6. Sucesiones y Series numéricas

6.1. Sucesiones numéricas EJERCICIOS

1. Contesta razonadamente si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

(a) Si una sucesión no es convergente, entonces es divergente.
(b) Toda sucesión divergente tiene límite.
(c) Toda sucesión divergente de términos negativos tiene límite.
(d) Toda sucesión acotada es convergente.
(e) El límite de una sucesión convergente de números racionales es racional.
(f) Si dos sucesiones tienen el mismo límite, el límite de su cociente es 1.
(g) Si dos sucesiones tienen el mismo límite, el límite de su diferencia es 0.

2. Halla el término general de las siguientes sucesiones:

(a) $2, -4, 8, -16, 32, \dots$ **(c)** $2, 1, \frac{8}{9}, 1, \frac{32}{25}, \frac{64}{36}, \dots$ **(e)** $-1, \frac{2}{3}, \frac{-3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{-5}{9}, \dots$

(b) $1+\frac{1}{2}, 1+\frac{3}{4}, 1+\frac{7}{8}, 1+\frac{15}{16}, \dots$ **(d)** $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{16}, \frac{4}{32}, \frac{5}{64}, \dots$ **(f)** $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{9}{12}, \frac{9}{15}, \frac{13}{18}, \dots$

3. Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

(a) $\dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n}}}}$ **(e)** $\left(\dfrac{n^2+1}{n^2+3}\right)^n$ **(i)** $\sqrt[n]{\dbinom{2n}{n}}$ **(m)** $\left(\dfrac{(1+an)^2}{a^2n^2}\right)^n$

(b) $\sqrt{n^2+n}-n$ **(f)** $\sqrt[3]{n}-\sqrt[3]{n-1}$ **(j)** $\dfrac{\ln n^n}{\ln n!}$ **(n)** $\left(2+3n^4\right)^{\frac{1}{3+2\ln(n+1)}}$

(c) $\dfrac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}}$ **(g)** $n\ln\sqrt{\dfrac{n+a}{n-a}}$ **(k)** $\left(\sqrt{\dfrac{1-n}{1-2n}}\right)^{\frac{1+3n}{2n-1}}$ **(ñ)** $n\left(\sqrt[n]{a}-\sqrt[n-1]{a}\right)$

(d) $\dfrac{n\left(\sqrt{n}+2n+1\right)}{n^2+3}$ **(h)** $\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}}{3}\right)^n$ **(l)** $\dfrac{(n!)^2 4^n}{(2n)!\sqrt{n}}$ **(o)** $\dbinom{2n}{n}4^{-n}\sqrt{n}$

4. Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{n}}\left(\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\right)$

(b) $\dfrac{1}{\sqrt{1+n^2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2+n^2}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{n+n^2}}$

(c) $\dfrac{n}{n^2+1}+\dfrac{n}{n^2+2}+\dots+\dfrac{n}{n^2+n}$

(d) $\dfrac{\ln\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\dots\cdot\frac{2n}{2n-1}\right)}{\ln n^2}$

(e) $\dfrac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2)\dots(n+n)}}{n}$

(f) $\dfrac{1+2^p+3^p+\dots+n^p}{n^{p+1}}\ ,\ \ p\in\mathbb{N}$

(g) $n\left(\dfrac{2\cdot 4\cdot 6\cdot\dots\cdot(2n-2)}{1\cdot 3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}\right)^2$

5. Estudia la convergencia y calcula el límite, cuando exista, de cada una de las siguientes sucesiones recurrentes: **(a)** $x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$, $x_1=\sqrt{2}$; **(b)** $x_{n+1}=\frac{1}{4}+x_n^2$, $x_1=a\in\mathbb{R}$.

6. Un programa gubernamental que actualmente cuesta a los contribuyentes 200 millones de euros, se va a reducir un 10% por año. **(a)** ¿Cuál será la cantidad presupuestada después de n años? **(b)** ¿Cuál será el futuro a largo plazo de este programa?

7. Suponiendo una inflación mantenida del 4,5% anual, ¿cuál será el precio dentro de n años de un coche cuyo precio actual es de 20.000 €?