

Medición de masas y densidades



Objetivo

Determinación de masas y densidades de objetos de interés usando distintos tipos de balanzas y métodos experimentales. Método de Arquímedes para determinar densidades usando distintos tipo de balanzas. Inferencia de la composición de la Tierra a partir del análisis de la densidad de la misma.

Introducción

La *densidad*, ρ , de un cuerpo se define como la masa por unidad de volumen. Similarmente el *peso específico* se define como el peso por unidad de volumen. Para un cuerpo *homogéneo* (es decir, aquel para el cual sus propiedades son iguales en todas sus partes), la densidad es una característica de la sustancia de la que el mismo está compuesto. La densidad es una típica magnitud *intensiva*, es decir, una magnitud que no depende de la cantidad de materia que compone al cuerpo, sino sólo de su composición. Otros ejemplos de magnitudes intensivas son la temperatura, la presión, etc.

A diferencia de las magnitudes intensivas, las magnitudes *extensivas* son aquellas que varían en forma *proporcional* a la cantidad de materia que constituyen el cuerpo. A esta última categoría corresponden la masa, el peso, el volumen, el número de moléculas, etc.

Cada sustancia pura tiene una densidad ρ que es característica de la misma. Por ejemplo, todos los objetos de oro puro tienen la misma densidad ($\rho_{\text{Au}}=19.3 \text{ g/cm}^3$), lo mismo ocurre con el aluminio ($\rho_{\text{Al}}=2.7 \text{ g/cm}^3$), el hierro ($\rho_{\text{Fe}}=7.8 \text{ g/cm}^3$), el agua a una dada temperatura ($\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1.0 \text{ g/cm}^3$, a 20° C), etc. Esto significa que la densidad es una propiedad muy útil para saber en forma fácil y rápida de que está hecho un objeto. Ésta es justamente la propiedad de la que, según la tradición, se valió Arquímedes en el siglo III a.C. para saber si una corona del rey Hierón de Siracusa estaba efectivamente hecha de oro macizo. Sólo tuvo que idear un método para medir la densidad y Eureka! el problema estuvo resuelto. Sin embargo, para medir la densidad, Arquímedes tuvo que descubrir el principio que lleva su nombre y que establece que: *todo cuerpo sumergido en el seno de un fluido, sufre una fuerza ascendente (empuje) cuyo valor es igual al peso del fluido desalojado por el cuerpo*. Este principio explica porqué flotan los objetos, corchos, barcos, globos, etc. y porqué es más fácil levantar a una persona dentro de una pileta llena de agua que fuera de ella. Nosotros también usaremos este principio para medir densidades.



Actividad 1- Construcción y calibración de una balanza usando un sensor de fuerzas.

Si dispone de un sensor de fuerza, conectado a una PC: construya con el mismo una balanza. Tenga en cuenta el valor de la fuerza máxima que dicho sensor puede soportar y asegúrese de no sobrepasar este valor durante su experimento.

- Usando una caja de pesas (patrones secundarios de valores confiables), realice una calibración de su balanza.
- ¿Cuál es la apreciación o sensibilidad de la misma?
- ¿Cuál es la exactitud de la balanza?
- ¿Cuál es el rango de medición de su balanza?



Actividad 2- Determinación de la densidad del papel.

Determine la masa y densidad del papel que usa una impresora con el menor error que sea posible usando los elementos que dispone en su laboratorio.

- ¿Cómo diseñaría su experimento de modo que el error en el valor de la densidad sea el menor posible?. Tiene en principio varias posibilidades. Una de ellas sería medir tanto la masa como el volumen de un conjunto de hojas de papel (todas iguales entre sí). Discuta sobre el tamaño de la muestra de papel a usar (número de hojas). Discuta la ventaja de tomar lotes grandes (del orden de los cientos de hojas). ¿Cómo varía el error en la determinación del volumen y masa al aumentar el tamaño de la muestra? Determine el número de hojas que a su criterio sería más conveniente usar para esta medición.
- ¿Qué instrumentos elige para medir el volumen?.
- ¿Qué precisión requiere su balanza para que el error introducido por la misma tenga una influencia igual o menor que la contribución del error del volumen en la determinación de la densidad.
- ¿Cuántas mediciones se requieren de cada medición directa de las magnitudes involucradas para determinar la densidad de forma indirecta?
- Discuta la necesidad de hacer correcciones por el empuje del aire. Estime el error que el empuje del aire introduce en sus mediciones¹.

- Si usa una balanza de dos brazos, discuta la necesidad de hacer correcciones por la desigualdad de los brazos. Consulte las referencias indicadas en la bibliografía, para una discusión detallada sobre técnicas de pasadas^{1,2}.
- ¿Qué mide con la balanza que usó: peso o masa?. A propósito, explique claramente la diferencia entre estos dos conceptos.

Actividad 3 - Método de Arquímedes para determinar densidades I.

Usando una balanza de precisión ($\Delta m_{ap} \leq 0.1 \text{ g}$) y haciendo uso del principio de Arquímedes, demuestre que es posible determinar la densidad de un cuerpo realizando dos pesadas (el cuerpo en aire y sumergido en agua) si se conoce la densidad del agua. Más específicamente, si llamamos r_c , r_{aire} y r_{agua} a las densidades del cuerpo en cuestión, la del aire y la del agua, respectivamente, y si denotamos con P_{aire} y P_{agua} los pesos del cuerpo cuando está inmerso en el aire y en el agua, respectivamente, demuestre que:

$$\frac{P_{agua}}{P_{aire}} = \frac{\left(1 - \frac{r_{agua}}{r_c}\right)}{\left(1 - \frac{r_{aire}}{r_c}\right)} \quad (1)$$

De donde:

$$r_c \gg r_{agua} \times \frac{1}{\frac{P_{agua}}{P_{aire}} - 1} \quad (2)$$

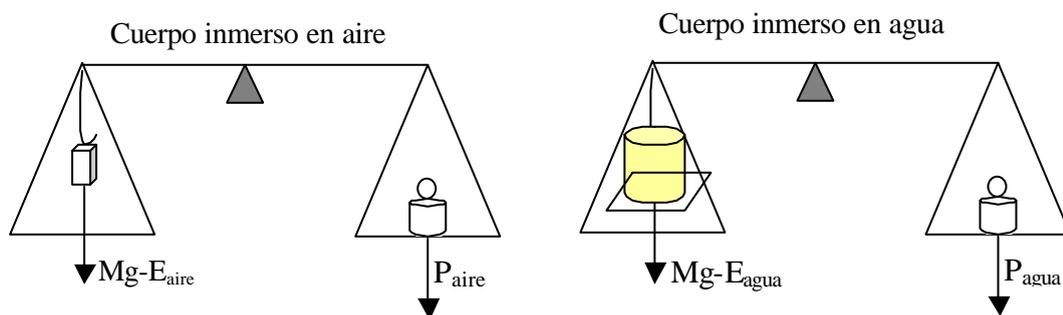


Figura 1: Medición de la densidad de un cuerpo por el método de Arquímedes usando una balanza de dos platillos. Para este experimento, es necesario que el recipiente con agua, dentro del cual se realiza la pesada con el cuerpo sumergido (derecha), esté sostenido de modo tal que no haga contacto con los platillos de la balanza. Un modo de lograr esto es construir un banquillo que se apoye en la base de la balanza y no toque los platillos. Sobre el mismo se apoya el recipiente de agua.

- Determine la densidad de un anillo (o una medalla o un objeto de plata) de "oro". A partir de sus mediciones, discuta si el anillo (o medallón) es de oro puro o no.
- Suponga que el objeto de estudio es una aleación binaria de estaño y oro. ¿Cuáles son sus proporciones en peso?.
- El procedimiento seguido constituye uno de los primeros problemas prácticos que, supuestamente, resolvió Arquímedes: saber si una corona real era de oro puro o no. ¿Sabe cómo era la técnica que propuso Arquímedes?

Actividad 4 Método de Arquímedes para determinar densidades II.

NOTA: Esta actividad puede realizarse usando una balanza de precisión de un platillo (balanzas electrónicas estándar) o bien una balanza construida usando un sensor de fuerza similar a la utilizada en la Actividad 1.

Las balanzas modernas, son distintas a la de brazos descrita en la propuesta anterior (Figura 1), por lo tanto no es fácil usar este procedimiento en forma directa. Sin embargo, es posible modificar ligeramente el procedimiento anterior valiéndonos de la tercera ley de Newton. Si tenemos un vaso de agua sobre una balanza de un solo platillo, como se ilustra en la Figura 2, y sumergimos un cuerpo en él, el agua ejercerá un empuje \vec{E} sobre el cuerpo. Según el principio de Arquímedes, su módulo será:

$$E = V_{\text{cuerpo}} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot g = \frac{m_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{cuerpo}}} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot g \quad (3)$$

Según la tercera ley de Newton (acción y reacción) el cuerpo reaccionará sobre el agua (y el vaso) con una fuerza igual y opuesta. Es decir, al sumergir el cuerpo en agua, como se ilustra en la parte derecha de la Figura 2, la balanza incrementará su valor en una magnitud igual a m_E .

$$m_E = \frac{E}{g} = \frac{m_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{cuerpo}}} \cdot \rho_{\text{agua}} \quad (4)$$

- Probar que al realizar esta operación efectivamente la medición se incrementa. Si en lugar de un cuerpo introduce su dedo verifique que se siente en el mismo la fuerza del empuje.
- Usando cuerpos de volumen variables, representar en un gráfico el valor del empuje E en función del volumen sumergido. ¿Cómo se comparan sus resultados con los predichos por la ecuación (3)?

- En la balanza de Mohr, que se emplea para medir densidades de líquidos^{1,2}, se hace uso de las propiedades antes discutidas. La misma cuenta con un “buzo” (recipiente de vidrio sellado conteniendo municiones de plomo) de volumen constante que se sumerge en dos líquidos: uno que se toma como referencia (por lo general agua destilada \mathbf{r}_{agua}) y otro cuya densidad \mathbf{r} se desea conocer. Se mide el empuje para ambos líquidos y el cociente de estos empujes, según (3) está relacionado con las densidades de ambos líquidos (ya que el volumen del buzo se supone constante y asumimos que ambos líquidos están a la misma temperatura). Construya un buzo de vidrio o metal y usando la idea de la balanza de Mohr determine la densidad de una muestra de alcohol.

$$\frac{E_{\text{agua}}}{E_{\text{liquido}}} = \frac{V_{\text{cuerpo}} \cdot \mathbf{r}_{\text{agua}} \cdot g}{V_{\text{cuerpo}} \cdot \mathbf{r}_{\text{liquido}} \cdot g} = \frac{\mathbf{r}_{\text{agua}}}{\mathbf{r}_{\text{liquido}}}. \quad (5)$$

Como se ve claramente de (5), esta técnica de determinación de densidades, no requiere la medición de volúmenes. Esto es una gran ventaja, ya que las balanzas tienen por lo regular mucha precisión y exactitud. Para masas de orden de algunas decenas de gramos, no es difícil medir las mismas con una precisión mejor que el 0.5 %. Este tipo de precisión es poco frecuente en la determinación de volúmenes, excepto en muy pocos casos.



Actividad 5 - Método de Arquímedes para determinar densidades III.

- **Densidad de un cuerpo más denso que el agua.** Usando un cuerpo más denso que el agua, mida en primer lugar su masa m_{cuerpo} . Luego, coloque en el plato de la balanza un vaso de agua donde pueda sumergir todo el cuerpo, sin producir derramamiento de agua (pruebe esto primero fuera de la balanza). Tare la balanza con el vaso con agua (*tara* significa poner a cero la balanza en un dado estado de carga). Introduzca el cuerpo en el agua y determine el valor de m_E (si su balanza no tiene tara, obtenga el valor de m_E por diferencia). De la expresión (4) se obtiene la densidad del cuerpo como:

$$\mathbf{r}_{\text{cuerpo}} = \frac{m_{\text{cuerpo}}}{m_E} \cdot \mathbf{r}_{\text{agua}}. \quad (6)$$

- **Densidad de un cuerpo menos denso que el agua.** Si el cuerpo es menos denso que el agua, por ejemplo madera, corcho, etc., igual se puede usar el método anterior [Ec. (6)] para determinar su densidad. En este caso, sólo debe reemplazar el hilo del que suspende el cuerpo por una aguja u otra varilla rígida de modo de forzar su inmersión total y al mismo tiempo lograr que la fracción del volumen de la varilla inmersa en el agua sea despreciable frente al volumen del cuerpo en cuestión. [¿Por qué debe tenerse cuidado con esto?] Usando esta técnica determine la densidad de un trozo de corcho o madera, u otro objeto menos denso que el agua. Cuide que en ningún caso el objeto toque ni las paredes ni el fondo del vaso.

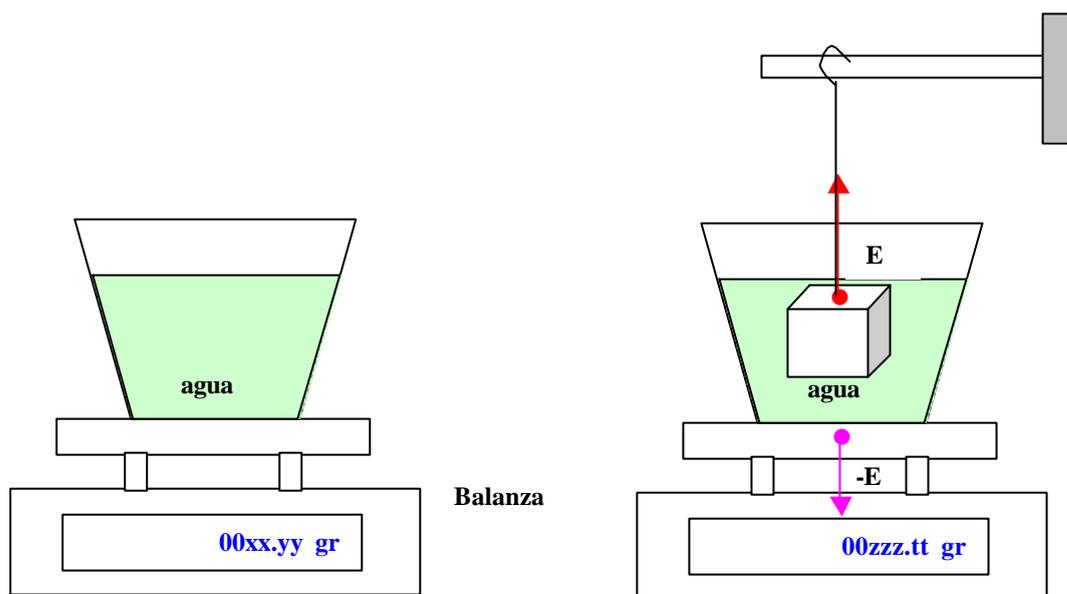


Figura 2: Medición de la densidad de un cuerpo por el método de Arquímedes usando una balanza de un solo plato (balanza electrónica estándar).

Actividad 6 - Estimación de la densidad de la tierra.

Use la idea de Arquímedes para determinar la composición de la tierra. (No trate de sumergir la tierra en una bañera con agua porque nos ahogamos todos!).

- Determine la densidad de por lo menos dos tipos de piedras y de la arena que encuentre. Acote los errores de la determinación.
- Se sabe que la Tierra tiene una masa $M_t = 5.98 \times 10^{24}$ kg. y un radio $R_t = 6.37 \times 10^3$ km (el error en estas cantidades está en la última cifra significativa). Estime la densidad media de la Tierra usando los datos de densidad de las piedras y arena que consiguió.

- ¿Podría la Tierra en su interior tener la misma composición que en su superficie?. De no ser así, usando una tabla de densidades, sugiera posibles elementos que podrían constituir la mayoría del núcleo de la tierra. *Ayuda:* tal vez sea conveniente recordar la composición de los meteoritos. Como tal vez sepa, la mayoría de los que vemos en los museos son de hierro.

Temas complementarios. Composición y origen de la Tierra.

- Suponiendo que el interior de la Tierra fuese de hierro puro y su periferia fuese rocosa. Estime el espesor de la capa rocosa. ¿Sería viable realizar una perforación profunda para extraer este hierro?
- Consulte en la bibliografía u otras fuentes (Internet, Enciclopedias Encarta, Británica, etc.), las características más sobresalientes de la composición terrestre. En particular trate de encontrar alguna explicación al hecho de que en la Tierra los elementos más densos están en el interior y los menos densos (el manto, el agua y el aire) están en las capas más externas. Si es cierto que la Tierra tiene una composición que está estratificada según sus densidades, tendríamos un sistema similar al que existe en un crisol de una metalúrgica. Como tal vez sepa, en un crisol que contenga metales fundidos, los metales más densos van al fondo y los más livianos flotan en el mismo.

De estas observaciones se podría sospechar que en algún momento la tierra estuvo muy caliente, de modo de permitir que los elementos se separen según sus densidades. De estas conjeturas surgen una serie de temas interesantes de investigar:

- ✓ ¿Cuál pudo haber sido el origen de la energía que calentó la tierra?
- ✓ ¿Este mecanismo de calentamiento todavía está en acción? (*Ayuda:* consulte en la bibliografía el efecto de la desintegración radiactiva del Uranio y otros elementos radiactivos. También investigue el origen del Helio que se extrae de los pozos de petróleo, ya que, como tal vez sepa, en estado libre este gas se escapa de la atmósfera).
- ✓ ¿Todos los planetas tendrán esta misma característica?. En otras palabras, ¿tendrán densidades similares a la Tierra y estarán estratificados por densidades?
- ✓ De los datos de masa y radio que encuentre en la bibliografía, calcule la densidad media de:
 - el Sol
 - Júpiter
 - Marte
 - la Luna.
- ✓ Discuta si sus resultados de densidades medias de otros planetas son similares a los de la Tierra.
- ✓ ¿Fue la Tierra siempre así desde su formación?. ¿Siempre estuvo estratificada desde su origen?. Si imaginamos que la Tierra se originó por agregación de materia interestelar, sería de esperar que sus composición fuese uniforme y homogénea. ¿Cómo habrá llegado la Tierra a este estado de estratificación?.

- ✓ ¿En la Luna, se habrá producido una separación de elementos similar a la ocurrida en la Tierra?. ¿Qué pueden aportar los estudios de rocas lunares traídas a la Tierra por los astronautas del proyecto Apolo?
- Como ve, medir es solo un punto de partida, que dispara un gran número de preguntas e hipótesis y nuevos experimentos. **En esto consiste la ciencia.** Desde luego no esperamos que cada estudiante que realice este experimento, sea un experto en la génesis de la Tierra o en geofísica, pero sí esperamos que estas preguntas, que surgieron motivadas por nuestras propias observaciones, nos motiven para indagar algunas de las hipótesis formuladas aquí y estimulen nuestra curiosidad. Este ejemplo también ilustra las características básicas de la actividad científica, en otras palabras, ilustra su metodología. Una observación (medición en este caso) conduce a plantearse una hipótesis de trabajo. A su vez, esta hipótesis dispara nuevos interrogantes, experimentos e investigaciones, que pueden o no verificar la hipótesis inicial.

Actividad 7 - Determinación de densidades usando un picnómetro.

Método del picnómetro para medir la densidad de sólidos y líquidos: Una técnica muy útil y simple para medir densidades consiste en usar un picnómetro, que consiste en un frasco de reducidas dimensiones (de 10 a 100 ml) con un tapón esmerilado y hueco, que permite mantener dentro del mismo un volumen de líquido constante¹. Algunos modelos constan de un termómetro adosado a él, de modo de conocer la temperatura del líquido que contiene. Estos dispositivos se consiguen comercialmente pero también pueden fabricarse artesanalmente.

- **Determinación de densidades relativas de líquidos:** Se llena primeramente el picnómetro de agua destilada (líquido de referencia hasta el enrase) y se pesa el picnómetro (m_{agua}), luego se vacía el agua y se agrega el líquido cuya densidad se busca. Se pesa nuevamente el picnómetro (se registra el nuevo valor $m_{\text{líquido}}$). En ambos casos se procede de modo tal de llenar con ambos líquidos el picnómetro hasta el enrase, evitando la presencia de burbujas en el interior del recipiente. Como los volúmenes de ambos líquidos pesados son los mismos, tenemos:

$$\rho_{\text{líquido}} = \rho_{\text{agua}} \cdot \frac{m_{\text{agua}}}{m_{\text{líquido}}} . \quad (7)$$

- Usando este procedimiento determine la densidad de algún líquido (por ejemplo vino u alcohol). Estime las incertidumbres de medición. Como se mencionó antes, esta técnica de determinación de densidades, no requiere la medición de volúmenes. Esto hace que la precisión en la determinación de densidades por esta técnica dependa fundamentalmente de la precisión de las balanzas usadas.

➤ **Determinación de densidades relativas de sólidos:** Si se desea medir la densidad de un cuerpo que pueda introducirse dentro del picnómetro sin que se disuelva en el líquido o reaccione con él, es posible determinar su densidad usando el siguiente procedimiento:

- I. Se pesa el cuerpo en cuestión por sí solo, así obtenemos el valor m_1 ($=m_{\text{cuerpo}}$).
- II. Se pesa el cuerpo junto al picnómetro lleno de agua (destilada), obtenemos: m_2 ($= m_{\text{cuerpo}} + m_{\text{agua}} + m_{\text{picnómetro y agua}}$). Aquí m_{agua} significa la masa de un volumen de agua, igual al que ocupa el cuerpo. $m_{\text{picnómetro y agua}}$ es la masa del picnómetro con el resto del agua.
- III. Se pesa el cuerpo en el interior del picnómetro lleno de agua hasta el enrase. Obtenemos: m_3 ($=m_{\text{cuerpo}} + m_{\text{picnómetro y agua}}$).

Por lo tanto, tenemos:

$$\rho_{\text{cuerpo}} = \rho_{\text{agua}} \cdot \frac{m_{\text{cuerpo}}}{m_{\text{agua}}} = \rho_{\text{agua}} \cdot \frac{m_{\text{cuerpo}}}{m_2 - m_3}. \quad (8)$$

- Usando este procedimiento determine la densidad de algún sólido (por ejemplo, arena). Estime sus incertezas de medición.
- ¿Y si se quiere medir la densidad de la sal de cocina (NaCl) que se disuelve en el agua?

Bibliografía

1. *Trabajos prácticos de física*, J. Fernández y E. Galloni, Centro de Estudiantes de Ingeniería, UBA, Buenos Aires (1963).
2. *Curso superior de física práctica*, B. L. Worsnop y H. T. Flint, Eudeba, Buenos Aires (1964).