

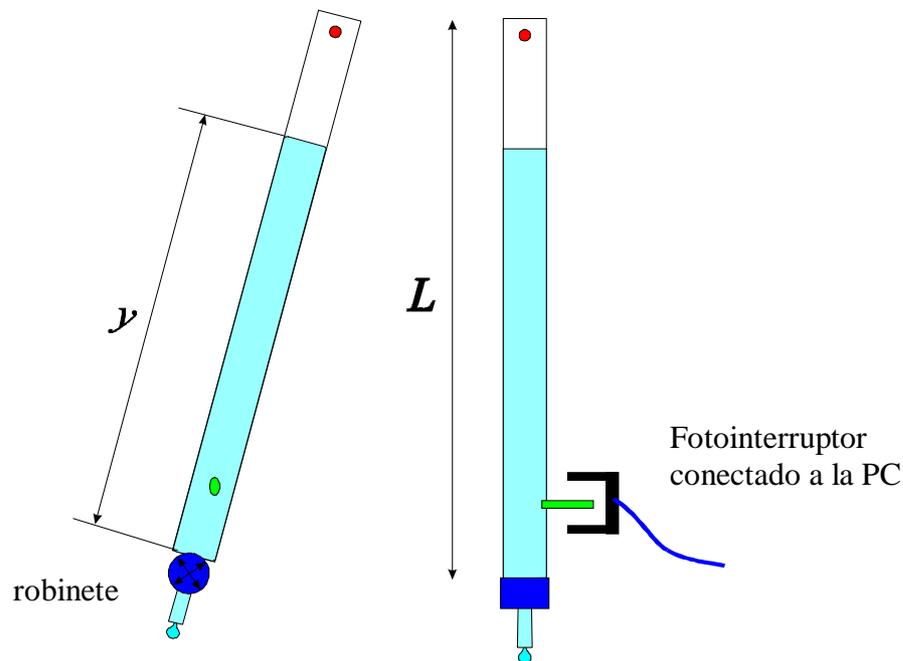


## Objetivo

Estudio de un péndulo físico al que puede variarse continuamente la masa, la posición del centro de gravedad y el momento de inercia.

## Diseño del péndulo goteador

El dispositivo experimental consiste de un tubo de acrílico de longitud  $L \approx 1.5\text{m}$  aproximadamente y de diámetro interno  $\phi \approx 1.5\text{cm}$  (ver Figura 1). El tubo puede cargarse con agua u otro líquido (evite usar algún líquido que pueda dañar el acrílico, como, por ejemplo, acetona, alcohol, etc.). En el extremo inferior hay un robinete que permite que el líquido pueda vertirse (ver Figura 1).



**Figura 1:** Esquema de un péndulo goteador.

Definimos la distancia  $d_{cm}$  como la distancia del punto de suspensión al centro de gravedad del tubo sin líquido. La altura de la columna líquida está caracterizada por la

distancia  $y$ , medida a partir de la posición del robinete ubicado en el extremo inferior. Para poder medir con facilidad esta posición, se propone realizar marcas bien visibles en el tubo de modo que la distancia  $y$  pueda medirse con una apreciación de 5 mm.

Se propone asimismo medir el período con un fotointerruptor conectado a una PC. Para evitar que el líquido moje el fotointerruptor, se puede usar un sorbete de gaseosa u otro objeto adherido perpendicularmente al tubo y al plano de oscilación de modo que sirva de interruptor.

El objetivo de este experimento es medir el período  $T$  como función de la altura de líquido  $y$ , cuando el robinete está semiabierto. También se propone desarrollar un modelo del sistema que dé cuenta de los datos medidos, esto es, encontrar una función  $T(y)$ .

## Actividad 1

- Mida las dimensiones relevantes del péndulo goteador:  $L$ ,  $\phi$ ,  $d_{cm}^0$ .
- Determine experimentalmente el caudal de líquido que le permita medir con facilidad la altura de líquido  $y$ . También es conveniente que se pueda suponer que durante una dada oscilación la altura de líquido es constante. Si la variación de  $y$  es muy rápida será difícil determinar su valor para cada período con precisión. Además, durante cada oscilación no será lícito suponer que la altura  $y$  es constante.
- Pruebe que para el péndulo goteador el período viene dado (para pequeñas oscilaciones) por:

$$T(y) = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I(y)}{m_T(y) \cdot g \cdot d_{cm}(y)}} \quad (3)$$

donde  $y$  es la altura de la columna líquida medida desde el mismo origen (extremo inferior) de donde se mide  $L$ . Pruebe asimismo que:

$$m_T(y) = m_0 + \lambda \cdot y \quad (4)$$

siendo  $\lambda$  la masa por unidad de longitud del líquido en el tubo, y que está relacionada con la densidad  $\rho$  y el diámetro del tubo  $\phi$  por:

$$\lambda = \rho \cdot \pi \cdot \frac{\phi^2}{4} \quad (5)$$

- Asimismo pruebe que el momento de inercia relativo al centro de rotación está dado por:

$$I(y) = I_0 + \frac{1}{3} \cdot \lambda \cdot y \cdot (y^2 + 3 \cdot L^2 - 3 \cdot L \cdot y) \quad (6)$$

y la distancia del centro de masa al centro de rotación es:

$$d_{cm}(y) = \frac{d_{cm}^0 + \frac{\lambda \cdot y \cdot (L - \frac{y}{2})}{m_0}}{1 + \frac{\lambda \cdot y}{m_0}} \quad (7)$$

donde el valor de  $I_0$  se puede determinar de la medición del período para el péndulo sin líquido (vacío),  $T_0$ , a partir de:

$$T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I_0}{m_0 \cdot g \cdot d_{cm}^0}} \quad (8)$$

- El valor de  $d_{cm}^0$  puede medirse determinado el centro de masa del péndulo vacío ¿cómo realiza esto? Igualmente  $m_0$ , la masa del tubo sin líquido, puede determinarse por medición directa (¿cómo?).
- Represente los datos medidos de  $T(y)$  en función de la altura  $y$  y compare con los obtenidos teóricamente. ¿Cómo se comparan sus predicciones teóricas con sus datos? Discutir los resultados.

## Actividad 2 (optativo)

Si las amplitudes no son pequeñas, cosa muy posible sobre todo al comienzo de las oscilaciones, es posible que hayan desviaciones importantes por este efecto. Un modo de corregirlas sería, en una primera aproximación, medir el período para el péndulo vacío y lleno como función de la amplitud. Luego obtener un gráfico del cociente  $T(\theta_0)/T_0^0$ , donde  $T_0^0 = T(\theta_0 \rightarrow 0)$ , o sea el período para amplitud nula. Tomar el valor promedio de este cociente para el tubo lleno y vacío, graficar  $T$  en función de la amplitud. Este factor así obtenido puede usarse para corregir el período para amplitudes grandes. Aplique estas correcciones a los valores medidos de  $T(y)$  y compare con la teoría. ¿Qué puede concluir de este estudio?

Una manera de estudiar la variación de  $T(\theta_0)$  vs.  $\theta_0$  sería usar un segundo fotointerruptor y medir la velocidad del péndulo en su punto más bajo. Demuestre que este valor así obtenido está relacionado con la amplitud. Encuentre experimentalmente dicha relación. Represente  $T(\theta_0)$  y compare sus mediciones con la teoría de grandes amplitudes. ¿Qué puede concluir de este estudio? ¿Qué tan bien se comparan sus datos con la teoría? Discuta el nivel de acuerdo o desacuerdo y especule sobre las causas.



## Bibliografía

1. *Motion of a leaky pendulum*, R. W. Mires y R. D. Peters, Am. J. Phys. 62, 137 (1994).
2. *Péndulo físico*, S. Gil y E. Rodríguez, esta serie (1999).