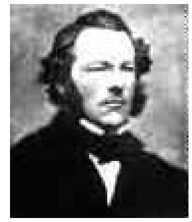
Movimiento oscilatorio armónico



Objetivo

Estudio experimental de sistemas oscilantes libres y amortiguados. Análisis de la dependencia de la frecuencias de oscilación con algunas propiedades del sistema, como ser la masa y el medio que genera rozamiento.

Actividad 1

Sistemas oscilantes

Idee un dispositivo experimental que le permita determinar la frecuencia de oscilación de un sistema oscilante masa-resorte. Considere la posibilidad de usar para este estudio fotointeruptores, sensores de fuerza, sensores de movimientos, etc. Fundamente el criterio de su elección.

- Con el sistema elegido, estudie la dependencia de la frecuencia de oscilación con la masa.
- Represente sus resultados en un gráfico. Analice gráficos en escalas lineales y logarítmicas. ¿Qué relación encuentra?
- Estudie experimentalmente la dependencia del período con la amplitud de oscilación.
- ¿Puede explicar sus resultados teóricamente?
- ¿Qué principios físicos están involucrados en su explicación?
- Describa a partir de sus mediciones la ecuación de movimiento para el sistema estudiado. ¿Cuál es la ecuación de movimiento (ecuación diferencial) que corresponde a este movimiento?
- Describa las características de las fuerzas de roce involucradas.

Actividad 2

Oscilaciones amortiguadas

Usando un recipiente apropiado con algún fluido viscoso, como ser agua o aceite por ejemplo, de modo tal que la masa quede totalmente sumergida en el mismo, pero no el resorte, estudie experimentalmente el movimiento oscilatorio resultante.

- Realice el mismo análisis que en la actividad anterior. ¿Qué concluye?

- ¿Varía el periodo (o frecuencia) natural con el roce?. Explique.

- ¿Puede estimar la viscosidad h del nuevo medio respecto a la del aire?

- Compare sus estimaciones con los valores tabulados de las viscosidades de los fluidos usados.

Sugerencia: para una esfera de diámetro d, moviéndose en un medio viscoso (m=viscosidad dinámica) con una velocidad U, la fuerza de arrastre (*drag*) viene dada por la Ley de Stokes:

$$F_{drag} = 6 \cdot p \cdot d \cdot U \cdot m \qquad \text{(Stokes)} \qquad (3)$$

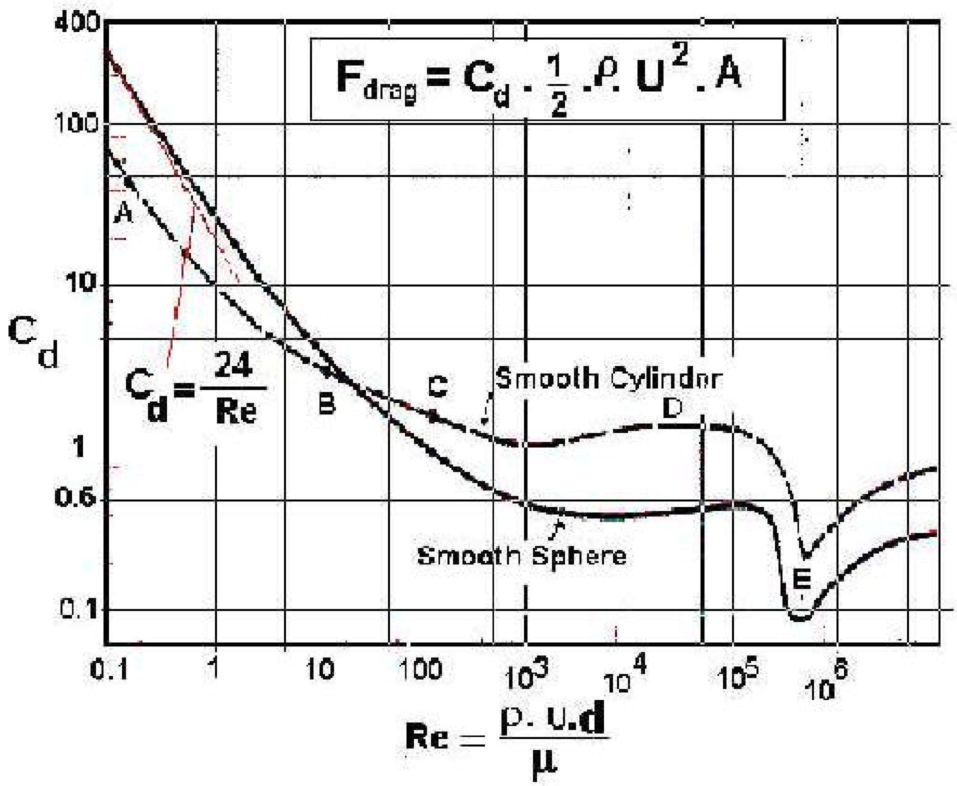
Además recuerde que esta relación vale en el régimen laminar para valores del Número de Reynols Re<<1.

$$\mathrm{Re} = \frac{r \cdot d \cdot U}{m} \qquad \text{(Número de Reynolds)} \qquad (4)$$

Para el caso de números de Reynolds altos (Re>>1) la fuerza de arrastre viene dada por:

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot r \cdot A \cdot U^2 \qquad (5)$$

donde r es la densidad del fluido, U su velocidad y A su área transversal ($p.r^2$, para una esfera) y C_d un coeficiente numérico cuyo valor depende de Re y la forma del objeto. El valor de C_d se determina experimentalmente. Para algunas geometrías simples, su valor pude obtenerse de tablas o gráficos como el siguiente. Usando argumentos de conservación de momento angular del objeto con las moléculas del fluido puede darse una demostración heurística de la relación (5).



Variación del coeficiente de arrastre C_d para una esfera y un cilindro liso (con su eje erpendicular a la velocidad del fluido) en función del número de Reynolds. Esta variación de C_d con *Re* puede aproximarse con la formula semiempírica válida en el rango 0<Re<2.105:

$$C_d(\mathrm{Re}) = \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{1}{1+\sqrt{\mathrm{Re}}} + 0.4\,.$$

Actividad 3

Sistemas no-lineales

Idee un sistema en el que la relación entre la fuerza restauradora y la elongación no sea lineal.

- Establezca experimentalmente el comportamiento no-lineal del sistema y observe los rangos en que la no-linealidad alcanza un 10% del valor lineal asintótico (para pequeñas amplitudes).

- Para amplitudes en que la no-linealidad exceda el 10%, estudie la dependencia del período de oscilación con la amplitud. Explique sus resultados.

- De ser posible estudie la variación de la elongación en el tiempo y describa esta dependencia con la expresión analítica que mejor ajuste sus datos.

- Discuta la forma de la ecuación de movimiento. Compare con lo que conoce experimentalmente de su sistema.

- Analice las frecuencias presentes en el sistema.

Bibliografía

1. *Fundamentals of fluid mechanics*, B. R. Munson, D. F. Young and T. H. Okiishi, 2nd Ed., John Willey & Sons, Inc. N.Y. (1994).

2. *Curso superior de física práctica*, B. L. Worsnop y H. T. Flint, Eudeba, Buenos Aires (1964).

3. *Trabajos prácticos de física*, J. Fernández y E. Galloni, Centro de Estudiantes de Ingeniería, UBA, Buenos Aires (1963).

4. *Classical dynamics of particles and systems*, Jerry B. Marion, Academics Press, N.Y. (1965).

5. *On the rise and fall of a ball with linear or quadratic drag*, P. Timmerman and J. P. Van der Weele, Am. J. Phys. **67**, 538 (1999).

Apéndice I

Para un potencial de la forma:

$$U(x) = A\,[x]^n \qquad (n \text{ un número entero}) \qquad \text{(A-1)}$$

se puede probar que el período viene dado por:

$$T = \frac{2}{n}\cdot\sqrt{\frac{2p\cdot m}{E}}\cdot\left(\frac{E}{A}\right)^{1/n}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)} \qquad \text{(A-2)}$$

siendo G la función Gama, E la energía total del sistema, m la masa de la partícula y n el orden del exponente en el potencial.

Para el caso de un péndulo:

$$U(q) = mgl\cdot(1-\cos(q)) \qquad \text{(A-3)}$$

y

$$T(q_0) = 2\cdot p\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\left\{1+\frac{1^2}{2^2}k^2+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\cdot k^4+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2\cdot k^6+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}\right)^2\cdot k^8\cdots)\right\} \qquad \text{(A-4)}$$

donde $sin(q_0/2) = k$. q_0 es la amplitud.

.