o equilibrio en los mercados de bienes con mercados que se aclaran a partir del consumo local y del intercambio comercial entre ciudades.

En este caso las ciudades pueden diferir en tamaño dadas las diferencias en los parámetros de las funciones de producción, especialmente α_i y ρ_i . Como resultado, a pesar de que los niveles de utilidad se igualan entre ciudades, los precios de la vivienda y los salarios pueden diferir dependiendo del tamaño y tipo de ciudad.

Un caso interesante es cuando la economía es muy pequeña. En este caso es posible que sea inestable tener dos ciudades.

También es posible que los trabajadores de la ciudad más grande demanden mayores salarios, para compensar la reducción de ingresos producto del mayor costo de vida. Bajo el supuesto A los trabajadores con un mayor ingreso por concepto de rentas de capital tendrán un incentivo para vivir en ciudades más pequeñas y disfrutar de los niveles de vida más bajos. Por lo tanto la distinción entre supuestos A y B empieza a perder relevancia.

C Desarrollos recientes.

En un artículo publicado en 1999 en el *Journal of Political Economy*, Black y Henderson formalizan conceptualmente un modelo para explorar dos preguntas de interés en la literatura sobre economía urbana: (i) ¿cómo afecta la urbanización la eficiencia del proceso de crecimiento económico?; y (ii) ¿cómo afecta el crecimiento los patrones de urbanización?.

Se parte de una economía urbanizada que experimenta crecimiento económico endógeno y en la cual el crecimiento de la población es exógeno. El modelo de crecimiento de dicha economía contempla dos componentes. El primer componente es la parte urbana, que describe la organización espacial de la población y de la producción. La economía consiste de dos tipos de ciudades. Las ciudades Tipo 1 se especializan en la producción de bienes intermedios; las ciudades Tipo 2 se especializan en la producción de un bien de consumo y utilizan bienes intermedios producidos en las ciudades Tipo 1.

El segundo componente del modelo del crecimiento urbano involucra las decisiones de las familias relativas a la migración y a la inversión en capital humano. Todas las familias inician con la misma dotación de capital humano y crecen en tamaño a la misma tasa. Las familias deben decidir como asignar sus miembros entre las ciudades, cuanto gastar en consumo y cuanto dedicar a invertir en capital humano.

Los resultados del análisis de decisiones de los agentes en cada una de las dos componentes de la economía se resumen en la **Proposición 1**: (a) las relaciones de capital humano e ingreso por persona entre ambos tipos de ciudades no cambian con el tiempo. Esto implica desigualdades de ingreso permanentes entre los niveles de ingreso por trabajador y las dotaciones de capital humano, siendo estos valores mayores en las ciudades en las cuales el retorno al capital humano es mayor; (b) la distribución relativa de la población entre ciudades no varía en el tiempo; (c) el precio de los bienes de consumo se incrementa (disminuye) con la acumulación de capital humano si y solo si la rentabilidad social del capital humano invertido en

las ciudades que produce bienes intermedio es mayor (menor) que en las ciudades que producen bienes finales.

El modelo considera dos aspectos del crecimiento: (i) aspectos del crecimiento urbano; y (ii) propiedades del crecimiento económico.

En relación al crecimiento urbano el resultado más importante se presenta en la **Proposición 2**: Los tamaños de las ciudades individuales crecen a una tasa proporcional a la tasa de acumulación de capital humano. Dado que los tamaños relativos y número de tipo de ciudades no varían con el tiempo, el crecimiento urbano a lo largo de las ciudades es paralelo, manteniendo una distribución relativa constante del tamaño de las ciudades.

Esta proposición se somete a confirmación empírica con datos de los Estados Unidos. En términos generales la evidencia empírica apoya los resultados teóricos de que el tamaño de las ciudades está relacionado con las tasas de crecimiento de la inversión local en capital humano.

En relación a las propiedades del crecimiento económico los resultados se resumen en la **Proposición 3**: Si un promedio ponderado (ε) de las elasticidad del ingreso con respecto los niveles de capital humano en los dos tipos de ciudades es igual a 1, la economía alcanza un nivel de equilibrio de estado estacionario (steady-state), en el cual el consumo y el capital humano crecen a la tasa $(A - \rho)\sigma^{-1}$ y el tamaño de las ciudades crece a la tasa $(2\varepsilon_1)$. Si dicho promedio ponderado es menor que 1, la economía converge a niveles de estado estacionario de consumo y capital humano y las ciudades alcanzan un estado estacionario. [ρ es la tasa de descuento del futuro; σ es un coeficiente mayor que cero indicativo del grado de utilidad derivada del consumo; A es una expresión que incluye varios parámetros del modelo].

En relación a la internalización de los *spillovers* de conocimiento local se plantea la **Proposición 5**: Si de alguna manera se pudieran dictar los niveles de capital humano para cada uno de los tipos de ciudades, los *spillover* locales del capital humano potencialmente podrían ser internalizados, resultando en patrones contemporáneos de crecimiento y resultados de mercado eficientes.

En resumen, ante la pregunta de ¿cómo afecta el crecimiento los patrones de urbanización?, se establece que existe una fuerte relación positiva entre el tamaño de las ciudades y los niveles locales de capital humano (Proposición 2).

Por otro lado, ante la pregunta de ¿cómo afecta la urbanización la eficiencia del proceso de crecimiento económico?, se obtienen resultados que indican que, en teoría, la existencia de instituciones urbanas puede conducir a la internalización de los *spillovers* de conocimiento local (Proposición 5).

IV ALGUNOS TEMAS ESPECIALES

A Crecimiento económico y concentración urbana.

Un tema de interés en la literatura sobre economía urbana, estudios urbanos, urbanismo, etc. es el de la relación entre urbanización y desarrollo. Una dimensión de este problema explorada por Henderson (2000) es el efecto que tiene la concentración urbana sobre el crecimiento económico. El estudio de Henderson (2000) aborda el estudio de lo que se puede denominar un **grado óptimo de urbanización**. El punto de partida es que muchos países pueden alcanzar grados excesivos de urbanización que podrían limitar su crecimiento económico, pues la urbanización en exceso es costosa para la economía. El artículo aborda los siguientes elementos:

- Análisis econométrico de la relación entre concentración urbana y crecimiento económico incluyendo países en diferentes niveles de desarrollo económico. Algunas hipótesis al respecto son las siguientes:
 - o En una economía hay ganancias iniciales en términos de crecimiento económico derivadas de la urbanización; estas ganancias alcanzan un máximo, después del cual la urbanización causa pérdidas (**Hp1**).
 - o El nivel óptimo de concentración urbana se incrementa inicialmente conforme el país empieza a crecer rápido; sin embargo, crecimiento adicional hace que el grado deseado de urbanización sea menor (**Hp2**).
 - o El grado deseado de urbanización disminuye con el tamaño del país (**Hp3**).
 - o Algunos países no han alcanzado niveles óptimos de urbanización (**Hp4**).
- Examen de los determinantes de la concentración urbana en un país (e.g. estado de desarrollo del país; marco y proceso institucional).
- Evaluación de prescripciones de política para países que han pasado sus niveles óptimos de concentración urbana.

Para medir concentración urbana se utiliza una medida de *primacía urbana*: el porcentaje que representa la población de la ciudad de mayor tamaño dentro de la población urbana total. El procedimiento seguido es utilizar los resultados derivados de estudio de los niveles de desarrollo para prescribir tamaños de ciudad; para ello se estiman rangos aceptables de tamaño de ciudades. Los resultados del estudio del crecimiento se derivan de la utilización de un modelo estándar de crecimiento económico tipo Solow.

A lo largo del modelo se utiliza la siguiente notación:

Y	Producción.
$K(t), N(t), y A(t)$	Capital; trabajo y nivel de tecnología

$n = \dot{N} / N$	tasa de crecimiento de la población
$g = \dot{A} / A$	Tasa de crecimiento tecnológico
δ	Tasa de depreciación del capital.
s	Fracción del ingreso ahorrada e invertida.
$\hat{y} = Y / AN$	Producción por unidad de trabajo.
$\hat{k} = K / AN$	Capital por unidad de trabajo.
B	Tasa de convergencia al estado estacionario.

El modelo básico del que se parte es el siguiente¹:

$$(H1). \quad Y = (K(t))^\alpha (A(t)N(t))^{1-\alpha}$$

En una situación de estado estacionario el capital por unidad de trabajo es igual a

$$\hat{k}^* = \frac{s}{(n + g + d)^{1/(1-\alpha)}}, \text{ donde } \hat{y}^* = \hat{k}^{*\alpha}.$$

Para las estimaciones econométricas Henderson deriva la siguiente ecuación:

$$(H4). \quad \log y_i(t_2) - \log y_i(t_1) = -(1 - e^{-\beta\tau}) \log y_i(t_1) + X_i(t_1)\gamma + f_i + \eta_{it_2} + \varepsilon_{it_2},$$

donde:

- o $\beta = (1 - \alpha) / (n + g + \delta)$ y $\tau = t_2 - t_1 > 0$.
- o $X_i(t_1)$ es un vector de determinantes de la tasa de crecimiento económico del país i ; por ejemplo, las tasas de inversión promedio y de crecimiento de la población entre t_1 y t_2 y una medida de capital humano en t_1 ;
- o f_i son características específicas del país que representan su geografía y cultura;
- o η_{it_2} es una variable dummy de tiempo para representar shocks globales, tales como avances tecnológicos globales, y
- o ε_{it_2} son shocks contemporáneos.

Para incorporar la concentración urbana se incorpora en la ecuación (4) la medida de **primacía urbana** bajo especificaciones alternativas de la siguiente formulación general:

¹ Las ecuaciones aparecen con la misma numeración que en Henderson (2000), precedida de una H (e.g. H1, etc)

$$(H5). \quad p(\text{primacia}_i(t_1), \log y_i(t_1), \text{escala}_i(t_1)),$$

donde los argumento en $p(\cdot)$ son medidas de la primacía urbana, ingreso, y escala del país.

Las estimaciones se realizan utilizando MCO y variables instrumentales, para tomar en cuenta la posibilidad de que los errores de un período determinado estén correlacionados con algunas variables explicativas del modelo en períodos anteriores. La estimación de variables instrumentales se basa en el Método Generalizado de Momentos (Generalized Method of Moments – GMM).

En la estimación de MCO se utiliza la ecuación (H4). En la estimación GMM, se implementa una estimación de niveles diferenciados de ecuaciones (H4), en donde la ecuación estimada para un período determinado, asumiendo una secuencia de períodos t_0, t_1, t_2, t_3 , etc. tiene la siguiente forma (H6):

$$\begin{aligned} (\log y_i(t_3) - \log y_i(t_2)) - (\log y_i(t_2) - \log y_i(t_1)) &= -(1 - e^{-\beta\tau})(\log y_i(t_2) - \log y_i(t_1)) \\ &+ (X_i(t_2) - X_i(t_1))\gamma + (\eta_{it_3} - \eta_{it_2}) + (\varepsilon_{it_2} - \varepsilon_{it_1}). \end{aligned}$$

Para incorporar los efectos de la concentración urbana, las ecuaciones (H4) y (H6) se incrementan con las diferentes especificaciones de (H5). En una primera aproximación para mostrar el efecto de la concentración urbana, se agrega la siguiente especificación de (H5):

$$(H5a). \quad + \text{primacia}_i(t_1) [\delta_0 + \delta_1 \log y_i(t_1) + \delta_2 (\log y_i(t_1))^2],$$

donde se espera que $\delta_1 > 0$ y $\delta_2 < 0$, según la hipótesis Hp1 (e.g. efectos positivos del crecimiento urbano que se reducen con el incremento del ingreso). Una especificación más sofisticada, que permite la posibilidad de que haya mucha o poca concentración (e.g. Hp2 y Hp4), es la siguiente:

$$\begin{aligned} (H5b). \quad &+ \text{primacia}_i(t_1) [\delta_0 + \delta_1 \log y_i(t_1) + \delta_2 (\log y_i(t_1))^2] + \\ &+ (\text{primacia}_i(t_1))^2 [\delta_4 + \delta_5 \log y_i(t_1) + \delta_6 (\log y_i(t_1))^2] \end{aligned}$$

Se espera que la primera expresión entre paréntesis cuadrados sea positiva y la segunda negativa; esto es, beneficios iniciales positivos de la concentración urbana conforme las economías de escala son explotadas, los cuales alcanzan un máximo y luego se reducen con niveles adicionales de concentración urbana (e.g. Hp2). Una formulación más simple, en la que $\delta_5 = \delta_6 = 0$, capta lo fundamental de las relación postulada).

Además, para capturar la posibilidad de que los resultados varíen con el tamaño del país (e.g. Hp3), se agrega en la ecuación (H5b) el término $\log(\text{escala}_i(t_1))$ con los correspondientes coeficientes δ :

$$(H5c). + primacia_i(t_1) [\delta_0 + \delta_1 \log y_i(t_1) + \delta_2 (\log y_i(t_1))^2 + \delta_3 \log(escala_i(t_1))] + \\ + (primacia_i(t_1))^2 [\delta_4 + \delta_5 \log y_i(t_1) + \delta_6 (\log y_i(t_1))^2 + \delta_7 \log(escala_i(t_1))]$$

Para la medición de la variable *escala* se utiliza el porcentaje que representa la población urbana en el total de la población del país. Se espera que el tamaño óptimo de concentración urbana se reduzca conforme el tamaño del país se incrementa (e.g. Hp3).

Para las estimaciones se trabaja con períodos de 5 años (i.e. $\tau = 5$) durante el período 1960-1995. A continuación se presenta un resumen de los principales resultados obtenidos de esta formulaciones²:

Resultados generales:

El detalle de las estimaciones efectuadas por medio de OLS y GMM, bajo diferentes especificaciones de (H5), se presenta en el Cuadro 2 (Henderson, 2000, 32-33).

- o En todas las estimaciones los coeficientes δ_1 y δ_2 tienen los signos esperados (i.e. $\delta_1 > 0$ y $\delta_2 < 0$) y son significativamente diferentes de cero (5%) (**H1**).
- o El modelo con la especificación (H5b) es mejor que con la especificación (H5c). Con esta especificación se obtienen los resultados esperados: (i) incrementos iniciales de concentración urbana beneficiosos para el crecimiento, alcanzan un máximo y luego se reducen (**H1**); (ii) el nivel máximo de concentración urbana varía con el nivel de ingreso (**H2**).
- o En todas las estimaciones bajo la especificación (H5c) el signo de δ_3 es según lo esperado (e.g. $\delta_3 < 0$) y estadísticamente significativo (5%) (**H3**). Solo se presenta un modelo en el que se asume que $\delta_7 > 0$ y el coeficiente no es estadísticamente significativo.
- o Los mejores resultados se presentan con la especificación (H5c), asumiendo $\delta_7 = 0$; además, para este modelo los mejores resultados se obtienen bajo la estimación de variables instrumentales.

Costos de la concentración urbana excesiva.

A partir de los resultados de la estimación GMM bajo la especificación (H5c) asumiendo $\delta_7 = 0$, se obtienen tres cálculos: (i) estimación puntual del mejor valor del indicador de primacía urbana para diferentes niveles de ingreso y de escala del país; (ii) estimación del error estándar para el mejor valor de primacía urbana; (iii) ganancia en crecimiento anual de moverse una desviación estándar por encima (debajo) del mejor valor de primacía urbana. Algunos resultados importantes a partir de estos cálculos son los siguientes:

² En el Cuadro 1 (pp. 30-31) se presentan estimaciones de los modelos básicos de crecimiento –ecuaciones (4) y (6)– sin concentración urbana.

- o El “mejor valor” de primacía urbana se incrementa con el ingreso³ hasta un ingreso de aproximadamente \$4900 y luego declina. Sin embargo, hay un rango bastante amplio (aprox \$1800 - \$8100) en el que dichos valores cambian poco.
- o La pérdida por un valor excesivamente alto de primacía urbana es baja hasta un ingreso de aproximadamente \$3000 y alcanza niveles máximos en el rango de ingreso medio, de \$5000 a \$10000.
- o Las pérdidas en las tasas de crecimiento anual del ingreso por concentración urbana excesiva a cualquier nivel de ingreso son considerables; para un país con un ingreso entre \$3000 y \$4900 (e.g. Costa Rica) puede significar o pérdidas anuales entre un 4% (\$3000) y un 1.6% (\$4900), independientemente del tamaño de la población urbana (eg. Escala).
- o Las magnitudes de la pérdida en crecimiento por la concentración urbana excesiva son similares a las ganancias que se derivan de un incremento de una desviación estándar en el capital humano o en la tasa de inversión. Por lo tanto, es posible que el potencial de crecimiento de una economía sea desperdiciado por la concentración urbana excesiva.
- o Los mejores valores de concentración urbana se reducen conforme se incrementa el tamaño de la población urbana (efecto escala). Para un ingreso en el rango \$3000-4900 el mejor valor de primacía urbana se reduce de 0.28 (población urbana de 8 millones), a 0.24 (población urbana de 22 millones), a 0.18 (población urbana de 100 millones).
- o El ingreso de Costa Rica lo sitúa en el rango \$3000-\$4900, en el cual el mejor valor del indicador de primacía urbana es de 0.28 para una población urbana de 8 millones. Dado que Costa Rica tiene una población urbana menor que 8 millones es posible que el mejor valor de primacía urbana se encuentre por debajo de 0.32, pues cuanto mayor la disminución del tamaño de la población urbana menor la disminución en el mejor nivel de primacía urbana.

Países según concentración urbana.

Para determinar que países tienen primacías urbanas excesivas se calculan los mejores niveles de primacías urbanas de cada país, con datos de población urbana y niveles de ingreso de 1990. Luego se calculan bandas de niveles de mejores niveles de primacía urbana, con las bandas definidas por dos desviaciones estándar por encima o por debajo de los niveles estimados. Este valor se compara con los valores reales. Si en nivel del país está por encima de la banda el país tiene concentración urbana excesiva; si está por debajo tiene menos que niveles ideales de concentración urbana. Los principales resultados para 72 países son los siguientes:

³ El ingreso está en Dólares Paridad Poder de Compra (PPC\$). El ingreso de Costa Rica así medido a principios de los noventa era de alrededor de \$ 3500.

- o Entre los países con concentraciones urbanas adecuadas se encuentran muchos países federales (e.g. Estados Unidos, Canadá, Australia, Nueva Zelanda) y países de América Latina con un grado importante de descentralización (e.g. Colombia, Ecuador, Bolivia).
- o Costa Rica se encuentra entre los países con niveles excesivos de primacía urbana. Muchos de estos países son altamente centralistas (e.g. Costa Rica, Uruguay) o con estructuras federales muy débiles (e.g. Argentina). En esta categoría se ubica la mayoría de países centroamericanos (e.g. Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Nicaragua y Panamá).
- o En un número importante de países (18) los resultados no son concluyentes al utilizar varias especificaciones de (5).

B Determinantes de la concentración urbana.

El estudio de los determinantes de la concentración urbana ha sido abordado entre otros por Ingram (1997), Henderson (2000), Gaviria y Stein (2000)⁴. Ingram (1997) presenta un resumen de regularidades empíricas acerca del desarrollo urbano y sus determinantes, basado en la revisión de estudios. Este documento fue objeto de análisis para la elaboración del primer ensayo corto.

Los trabajos de Henderson (2000) y de Gaviria y Stein (2000) presentan estimaciones econométricas de modelos orientados a la explicación de la concentración urbana. En ambos estudios el enfoque es similar: se trabaja con un panel de países a lo largo del tiempo, con el propósito de estudiar determinantes tanto del nivel de concentraciones, como de cambios en esos niveles de concentración. Henderson dividen su panel en períodos de 5 años; Gaviria y Stein trabajan con períodos de 10 años.

Henderson (2000) parte del siguiente modelo:

$$(H10). \text{ primacia}_i(t) = a + X_i(t)B + f_i + \eta_i + \varepsilon_i$$

donde:

- o $X_i(t)$ son variables explicativas del tipo mencionadas en la sección anterior, tales como el nivel de desarrollo y escala (e.g. población urbana y extensión territorial); variables político institucionales (e.g. grado de federalismo, descentralización); y variables relacionadas con la densidad de la infraestructura de transporte y la apertura de la economía (exportaciones más importaciones).
- o f_i es un efecto país; η_i es una variable dummy de tiempo; y ε_i es un término de error.

⁴ Estos estudios revisan mucha de la literatura sobre el tema, de manera que son buenos puntos de referencia para aquellos estudiantes interesados en el tema.

Para efectos de estimación bajo GMM se utiliza la siguiente ecuación:

$$(11). \quad \text{primacia}_i(t) - \text{primacia}_i(t_{-1}) = (X_i(t) - X_i(t_{-1})) B_i + (\eta_i - \eta_{i,t-1}) + (\varepsilon_i - \varepsilon_{i,t-1}).$$

Los detalles de la estimación y de la definición de la variable federalismo se presentan en Henderson (2000, 21-22).

Los principales resultados obtenidos distinguen tres tipos de influencias: (i) variables geográficas económicas; (ii) variables político institucionales; y (iii) apertura e infraestructura. El detalle de la estimación se presenta en el Cuadro 5 (Henderson, 2000, 37-38). Algunos de los resultados más importantes son los siguientes:

Variables económico – Geográficas:

- o La concentración urbana (e.g. primacía urbana) se reduce al incrementarse la población urbana total. El nivel de ingreso al cual la primacía urbana alcanza el mayor nivel se estima en \$2400.
- o El tamaño del país reduce la concentración urbana, pues los recursos se encuentran distribuidos espacialmente.

Variables político institucionales:

- o El efecto sobre la primacía urbana es más importante si la ciudad primaria es la capital vs. otra ciudad (e.g. ciudad portuaria).
- o Cuanto mayor el federalismo (e.g. menor la centralización) menor la concentración urbana. Sin embargo, el efecto es pequeño, posiblemente debido a limitaciones en el número de países para los que se dispuso de datos sobre federalismo.

Variables de política:

- o La concentración urbana se reduce con el incremento en la densidad del transporte acuático. El efecto de la densidad del transporte terrestre es menos claro.
- o En la mayoría de modelos el incremento de la apertura reduce la concentración urbana. Sin embargo, las magnitudes de los coeficientes son muy bajas.
- o Sin embargo, se destaca que variables como la infraestructura de transporte, apertura y geografía interactúan de formas mucho más complejas que las especificaciones modeladas. En particular, a partir de un experimento se encontró evidencia de que el efecto de la apertura depende de si la ciudad primaria es un puerto o no; si éste es el caso el efecto del incremento en la apertura es positivo; caso contrario es negativo.

- o La inversión en infraestructura de transporte reduce la concentración urbana; sin embargo, la magnitud del efecto depende del ingreso del país. Esto sería indicativo de que a niveles bajos de ingreso, cuando las fuerzas que predominan son las de aglomeración, el efecto de incrementar la densidad de la infraestructura de transporte es menor que a mayores niveles de ingreso, cuando las fuerzas que predominan son las de dispersión.
- o A raíz del resultado anterior Henderson se pregunta: ¿cuál es el efecto indirecto sobre el crecimiento de la inversión en infraestructura de transporte, a través de su efecto en la concentración urbana a diferentes niveles de ingreso. A partir de un experimento desarrollado, se estima que en un país de tamaño medio el incremento de una desviación estándar en la densidad de la red de transporte genera una ganancia de 0.68 puntos en la tasa de crecimiento promedio anual.

Pensar en las implicaciones para el caso de Costa Rica de los resultados destacados sobre el rol de la infraestructura de transporte.

En el estudio de Gaviria y Stein (2000) se incluye un grupo de variables explicativas más amplias. Estas variables incluyen:

- o Políticas comerciales. La hipótesis inicial es que en un mundo economías de escala y costos de transporte, un incremento en las barreras comerciales tiende a incrementar la concentración urbana, pues las firmas tienden a localizarse en la ciudad principal en función del mercado interno. Sin embargo, en este puede no ser el caso para ciudades principales que son puertos o están localizadas cerca de un puerto.
- o Derechos políticos y estabilidad política. Algunos estudios sugieren que regímenes autoritarios tienden a favorecer más el centralismo que los regímenes democráticos. El argumento es el siguiente: en una democracia la participación se expresa mediante elecciones y la formación de grupos de presión; en una régimen autoritario la participación se expresa mediante revueltas. Dado que en un régimen autoritario los residentes de la ciudad tienen más posibilidades (e.g. menores costos de transacción) para votar al tirano, éste se preocupará más de asegurarse su lealtad; en una democracia todos los residentes del país tienen iguales oportunidades para cambiar un gobierno. Por lo tanto, se esperaría que la concentración urbana se reduzca con el incremento en los derechos civiles y en la estabilidad política. A este argumento se han planteado objeciones basadas en las experiencias históricas de movimiento revolucionarios de origen mayoritariamente campesino (e.g. Nicaragua, Cuba, México).
- o Volatilidad. El incremento en riesgos asociados a la falta de diversificación de la economía y a la carencia de oportunidades económicas en las zonas rurales tiende a incrementar la concentración urbana, debido a la migración que induce. Un aspecto importante en este sentido es la carencia de mercados de crédito y de servicios de aseguramiento en las zonas rurales.

- o Consideraciones dinámicas. Bajo esta tema se consideran aspectos relacionados con la rapidez con que crecen las ciudades conforme se incrementan de tamaño. Este es el tema abordado por Henderson (2000) en relación al tamaño óptimo de concentración urbana (e.g. con las hipótesis Hp1 y Hp2).
- o Agricultura y desarrollo. Algunos autores han postulado que el potencial para la aglomeración urbana es menor en países en los cuales la agricultura representa una porción importante de la producción total. Gaviria y Stein indican que esta hipótesis puede ser adecuada para explicar los niveles de urbanización pero no los cambios en los niveles de urbanización. De hecho, se propone que el potencial para el crecimiento industrial y la centralización de la actividad económica es mayor en economías basadas en la agricultura.
- o Movilidad laboral y fragmentación étnica. El potencial para aglomeración urbana es menor cuanto mayor sea la movilidad laboral y menor la segmentación étnica.

El modelo estimado por Gaviria y Stein (2000) es muy similar al estimado por Henderson (2000). Dicho modelo es el siguiente (GS1):

$$\ln(M_{it}) - \ln(M_{it-1}) = \phi(\ln(U_{it}) - \ln(U_{it-1})) + (\gamma - 1)\ln(M_{it-1}) + \alpha'z_i + \beta'x_{it-1} + v_i + v_{it}$$

donde:

- o M_{it} es la población de la principal aglomeración urbana en el país i al inicio de la década t
- o U_{it} es la población urbana del país i al inicio de la década t
- o z_i es un vector de características que no varían en el tiempo del país i al inicio de la década t
- o x_{it-1} es un vector de características que varían en el tiempo en el país i , promediado durante la década $t-1$
- o μ_i es un efecto específico del país i , y
- o v_{it} es el término de error.

La ecuación anterior es re-escrita de la siguiente manera para efectos de estimación:

$$(GS2). y_{it} = \gamma y_{it-1} + \alpha'z_i + \beta'x_{it-1} + v_i + v_{it}$$

donde $y_{it} = \ln(M_{it})$.

Los detalle de estimación y sobre la construcción de la base de datos se presentan en Gaviria y Stein (2000, 11-16). Se utilizan datos de 130 países entre 1960 y 1990. Algunos de los principales resultados son los siguientes⁵:

- o La tasa de crecimiento de las principales tiende a reducirse conforme el tamaño de la ciudad se incrementa; sin embargo, el tamaño de la ciudad cambia relativamente despacio a lo largo del tiempo.
- o La política comercial tiene poco efecto sobre la concentración urbana. En todos los modelos estimados el efecto de la apertura comercial es negativo, tal como se esperaba. Sin embargo, en modelos que incluyen la interacción entre política comercial y la consideración de si la ciudad principal es un puerto los resultados son similares a los reportados por Henderson (2000).
- o La concentración urbana se tiende a incrementar en países en los cuales la agricultura es una fracción importante del PIB. Este resultado también se toma como indicativo de que la concentración urbana crece de manera importante en los estados iniciales del desarrollo para luego reducirse, conforme el desarrollo avanza.
- o El incremento en las medidas de volatilidad utilizadas también induce mayores niveles de concentración urbana.
- o No se encontró evidencia de efectos de tipo de sistema político sobre la concentración urbana. Posiblemente la medida utilizada por Henderson (2000) para incorporar fenómenos político-administrativos (e.g. federalismo) sea una mejor variable; sin embargo, tampoco en ese caso el efecto fue considerable, aunque si en la dirección esperada y estadísticamente significativo. Sin embargo, el efecto de la inestabilidad política sí es importante y significativo.
- o Tampoco se encontró evidencia significativa del efecto de la fragmentación etnolingüística; los coeficientes tienen los signos esperados pero son muy bajos y no son significativos.

Para determinar qué tan robustos son los resultados básicos (cuadro 4 en página 27, obtenidos con MCO) se realizan dos ejercicios: (i) se cambian los períodos del panel de lapsos de 10 años a lapsos de 15 y 5 años; (ii) se utilizan métodos alternativos de estimación. En ambos casos los resultados no difieren significativamente de los ya reportados.

⁵ Gaviria y Stein (2000) no reportan niveles de significancia para los coeficientes estimados.

C La Ley de Zipf.

La ley de Zipf⁶ establece la existencia de la siguiente relación entre el tamaño de las ciudades y su lugar en un ordenamiento de las mismas según tamaño:

$$N_j = \frac{k}{R_j^\beta},$$

donde:

N_j = población de la ciudad j

R_j = Rango de la ciudad j (por ejemplo, San José No. 1, Alajuela No. 2, etc.)

β = Exponente.

La expresión anterior es también conocida como la Distribución Rango-Tamaño (*Rank – Size Distribution*). **Se dice que se presenta la Ley de Zipf si $\beta = 1$** , en cuyo caso la ciudad más grande es k veces el tamaño de la k -ésima ciudad.

La discusión sobre si $\beta \{<, >, =\} 1$ es evidentemente un asunto empírico. Para las estimaciones empíricas se estima la ecuación anterior en forma log-lineal:

$$\log(N_j) = \kappa - \beta \log(R_j) + \varepsilon_j$$

Dependiendo del valor de β se pueden presentar las siguientes posibilidades:

- o $\beta < 1$: existe una distribución del tamaño de las ciudades más uniforme que lo que predice la Ley de Zipf.
- o $\beta = 0$: todas las ciudades son del mismo tamaño:
- o $\beta > 1$: las ciudades más grandes son de mayor tamaño que lo que predice la Ley de Zipf.

Por lo tanto, $\beta > 1$ es indicación de aglomeración urbana.

Brakman et al. (2001, 202-206) discuten resultados importantes de muchas de las estimaciones empíricas que se han desarrollado con el propósito de establecer si la Ley de Zipf se cumple. En general los resultados son poco concluyentes. Por ejemplo, utilizando datos de los Estados Unidos, varios estudios han establecido que la Ley de Zipf existe (e.g. $\beta = 1$) y que el

⁶ George Zipf era un Lingüista en Harvard University. En su obra (1949) titulada *El Comportamiento Humano y el Principio del Mínimo Esfuerzo*, trata de capturar una amplia gama regularidades sociales y espaciales por medio de ecuaciones simples. Ver nota al pie de página 11 en Brakman et al (2001, 202) para más información sobre Zipf.

coeficiente estimado cambia poco a lo largo del tiempo; sin embargo, también existen estudios que muestran que $\beta < 1$, $\beta > 1$, y que el valor de β se ha incrementado gradualmente a lo largo del tiempo. Iguales resultados se derivan de estudios con datos de Francia y Japón.

Sin embargo, las diferencias anteriores –como sería de suponer– se deben fundamentalmente a diferencias en definiciones y en tamaños de muestra. Por ejemplo, si existen muchas ciudades muy pequeñas es posible que para esas ciudades no se presente la relación esperada entre tamaño y rango, y que por lo tanto $\beta < 1$. Por lo tanto, la escogencia del tamaño de la muestra es una consideración empírica importante y un factor a considerar en la comparación de estudios. En ese sentido se recomienda:

- o incluir en las estimaciones un número fijo de ciudades (e.g. las x más grandes); o
- o definir un umbral de población por debajo del cual las ciudades no son consideradas en las estimaciones.

En lo que respecta a la definición de ciudad generalmente existe dos posibilidades:

- o Definir la ciudad a partir de fronteras legales desde el punto de vista político administrativo;
- o Definir la ciudad a partir de la aglomeración de actividad económica independientemente de definiciones oficiales.

En general la segunda definición genera valores más altos de β .

Otro problema empírico importante se da cuando la ciudad principal (e.g. ciudad de rango uno) es mucho mayor, comparada con el resto de ciudades del país⁷, así como la posibilidad de que exista una relación no lineal entre rango y tamaño.

Finalmente, otro aspecto que ha recibido atención en la literatura es el relativo al cambio en el valor del coeficiente β a lo largo del tiempo, como resultado de cambios estructurales en la economía. Esto por cuanto un incremento puede ser tomado como indicador del incremento en la aglomeración urbana. Autores como Vernon Henderson han encontrado evidencia de que este ha sido el caso en los Estados Unidos; otros como Paul Krugman sostienen que los cambios han sido mínimos (Brakman et al., 2001, 208).

Brakman et al (2001, 211-212) presentan evidencia al respecto para el caso de Holanda, con estimaciones para los años 1600, 1900 y 1990. Sus estimaciones apuntan en la dirección del cambio, con los siguientes valores de β : 0.55 en 1600; 1.03 en 1900 y 0.72 en 1990. El primer período corresponde a una economía dominada por agricultores dispersos y ciudades de tamaño bastante uniforme; el segundo período corresponde al apogeo de la era industrial en Holanda; el

⁷ La importancia de la ciudad primaria generalmente se cuantifica con la medida de primacía urbana mencionada en la sección IV-A. Esta es una situación que se da tanto en países desarrollados como no desarrollados, pero que en general es más intensa en estos últimos, para ejemplos ver el recuadro 7.3 en Brakman et al. (2001, 203-206).

tercer período corresponde a lo que los autores denominan una era post-industrial⁸. Es interesante notar ese comportamiento en relación a los conceptos de aglomeración y dispersión mencionados en secciones anteriores. Esto es, un incremento en el valor de β debería ser evidencia de la operación de las fuerzas de aglomeración; por el contrario, una disminución en el valor de β sería evidencia de la operación de las fuerzas de dispersión.

⁸ En el sitio de su libro (<http://www.few.eur.nl/few/people/vanmarrewijk/geography/>), Brakman, Garretsen y van Marrewijk presentan los resultados de sus estimaciones de la ecuación de Zipf para más de 40 países, desarrollados y en desarrollo.

V BIBLIOGRAFÍA

- Black, D. y Henderson, J.V. (1999). A Theory of Urban Growth.. *Journal of Political Economy*, 104: 252-284. [[JSTOR](#)].
- Brackman, Steven; Garretsen, Harry y van Marrewijk, Charles. (2001). *An Introduction to Geographical Economics*. Cambridge, MA: Cambridge University Press. [Capítulo 7 (Cities and congestion: the economics of Zipf's Law), pp. 187-221]. [[Página del libro](#)]
- Fujita, Masahisa; Krugman Paul y Venables, Anthony. (1999). The spatial economy: cities, regions and international trade. Cambridge, Massachusetts: MIT Press. [Capítulo 2 (Antecedentes I: economía urbana), pp. 15-24].
- Gavirria, Alejandro y Stein, Ernesto. (2000). *The Evolution of urban concentration around the world: a panel approach* (Research Department Working Paper No. 414). Washington D.C.: Inter American Development Bank, Research Department. [[PDF](#)].
- Henderson, Vernon. (2000). *How urban concentration affects economic growth* (Urban Development Working Paper No. 2326). Washington D.C.: The World Bank. [[PDF](#)].
- Henderson, Vernon. (1974). The sizes and types of cities. *American Economic Review*, 64(4): 640-657. [[JSTOR](#)].
- Ingram, Gregory. (1997). *Patterns of metropolitan development: what have we learned?* (Urban Development Working Paper No. 1841). Washington D.C.: The World Bank. [[PDF](#)].
- Polèse, Mario. (1998). *Economía urbana y regional: introducción a la relación entre territorio y desarrollo* (Traducción de la versión francesa original de Germán Pérez y Elena Pou). Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica. [Capítulo 10 (localización de las actividades económicas en el espacio urbano), pp. 325-371].